

UNIVERSITE PARIS-SUD XI  
CAMPUS d'ORSAY

THESE de DOCTORAT

*présentée par*

**Stéphane PRUVOT**

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS-SUD XI

Spécialité : Physique des particules

***Mesure de l'angle  $\gamma$  de la matrice CKM à l'aide  
des désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^0(K_S\pi\pi)K^{*\pm}$  en utilisant  
le détecteur BABAR à SLAC.***

Soutenue le 3 Juillet 2007 devant le jury composé de :

M.	Denis	BERNARD	Rapporteur
M.	Stéphane	MONTEIL	Rapporteur
M.	Olivier	PENE	
Mme.	Marie-Hélène	SCHUNE	Directeur de thèse
M.	Guy	WORMSER	
M.	Fabian	ZOMER	



# Remerciements

Tout d’abord, je tiens à remercier l’ensemble des membres de mon jury de soutenance : Olivier Pene, Guy Wormser, Fabian Zomer, et tout particulièrement Denis Bernard et Stéphane Monteil qui ont accepté d’être les rapporteurs de ma thèse et qui m’ont apporté les meilleurs conseils et commentaires afin de parachever mon manuscrit.

Evidemment je ne serais pas arrivé jusqu’ici sans l’encadrement avisé de Marie-Hélène Schune. Merci Marie-Hélène ! Je n’ai certainement pas toujours été un élève modèle mais tes enseignements m’ont permis de garder toujours à l’esprit que je devais faire de la physique, faute de quoi je me serais certainement encore plus tourné vers l’informatique.

Merci à tous les membres du laboratoire que j’ai côtoyés pendant trois ans, à ses deux directeurs qui se sont succédés, Bernard D’Almagne et Guy Wormser, à Andréas Höcker qui a été mon directeur de thèse au tout début et qui est parti assez vite vers d’autres horizons, et enfin à Corinne Augier, ma tutrice de thèse avec qui il a toujours été plaisant et instructif de discuter de mes choix d’avenir.

Je remercie également l’ensemble des membres du groupe *BABAR* au LAL, ils doivent m’en vouloir pour le temps perdu à m’attendre à la fin de chaque repas. Un petit clin d’oeil spécial pour Anne-Marie Lutz qui a toujours été présente pour répondre à mes questions (rarement de physique) et pour m’écouter raconter toutes sortes de choses plus farfelues les unes que les autres, le soir avant de quitter le laboratoire. Un autre clin d’oeil à mon ”disciple” du bureau d’en face, Jérôme Bequilleux, même s’il m’a parfois menacé de représailles physiques quand je le taquinais un peu trop longtemps. Un dernier petit, avec le troisième oeil que je n’ai pas, pour la mafia italienne du groupe, Achille Stocchi, Viola Sordini et Francesco Polci, pour les bons moments passés autant sur le plan professionnel que privé.

Je remercie également le quatuor français de SLAC : Nicolas Arnaud, Philippe Grenier, Jose Ocariz et Vincent Poireau. Ils ont toujours été disponibles quand j’étais aux Etats-Unis et ils m’ont appris énormément sur le fonctionnement du collisionneur et du détecteur. Pour en terminer avec mes pérégrinations californiennes, je souhaite saluer l’*Housing Office* de SLAC et, plus particulièrement, Barbara Meson pour avoir réussi à trouver des gens sympathiques chez qui je pouvais loger à chacun de mes voyages.

Et parce que je ne peux les oublier et ne le pourrai jamais, je remercie ma famille pour le soutien qu’elle m’a apporté alors même que je ne le recherchais pas, ainsi que mes amis : amis de longue date, amis rencontrés lors d’escapades virtuelles ou ”chevaleresques”, pour tous les moments de détente et d’amusement que j’ai pu partager avec eux.

Pour finir sur une note plus légère et que peu de monde comprendra, un grand merci à Nami-san qui m’a tenu compagnie pendant les longues heures de *shifts* nocturnes à IR2, et qui a veillé sur moi la nuit pendant la période difficile de la rédaction de ma thèse.





## Résumé

La violation de  $CP$  dans le système des mésons  $B$  est étudiée auprès des usines à  $B$  depuis maintenant 8 ans. Fortes d'un premier succès après la mesure de grande précision de l'angle  $\beta$  du Triangle d'Unitarité, elles s'attèlent depuis peu à l'étude des deux derniers angles :  $\alpha$  et  $\gamma$ , qui sont encore très mal connus.

Le travail présenté dans cette thèse concerne la mesure de l'angle  $\gamma$  auprès du détecteur *BABAR* à SLAC en considérant les désintégrations  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ . La méthode utilisée s'appuie sur les interférences au niveau du plan de Dalitz de la désintégration à trois corps :  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ , entre une contribution à l'amplitude de désintégration proportionnelle à l'élément  $V_{ub}$  de la matrice CKM et une contribution proportionnelle à l'élément  $V_{cb}$  de cette même matrice. Cette méthode avait déjà été utilisée pour la mesure de l'angle  $\gamma$  dans les désintégrations  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  et  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$ .

Ce nouveau mode permet d'améliorer l'erreur statistique sur la mesure de  $3^\circ$ , nous mesurons alors :

$$\gamma = (67 \pm 28 \pm 13 \pm 11)^\circ.$$

La première incertitude correspond à l'erreur statistique, la deuxième à l'erreur systématique expérimentale et la troisième à l'erreur systématique associée au modèle utilisé pour décrire le plan de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ . Une présentation détaillée de ce modèle est aussi proposée car il est crucial pour l'analyse.

A l'avenir, pour améliorer cette mesure, il faudra affiner la description du modèle de Dalitz à mesure que le nombre d'événements disponibles auprès des usines à  $B$  augmentent.

## Summary

$CP$  violation in the  $B$  mesons system has been studied by the  $B$  factories for almost 8 years. After a first success with the high precision measurement of the Unitarity Triangle angle  $\beta$ , they are now facing a new challenge : the study of the two last angles,  $\alpha$  and  $\gamma$ , which are still poorly known.

The work presented in this thesis is related to the measurement of the angle  $\gamma$  using the  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  events from data collected by the *BABAR* detector at SLAC. The method implied is based on the interferences between two amplitudes along the Dalitz plot of the three-body decay  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ , one related to the  $V_{ub}$  element of the CKM matrix and the other related to the  $V_{cb}$  element. This method have already been used in the measurement of  $\gamma$  in  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  and  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$  decays.

Adding the new mode  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  helps improving the statistical error of the measurement by  $3^\circ$  which leads to :

$$\gamma = (67 \pm 28 \pm 13 \pm 11)^\circ.$$

The first error is statistical, the second one comes from experimental systematic uncertainties and the third one is the systematic uncertainty associated to the model used to describe the Dalitz plot  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ . Since this model is a crucial point for the analysis, we describe it in detail.

For the future, in order to improve the measurement of  $\gamma$ , it will be necessary to refine the Dalitz model as the number of events available at the  $B$  factories will increase.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Introduction</b>	<b>ix</b>
<b>1 Éléments de théorie</b>	<b>1</b>
1.1 Le système des mésons $B$	1
1.1.1 Définitions	2
1.1.2 Oscillation des $B^0$	2
1.1.3 Production cohérente de paires $B^0\bar{B}^0$ dans les usines à $B$	4
1.2 Du Modèle Standard à la violation de $CP$	4
1.2.1 Les symétries $C$ , $P$ et $T$	5
1.2.2 Symétries de jauge et champ de Higgs	6
1.2.3 Masse des quarks	6
1.2.4 Couplage des courants chargés aux quarks	7
1.2.5 Origine de la violation de $CP$	8
1.3 Paramétrisation standard	9
1.3.1 Paramétrisations de la matrice CKM	9
1.3.2 Le triangle d'unitarité	9
1.4 Types de violation de $CP$	11
1.4.1 Violation de $CP$ dans la désintégration	11
1.4.2 Violation de $CP$ dans le mélange	12
1.4.3 Violation de $CP$ dans l'interférence entre les désintégrations avec et sans mélange	12
1.5 Contraintes actuelles sur la matrice CKM	13
1.5.1 Contraintes expérimentales obtenues en dehors des usines à $B$	13
1.5.2 Contraintes expérimentales obtenues auprès des usines à $B$	13
1.5.3 Ajustement global	14
<b>2 Mesurer l'angle <math>\gamma</math></b>	<b>17</b>
2.1 Modes en arbre	17
2.1.1 Description des canaux $B^- \rightarrow D^{(*)0}K^{(*)-}$	18
2.1.1.1 La méthode GLW	19
2.1.1.2 La méthode ADS	20
2.1.1.3 La méthode Dalitz (GGSZ)	22
2.1.1.4 Combinaison des trois méthodes	25
2.1.2 Description des canaux $B^0 \rightarrow D^{(*)\pm}\pi^\pm$	25
2.2 Modes pingouins	27
2.2.1 Modes pingouins dans les désintégrations non-charmées de $B$ en deux corps	27
2.2.2 Description des canaux $B \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$	28

2.2.3	Limites . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>31</b>
3.1	Le collisionneur PEP-II . . . . .	31
3.2	Le détecteur <i>BABAR</i> . . . . .	33
3.2.1	Le détecteur de vertex (SVT) . . . . .	35
3.2.2	La chambre à dérive (DCH) . . . . .	37
3.2.3	Le détecteur Cherenkov (DIRC) . . . . .	39
3.2.4	Le calorimètre électromagnétique (EMC) . . . . .	40
3.2.5	L'aimant supra-conducteur . . . . .	42
3.2.6	Le retour de flux instrumenté (IFR) . . . . .	43
3.3	Traitement des données . . . . .	45
3.3.1	Le système de déclenchement . . . . .	45
3.3.2	Le système d'acquisition des données . . . . .	46
3.3.3	Echantillon de données . . . . .	46
3.4	Outils d'analyse . . . . .	47
3.4.1	Description des différents types de bruit de fond . . . . .	48
3.4.1.1	Bruit de fond de continuum $q\bar{q}$ . . . . .	48
3.4.1.2	Bruit de fond $B\bar{B}$ . . . . .	48
3.4.2	Outils de reconstruction . . . . .	48
3.4.2.1	Reconstruction des traces de particules chargées . . . . .	49
3.4.2.2	Ajustements cinématiques et géométriques . . . . .	49
3.4.2.3	Reconstruction des candidats $B$ . . . . .	50
3.4.3	Outil d'évaluation de la qualité d'un ajustement : <i>pull</i> . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Mesure de <math>\gamma</math> dans les désintégrations <math>B \rightarrow D^0(K_S\pi\pi)K^*</math></b>	<b>53</b>
4.1	Mesure de l'angle $\gamma$ . . . . .	53
4.1.1	Mesurer $\gamma$ dans des modes avec un $B$ chargé . . . . .	53
4.1.2	Mesurer $\gamma$ dans des modes avec un $B$ neutre . . . . .	54
4.2	Modèle de Dalitz . . . . .	55
4.2.1	Description générale d'un plan de Dalitz . . . . .	55
4.2.2	Modèle utilisé pour décrire le plan de Dalitz $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ . . . . .	56
4.2.3	Calcul de l'amplitude sur le plan de Dalitz . . . . .	58
4.2.4	Définition de la fonction de densité de probabilité . . . . .	61
4.2.5	Intégration de la fonction de densité de probabilité . . . . .	61
4.3	Ajustement du modèle de Dalitz . . . . .	63
4.3.1	Sélection et reconstruction des événements $D^{*\pm} \rightarrow D^0(K_S\pi\pi)\pi^\pm$ . . . . .	63
4.3.1.1	Reconstruction du $D^0$ et du $D^*$ . . . . .	63
4.3.1.2	Sélection des événements $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ . . . . .	64
4.3.2	Description et paramétrisation du bruit de fond . . . . .	64
4.3.3	Ajustement du modèle de Dalitz et résultats . . . . .	66
4.3.3.1	Efficacité . . . . .	67
4.3.3.2	Résultats . . . . .	67
4.4	Fonction de densité de probabilité . . . . .	69
4.4.1	Dépendance en $\gamma$ de la fonction de densité de probabilité . . . . .	70
4.4.2	Transposition au cas de la désintégration $B \rightarrow D^0 K^*$ . . . . .	71
4.4.3	Sensibilité de la mesure au paramètre $\gamma$ . . . . .	72
4.4.4	Description des coordonnées polaires . . . . .	72
4.4.5	Passage aux coordonnées cartésiennes . . . . .	76

4.4.6	Normalisation de la fonction de densité de probabilité . . . . .	78
4.5	Conclusion . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Analyse du mode <math>B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}</math></b>	<b>83</b>
5.1	Reconstruction des événements . . . . .	83
5.1.1	Reconstruction des candidats $K_S$ . . . . .	83
5.1.2	Reconstruction des candidats $D^0$ et $K^*$ . . . . .	84
5.1.3	Reconstruction des candidats $B$ . . . . .	84
5.2	Sélection . . . . .	85
5.2.1	Suppression du bruit de fond de continuum . . . . .	86
5.2.1.1	Variables topologiques . . . . .	86
5.2.1.2	Discriminant de Fisher . . . . .	87
5.2.2	Rejection du bruit de fond par des variables cinématique . . . . .	89
5.2.2.1	Variables $m_{ES}$ et $\Delta E$ . . . . .	89
5.2.2.2	Masses reconstruites . . . . .	91
5.2.2.3	Variable $\cos(\alpha_{K_S})$ . . . . .	92
5.2.3	Caractérisation du bruit de fond $B\bar{B}$ . . . . .	93
5.2.4	Optimisation des coupures sur la masse reconstruite et l'hélicité du $K^*$ . . .	94
5.2.5	Evaluation finale de l'efficacité des coupures . . . . .	97
5.2.6	Sélection du meilleur candidat . . . . .	97
5.2.7	Comparaison données/Monte Carlo . . . . .	98
5.3	Ajustement des paramètres $CP$ . . . . .	98
5.3.1	Description générale de l'ajustement . . . . .	99
5.3.2	Mesure des paramètres des fonctions de densité de probabilité pour $m_{ES}$ , $\Delta E$ et $\mathcal{F}$ . . . . .	100
5.3.3	Détermination des fonctions de densité de probabilité pour les événements sans vrai $D^0$ . . . . .	103
5.3.4	Evaluation des fractions de vrais $D^0$ et d'événements <i>right sign</i> . . . . .	105
5.3.5	Variation de l'efficacité sur le plan de Dalitz pour les $D^0$ . . . . .	107
5.3.6	Validation de la procédure d'ajustement . . . . .	108
5.3.7	Impact de l'ajustement du paramètre $r_s^2$ sur la mesure . . . . .	112
5.4	Résultats sur les données . . . . .	112
5.4.1	Validation de la méthode . . . . .	114
5.4.2	Evaluation des erreurs systématiques . . . . .	115
5.4.2.1	Paramètres de $\mathcal{P}(m_{ES})$ et $\mathcal{P}(\mathcal{F})$ . . . . .	115
5.4.2.2	Fractions de vrais $D^0$ et d'événements avec un vrai $D^0$ <i>right sign</i> . .	116
5.4.2.3	Corrections des efficacités . . . . .	117
5.4.2.4	Paramétrisations du Dalitz pour les bruits de fond . . . . .	118
5.4.2.5	Résolution sur les masses invariantes carrées . . . . .	118
5.4.2.6	Amplitudes et phases du modèle de Dalitz . . . . .	120
5.4.3	Evaluation de l'erreur systématique dû au choix du modèle de Dalitz utilisé .	120
5.4.4	Résultats . . . . .	120
5.5	Interprétation fréquentiste . . . . .	122
5.6	Résultats personnels . . . . .	125
5.6.1	Méthode d'ajustement des paramètres $CP$ . . . . .	126
5.6.2	Résultats de l'ajustement . . . . .	127

<b>6</b>	<b>Étude Monte Carlo du mode <math>B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}</math></b>	<b>131</b>
6.1	Etude des <i>pulls</i> . . . . .	131
6.1.1	Fonction densité de probabilité . . . . .	131
6.1.2	Choix des paramètres $CP$ . . . . .	132
6.1.2.1	Coordonnées cartésiennes . . . . .	133
6.1.2.2	Pourquoi le problème n'apparaissait pas dans les analyses $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$ ? . . . . .	134
6.1.2.3	Coordonnées polaires . . . . .	135
6.1.2.4	Extrapolation pour le futur . . . . .	136
6.2	Détermination de $k$ . . . . .	138
6.2.1	Description de la méthode . . . . .	139
6.2.2	Modèle de Dalitz $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^+ \pi^-$ . . . . .	140
6.2.3	Variation de $r_s$ sur le plan de Dalitz . . . . .	141
6.2.4	Détermination de $k$ . . . . .	143
<b>A</b>	<b>Analyse de la désintégration <math>B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-</math></b>	<b>145</b>
A.1	Motivations de l'analyse . . . . .	145
A.2	Reconstruction et sélection . . . . .	147
A.2.1	Reconstruction des événements . . . . .	147
A.2.2	Sélection des événements . . . . .	147
A.2.2.1	Identification des pions et kaons chargés . . . . .	148
A.2.2.2	Sélection des pions neutres . . . . .	148
A.2.2.3	Coupures relatives aux mésons $K^{*+}$ et $\rho^-$ . . . . .	148
A.2.2.4	Coupures cinématiques . . . . .	149
A.2.3	Événements avec candidats multiples . . . . .	150
A.2.4	Réseau de neurones . . . . .	150
A.2.5	Veto sur les $D^0$ . . . . .	151
A.2.6	Efficacité de la sélection . . . . .	153
A.3	Ajustement par maximum de vraisemblance . . . . .	153
A.3.1	Fonction de vraisemblance . . . . .	153
A.3.2	Fonctions de densité de probabilité . . . . .	154
A.3.3	Paramétrisation des fonctions de densité de probabilité . . . . .	155
A.3.4	Validation de la méthode d'ajustement . . . . .	155
A.3.4.1	Distributions des <i>pulls</i> . . . . .	156
A.3.4.2	Qualité de la paramétrisation des fonctions de densité de probabilité . . . . .	157
A.3.4.3	Ajustements sur des événements Monte Carlo générique ou <i>off-peak</i> . . . . .	160
A.4	Evaluation des résultats . . . . .	161
A.4.0.4	Erreurs systématiques . . . . .	161
A.4.0.5	Résultats . . . . .	163
<b>B</b>	<b>Expression des termes Breit-Wigner de Gounaris-Sakourai</b>	<b>165</b>
<b>C</b>	<b>Paramétrisation des ondes <math>S \pi \pi</math> avec la matrice <math>K</math></b>	<b>167</b>

# Introduction

Le travail que je présente dans ma thèse porte principalement sur la mesure de l'angle  $\gamma$  du Triangle d'Unitarité. Le Triangle d'Unitarité est une représentation schématique de l'effet de la violation de la symétrie  $CP$  dans le secteur des mésons  $B$ . Mesurer les différents paramètres de ce triangle, permet donc en premier lieu d'évaluer l'intensité de ce mécanisme de violation de  $CP$ .

Au début de ma thèse en 2004, l'angle  $\gamma$  du Triangle d'Unitarité était le plus mal connu car sa mesure est difficile et elle n'avait pas réellement été envisagée au moment de la conception des expériences dédiées à l'étude de la violation de  $CP$  pour les mésons  $B$  que sont les usines à  $B$ . Les performances des usines à  $B$ , bien au-dessus des prévisions estimées lors de leur construction, la quantité et la qualité des données permettent maintenant de mesurer l'angle  $\gamma$  avec une incertitude raisonnable. Au sein de la collaboration *BABAR*, j'ai donc réalisé l'analyse de la désintégration  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  avec  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  qui était le dernier chaînon manquant pour compléter la mesure de l'angle  $\gamma$  pour l'ensemble des modes  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$ . Cette mesure est à l'heure actuelle la plus précise qui ait été réalisée, mais elle est encore loin d'être compétitive avec des mesures indirectes qui tiennent compte de l'ensemble des contraintes sur le Triangle d'Unitarité combinées dans le cadre du Modèle Standard.

Je présente dans ma thèse, six chapitres pour expliquer comment la mesure de l'angle  $\gamma$  à partir de la désintégration  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  avec  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ , a été réalisée et dans quel contexte elle s'inscrit.

Je décris d'abord le cadre théorique du Modèle Standard pour le secteur des quarks. Nous verrons donc comment, à partir du Lagrangien du Modèle Standard, la violation de  $CP$  apparaît naturellement en considérant trois générations de quarks, pourquoi l'étude des mésons  $B$  est particulièrement propice à la mesure de la violation de  $CP$  et quelles sont les contraintes actuelles que l'on mesure sur les paramètres du Triangle d'Unitarité.

Le deuxième chapitre se focalise sur les différentes méthodes développées pour mesurer  $\gamma$  auprès des usines à  $B$ . Les trois méthodes principales sont basées sur l'étude des différents modes  $B \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)}$ , elles donnent aujourd'hui la mesure directe de  $\gamma$  la plus précise comme je l'ai déjà dit, et sont promises à un bel avenir quand plus d'événements auront été enregistrés avec les usines à  $B$ . Pour être complet, je montre également dans ce chapitre d'autres méthodes de mesure de  $\gamma$  qui reposent cependant sur des hypothèses théoriques fortes.

Le chapitre 3 est consacré à la description du dispositif expérimental : le collisionneur PEP-II et le détecteur *BABAR*. Je détaille les caractéristiques de chaque sous-détecteur et du système d'acquisition des données. Ce chapitre se finit par une partie détaillant les outils et méthodes d'analyse qui sont utilisées par la collaboration *BABAR* et donc dans les analyses de ma thèse.

Ensuite, je consacre un chapitre spécifique pour décrire la méthode de mesure de  $\gamma$  dans les analyses  $B \rightarrow D^0 K^*$  où le  $D^0$  se désintègre en  $K_S \pi \pi$ , ainsi que ses contraintes. Je montre donc quels paramètres sont utilisés pour modéliser la désintégration  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  et comment ils sont obtenus à partir des données *BABAR*. Ensuite j'explique comment à partir de ce modèle, on peut être sensible à  $\gamma$  et enfin quels sont les paramètres qui contribuent le plus à cette sensibilité. Ce chapitre est essentiel pour tout ce qui suit car il présente en fait l'ensemble des concepts et expres-

sions nécessaires pour mener à bien les analyses de ma thèse. Les deux derniers chapitres font donc très souvent référence à celui-ci.

Le quatrième chapitre est la partie centrale de ma thèse car j’y présente l’ensemble de l’analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ . L’analyse est découpée en plusieurs étapes : la reconstruction des événements à partir des informations recueillies auprès du détecteur *BABAR*, la sélection des événements à partir de coupures sur certaines variables discriminantes pour réduire le bruit de fond, l’ajustement des données pour extraire les paramètres de la mesure et l’interprétation statistique de ces paramètres en terme de l’angle  $\gamma$ . Je donne les résultats ”officiels” de la collaboration *BABAR* ainsi qu’une évaluation personnelle de ceux-ci.

Pour finir, le dernier chapitre s’articule autour de la compréhension de certains problèmes rencontrés lors de la réalisation de l’ajustement final pour les analyses  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  et  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ . Il propose une explication aux biais observés lors des tests du comportement de l’ajustement, ainsi qu’une nouvelle méthode pour traiter le cas spécifique des désintégrations  $B \rightarrow D^0 K^*$  par opposition aux désintégrations  $B \rightarrow D^0 K$ .

J’ai ajouté quelques annexes pour terminer dont une en particulier consacrée à une analyse réalisée au tout début de ma thèse sur la désintégration  $B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-$ .



# Chapitre 1

## Eléments de théorie

A l'heure où le LHC (*Large Hadron Collider*) est sur le point de démarrer, à la veille du franchissement d'un nouveau seuil en énergie, aucune faille dans le Modèle Standard n'a pu être mise en évidence. Le Modèle Standard est une théorie de jauge basée sur le groupe de symétrie  $SU(3)_{couleur} \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  ; il semble expliquer l'ensemble des phénomènes observés jusqu'à maintenant en physique des particules à l'exception des neutrinos. La communauté scientifique qui l'étudie aime à penser qu'il ne s'agit pourtant que d'une version simplifiée à une énergie faible, d'une théorie plus fondamentale.

Cette théorie plus fondamentale inclurait les nombreux éléments observés jusqu'à maintenant mais pas encore expliqués dans le cadre du Modèle Standard comme : l'absence d'un pendant quantique à la théorie de la gravitation bien connue à l'échelle macroscopique, l'impossibilité pour les mécanismes de violation de  $CP$  connus d'être la cause de l'asymétrie matière-antimatière dans l'univers quantitativement, l'étalement des masses des fermions sur plusieurs ordres de grandeur ... Le LHC devrait permettre la découverte du boson de Higgs, dernière pièce encore manquante au Modèle Standard, et apporter quelques éléments nouveaux pour mieux appréhender cette nouvelle théorie au delà du Modèle Standard.

Ma thèse est concentrée sur l'analyse de la violation de  $CP$  dans le secteur électrofaible auprès de l'expérience *BABAR*. La violation de  $CP$  a été découverte en 1964 dans les désintégrations des kaons neutres [1]. Son étude s'est poursuivie depuis cette période pour plusieurs raisons. La première est la démonstration par Sakharov en 1967 [2] qu'un ingrédient indispensable à l'explication de l'asymétrie matière-antimatière dans l'univers est la présence de mécanismes de violation  $CP$ . La deuxième est l'introduction en 1973 par Kobayashi et Maskawa [3] de la matrice de mélange des quarks qui prédit d'autres effets de la violation de  $CP$  en dehors du secteur des kaons. Et la dernière est la présence dans le secteur des mésons  $B$ , de mécanismes de violation de  $CP$  sensibles à certains phénomènes envisagés au-delà du Modèle Standard par l'intermédiaire de diagrammes impliquant des particules virtuels.

Ce chapitre décrit le mécanisme de violation de  $CP$  issu de la théorie du Modèle Standard, les différents types de désintégrations dans lequel il peut intervenir et l'état actuel des connaissances sur les paramètres qui permettent de le décrire.

### 1.1 Le système des mésons $B$

Le système des mésons  $B$  est un secteur privilégié pour l'étude de la violation de  $CP$ . Je décris dans cette partie les caractéristiques principales de ces mésons en rapport avec la symétrie  $CP$ , les oscillations et leur production.

### 1.1.1 Définitions

Les mésons  $B$  sont les mésons contenant un quark  $b$ . Il y a 4 types de méson  $B$  en fonction du quark associé, qui peut être de la première famille  $u$  ou  $d$ , ou de la deuxième famille  $s$  ou  $c$ . Le tableau 1.1 donne les caractéristiques (masse et durée de vie) des 4 types de méson  $B$ . Les usines à  $B$  produisent uniquement des mésons chargés  $B_u$  et neutres  $B_d$  en passant par la résonance  $\Upsilon(4S)$  (Sec. 1.1.3). Les deux autres types de mésons  $B$  ne sont pas produits<sup>1</sup>.

Méson	Masse (MeV/ $c^2$ )	Durée de vie (ps)
$B_u$	$5279.0 \pm 0.5$	$1.638 \pm 0.011$
$B_d$	$5279.4 \pm 0.4$	$1.530 \pm 0.009$
$B_s$	$5367.5 \pm 1.8$	$1.466 \pm 0.059$
$B_c$	$6286 \pm 5$	$0.46 \pm 0.18$

TAB. 1.1 – Caractéristiques physiques des différents types de mésons  $B$  [4].

On peut décliner les mésons  $B^0$  sur trois bases d'états propres différentes<sup>2</sup> :

- la base des états propres de saveur  $|B^0\rangle$  et  $|\bar{B}^0\rangle$ .

Chaque état correspond à une structure de quarks bien définie. Pour les  $B$  chargés, la charge donne l'état de saveur.

- la base des états propres de  $CP$   $|B_{CP=+1}\rangle$  et  $|B_{CP=-1}\rangle$ .

Chaque état reste inchangé au signe près sous la symétrie  $CP$ , dont l'opérateur est  $\mathcal{O}_{CP}$  :

$$\mathcal{O}_{CP}|B_{CP=+1}\rangle = +|B_{CP=+1}\rangle, \quad (1.1)$$

$$\mathcal{O}_{CP}|B_{CP=-1}\rangle = -|B_{CP=-1}\rangle. \quad (1.2)$$

- la base des états propre de masse  $|B_L\rangle$  ( $L$  pour *light*) et  $|B_H\rangle$  ( $H$  pour *heavy*).

Chaque état est état propre du Lagrangien de l'interaction faible, a une masse  $M$  et une largeur  $\Gamma$ . Pour les  $B$  chargés, les états propres de masse sont confondus avec les états propres de saveur car ils n'oscillent pas.

Si la symétrie  $CP$  était une bonne symétrie, les états propres de masse seraient les mêmes que les états propres de  $CP$ .

### 1.1.2 Oscillation des $B^0$

Toute combinaison linéaire des états finals de saveur  $|B^0\rangle$  et  $|\bar{B}^0\rangle$  évolue dans le temps en suivant l'équation de Schrödinger :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |B^0(t)\rangle \\ |\bar{B}^0(t)\rangle \end{pmatrix} = \left( M - i \frac{\Gamma}{2} \right) \begin{pmatrix} |B^0(t)\rangle \\ |\bar{B}^0(t)\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

où  $M$  et  $\Gamma$  sont des matrices  $2 \times 2$  hermitiques. Les termes non-diagonaux représentent respectivement les contributions de dispersion et d'absorption qui interviennent dans les diagrammes en boîte de la transition  $B^0 \rightarrow \bar{B}^0$  par échange de deux  $W$  (Fig. 1.1).

<sup>1</sup>Les mésons  $B_s$  peuvent être produits en quantité appréciable en utilisant la résonance  $\Upsilon(5S)$ .

<sup>2</sup>Strictement parlant, les mésons  $B$  ne sont pas des états propres puisqu'ils se désintègrent. Il ne s'agit que d'un léger abus de langage puisqu'en première approximation, on peut négliger cette désintégration et étudier le sous-espace de Hilbert des mésons  $B$  seuls. Nous allons y recourir dans cette section.

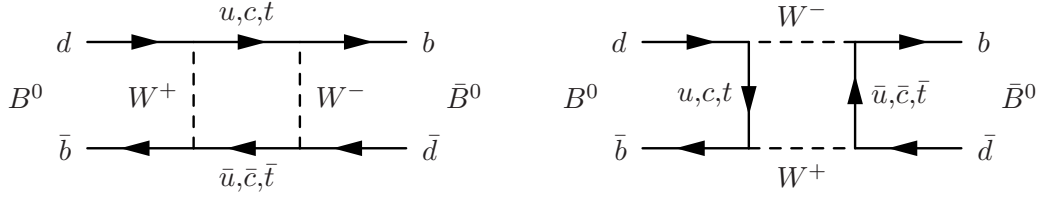


FIG. 1.1 – Diagrammes de Feynman gouvernant l'oscillation des mésons  $B$  dans le Modèle Standard. La contribution dominante est donnée par les diagrammes faisant intervenir des quarks  $t$  dans la boucle, l'amplitude est en fait proportionnelle à la masse au carré des particules échangées.

Les états propres de masse peuvent être écrits comme superpositions linéaires d'états propres de saveur. On les exprime alors en fonction des états propres de saveur au temps  $t = 0$  comme :

$$|B_L\rangle = p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle, \quad (1.4)$$

$$|B_H\rangle = p|B^0\rangle - q|\bar{B}^0\rangle, \quad (1.5)$$

où  $p^2 + q^2 = 1$ . Par définition,  $|B_L\rangle$  et  $|B_H\rangle$  sont également les vecteurs propres de la matrice  $M - i\frac{\Gamma}{2}$ , leur évolution temporelle est donc donnée par l'expression :

$$|B_{H,L}(t)\rangle = e^{-i(M_{H,L} - i\frac{\Gamma_{H,L}}{2})t} |B_{H,L}(t=0)\rangle. \quad (1.6)$$

Dans la suite, on utilisera la notation suivante pour les masses et durées de vie :

$$m_B = \frac{M_H + M_L}{2}, \quad \Gamma_B = \frac{\Gamma_H + \Gamma_L}{2}, \quad (1.7)$$

$$\Delta m_B = M_H - M_L, \quad \Delta \Gamma_B = \Gamma_H - \Gamma_L. \quad (1.8)$$

En inversant les relations des équations 1.4 et 1.5 combinées avec la relation 1.6, on obtient l'expression de l'évolution temporelle d'un état  $B^0$  (respectivement  $\bar{B}^0$ ) initialement pur à  $t = 0$  :

$$|B^0(t)\rangle = g_+(t)|B^0\rangle + \frac{q}{p}g_-(t)|\bar{B}^0\rangle, \quad (1.9)$$

$$|\bar{B}^0(t)\rangle = \frac{p}{q}g_-(t)|B^0\rangle + g_+(t)|\bar{B}^0\rangle, \quad (1.10)$$

où

$$g_+(t) = e^{-i(m_B - i\frac{\Gamma_B}{2})t} \left[ \cosh \frac{\Delta \Gamma_B t}{4} \cos \frac{\Delta m_B t}{2} - i \sinh \frac{\Delta \Gamma_B t}{4} \sin \frac{\Delta m_B t}{2} \right], \quad (1.11)$$

$$g_-(t) = e^{-i(m_B - i\frac{\Gamma_B}{2})t} \left[ -\sinh \frac{\Delta \Gamma_B t}{4} \cos \frac{\Delta m_B t}{2} + i \cosh \frac{\Delta \Gamma_B t}{4} \sin \frac{\Delta m_B t}{2} \right]. \quad (1.12)$$

La forme donnée des deux fonctions  $g_+$  et  $g_-$  est la plus générale, elle peut être simplifiée en tenant compte des propriétés du système de mésons considéré. Pour le système des mésons  $B_d$ , les durées de vie des deux mésons sont très proches. Leur différence n'a pas encore été mesurée mais elle est négligeable devant la différence de masse  $\Delta m_B$ <sup>1</sup>. On a donc  $\Delta \Gamma_B \ll \Delta m_B$  et :

$$|B^0(t)\rangle = e^{-i(m_B - i\frac{\Gamma_B}{2})t} \left[ \cos \frac{\Delta m_B t}{2} |B^0\rangle + i \frac{q}{p} \sin \frac{\Delta m_B t}{2} |\bar{B}^0\rangle \right], \quad (1.13)$$

$$|\bar{B}^0(t)\rangle = e^{-i(m_B - i\frac{\Gamma_B}{2})t} \left[ \cos \frac{\Delta m_B t}{2} |\bar{B}^0\rangle + i \frac{p}{q} \sin \frac{\Delta m_B t}{2} |B^0\rangle \right]. \quad (1.14)$$

<sup>1</sup>La différence de masse mesurée pour les mésons  $B_d$  vaut :  $\Delta m_{B^0} = (0.507 \pm 0.005) \text{ ps}^{-1}$  [4].

### 1.1.3 Production cohérente de paires $B^0\bar{B}^0$ dans les usines à $B$

Les usines à  $B$  exploitent le fait que l'on peut produire des paires  $B^0\bar{B}^0$  cohérentes pour étudier la violation de  $CP$ . Les mésons  $B$  sont produits par paire par interaction forte lors de la désintégration de la résonance  $\Upsilon(4S)$ , état lié  $b\bar{b}$  de masse  $10.58 \text{ GeV}/c^2$  située juste au-delà du seuil de production des paires de mésons  $B_u$  ou  $B_d$ . La figure 1.2 montre le diagramme de Feynman correspondant à la production d'une paire de mésons  $B$ .

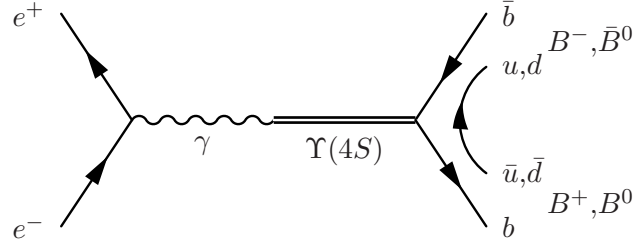


FIG. 1.2 – Diagramme de production d'une paire  $B^+B^-$  ou  $B^0\bar{B}^0$  par l'intermédiaire d'une résonance  $\Upsilon(4S)$ .

La physique quantique permet de montrer que cette paire est produite de façon cohérente. A chaque instant, il y a exactement un  $B^0$  et un  $\bar{B}^0$ . Les deux mésons évoluent en phase. En effet, la fonction d'onde totale de la paire doit être symétrique d'après la statistique de Bose-Einstein. Or elle est le produit d'une fonction d'onde spatiale, antisymétrique car la paire a un moment angulaire  $L = 1^1$ , et d'une fonction d'onde de saveur. Cette dernière doit donc être antisymétrique à chaque instant pour satisfaire à la statistique quantique.

Si un  $B$  se désintègre et que l'on peut identifier sa saveur, on connaît la saveur de l'autre  $B$  à cet instant et on peut alors suivre son évolution dans le temps en utilisant une des deux relations 1.13 ou 1.14. En mesurant la distance séparant les deux vertex de désintégration des  $B$ , on peut donc mesurer le temps  $\Delta t$  écoulé entre les deux désintégrations. Dans les usines à  $B$ , la paire est *boostée*<sup>2</sup> dans la direction des faisceaux pour que  $\Delta t$  soit expérimentalement mesurable. La figure 1.3 montre la production *boostée* des deux mésons  $B$ . Le méson  $B_{rec}$  est reconstruit exclusivement et le méson  $B_{sav}$  est un état propre de saveur, identifié à partir de certains de ses produits de désintégration. Les événements sont alors classés en plusieurs catégories dites de *tagging* (étiquetage) en fonction des particules qui ont permis d'identifier la saveur de  $B_{sav}$ .

## 1.2 Du Modèle Standard à la violation de $CP$

L'origine de la violation de  $CP$  est directement inscrite dans la description actuelle du Modèle Standard dans le secteur des quarks. Cette partie montre comment la symétrie  $CP$  peut être violée en considérant 3 générations de particules fondamentales.

<sup>1</sup>Les mésons  $B$  ont un spin  $J = 0$  et l' $\Upsilon(4S)$  a un spin  $J = 1$ .

<sup>2</sup>L'énergie des électrons est différente de celle des positrons de telle sorte que l' $\Upsilon(4S)$  ne soit pas produit au repos dans le référentiel du laboratoire, et que par conséquent les mésons  $B$  aient une impulsion non nulle et volent dans le détecteur. Comme l' $\Upsilon(4S)$  est juste au delà du seuil de production  $b\bar{b}$ , dans le référentiel de l' $\Upsilon(4S)$ , les deux mésons  $B$  sont produits presque au repos.

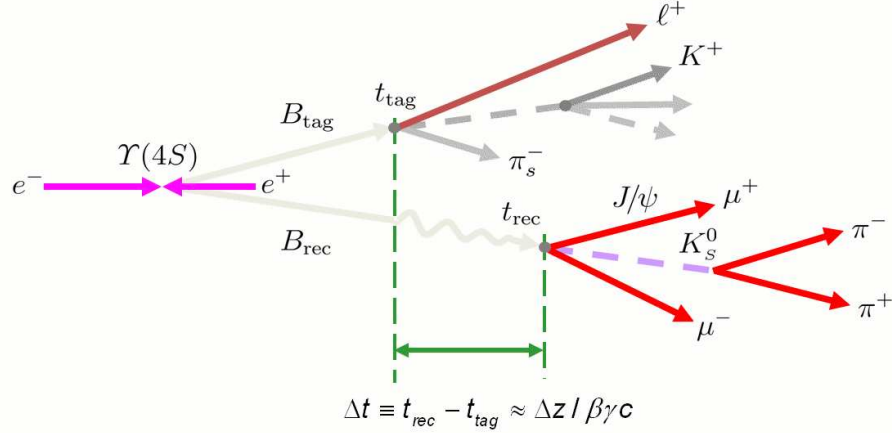


FIG. 1.3 – Schéma de la production et de la reconstruction d’une paire de mésons  $B$ . La saveur du  $B_{sav}$  est identifiée à partir de certaines de ses particules filles. Le  $B_{rec}$  est complètement reconstruit. La différence entre les distances de vol de chaque  $B$  permet de mesurer le temps séparant les deux désintégrations.

### 1.2.1 Les symétries $C$ , $P$ et $T$

La symétrie  $CPT$  est une symétrie fondamentale des lois de la physique. Le théorème  $CPT$  introduit en 1951 par J. Schwinger [5] et consolidé quelques années plus tard par W. Pauli et G. Lüders [6, 7], stipule que tout hamiltonien d’une théorie de champ local est conservé sous cette symétrie. Cependant les symétries individuelles  $C$ ,  $P$  et  $T$  ne sont pas conservées pour toutes les interactions.

La symétrie  $P$  ou ”parité”, est la symétrie de retournement de l’espace. Elle échange tout vecteur  $\vec{r}$  de l’espace en son opposé  $-\vec{r}$ . Toutes les interactions conservent cette symétrie à l’exception de l’interaction faible comme l’a montré C.S. Wu en 1957 [8] en étudiant la désintégration  $\beta$  du  $\text{Co}^{60}$  en  $\text{Ni}^{60*}e^-\bar{\nu}_e$  comme l’avaient proposé les deux théoriciens Lee et Yang [9].

La symétrie  $C$  ou ”conjugaison de charge”, transforme une particule en son anti-particule. L’interaction électromagnétique, l’interaction forte et la gravité conservent cette symétrie, tandis que l’interaction faible la viole de façon maximale. En effet en 1958, on a pu montrer que bien que le neutrino de chiralité gauche était observé, son anti-particule, l’anti-neutrino gauche, ne l’était jamais [10]. Dans cette même expérience, on peut voir que le neutrino droit n’est pas observé ce qui est le signe d’une violation maximale de la parité.

L’interaction faible ne conserve ni  $C$  ni  $P$ , mais elle conserve peut-être la combinaison des deux. En 1964, la violation de la symétrie  $CP$  bien que faible, a également été découverte dans le système des kaons neutres. En effet, il a été observé que les  $K_L$ , états propres de  $CP$  de valeur propre -1 si  $CP$  est conservée, pouvaient se désintégrer en un état final de valeur propre  $CP$  égale à +1. Les  $K_L$  se désintègrent majoritairement en 3 pions (valeur propre de  $CP = -1$ ) mais également en 2 pions (valeur propre de  $CP = +1$ ) ce qui met en évidence la présence de violation de  $CP$ . Le rapport suivant est alors non nul :

$$|\eta_{+-}| = \frac{A(|K_L\rangle \rightarrow 2\pi)}{A(|K_S\rangle \rightarrow 2\pi)} \neq 0, \quad (1.15)$$

et sa valeur mesurée était  $(2.27 \pm 0.02) \times 10^{-3}$  [1].

D’après le théorème  $CPT$ , si la symétrie  $CP$  est violée par l’interaction faible, alors pour que  $CPT$  reste conservée, il faut que  $T$  soit également violée.  $T$  est la symétrie par renversement du

temps. L'expérience CPLEAR [11] a observée pour la première fois en 2001, la violation de  $T$  dans le système des kaons neutres.

### 1.2.2 Symétries de jauge et champ de Higgs

Le Modèle Standard est basé sur la théorie de jauge  $SU(3)_{couleur} \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  produit de trois symétries de jauge.

La symétrie  $SU(3)_{couleur}$  est le cadre théorique de l'interaction forte, elle traduit le couplage des particules par leur charge quantique de "couleur". L'interaction forte est véhiculée par 8 bosons de jauge de masse nulle, les gluons. Pour les quarks et les gluons, on la décrit par la théorie de champs QCD (*Quantum ChromoDynamics*) avec la constante de couplage  $\alpha_s$ . Elle ne viole pas la symétrie  $CP$ .

Le produit des symétries  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  engendre l'interaction électrofaible. Les trois bosons de jauge de la symétrie  $SU(2)_L$  sont les  $W_\mu^i$  avec  $i = 1, 2$  ou  $3$ , et sont couplés aux quarks par la constante  $g$ . Celui de la symétrie  $U(1)_Y$  est le boson  $B_\mu$  avec la constante de couplage  $g'$ . Ils sont sans masse au départ mais en acquièrent une en introduisant "à la main" le mécanisme de Higgs.

On postule l'existence d'un doublet de champs scalaires  $\phi$  appelé champ de Higgs :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

avec le potentiel  $V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda/2 (\phi^\dagger \phi)^2$ , ce qui ajoute deux paramètres libres dans la théorie. Si on choisit une valeur moyenne dans le vide nulle pour le champ de Higgs, on obtient une solution symétrique mais instable, on prend alors une solution non nulle qui brise spontanément la symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , de la forme :

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

où  $v = \mu^2/\lambda$  ( $m_H^2 = 2\mu^2 = 2\lambda$ ).

En développant maintenant le terme cinétique du Lagrangien autour de la valeur du champ de Higgs dans le vide, on obtient les masses pour les bosons de jauge :

$$A_\mu = B_\mu \cos(\theta_W) + W_\mu^3 \sin(\theta_W), \quad (1.18)$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin(\theta_W) + W_\mu^3 \cos(\theta_W), \quad (1.19)$$

$$W_\mu^\pm = W_\mu^1 \mp iW_\mu^2. \quad (1.20)$$

On reconnaît alors le photon  $A_\mu$  de masse nulle, le  $Z$  ( $m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}$ ) et le doublet de  $W$  ( $m_W = \frac{1}{2}vg$ ), ainsi que l'angle de mélange faible  $\theta_W$  :  $\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$ .

### 1.2.3 Masse des quarks

Les fermions sont divisés en deux catégories, les quarks et les leptons, chacune divisée en trois familles. A l'exception des neutrinos, chaque fermion a une composante gauche sensible à l'interaction faible et doublet d'isospin faible, et une composante droite singulet d'isospin faible. Les neutrinos ont un statut spécial dans le modèle standard car leur composante droite n'a jamais été observée ce qui laisse penser qu'ils n'en ont pas, et pendant longtemps on pensait qu'ils n'avaient pas non plus de masse [4].

- leptons :

$$\begin{pmatrix} \nu_L^l \\ l_L \end{pmatrix}, l_R \quad \text{avec} \quad l = \{e, \mu, \tau\}. \quad (1.21)$$

- quarks :

$$\begin{pmatrix} U_L \\ D_L \end{pmatrix}, U_R, D_R \quad \text{avec} \quad U = \{u, c, t\} \quad \text{et} \quad D = \{d, s, b\}. \quad (1.22)$$

Les neutrinos droits n'ont jamais été observés, mais les expériences récentes d'oscillation de neutrinos laissent à penser qu'ils existent finalement.

Dans la nature, on observe que les masses des quarks sont toutes différentes. Or dans le Lagrangien de la théorie, ils n'acquièrent pas directement de masse comme c'est le cas pour les bosons de jauge, en introduisant le champ de Higgs. Il faut pour cela ajouter des termes de couplage entre les fermions et le champ de Higgs en introduisant un potentiel de Yukawa :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = Y_{ij}^u (\bar{U}_L^i, \bar{D}_L^i) \phi U_R^j + Y_{ij}^d (\bar{U}_L^i, \bar{D}_L^i) \phi D_R^j + c.h.^1, \quad (1.23)$$

où  $i$  et  $j$  correspondent aux 3 familles et  $Y^u$  et  $Y^d$  sont des matrices complexes  $3 \times 3$ . En développant autour de la valeur dans le vide du champ de Higgs, on obtient :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = M_{ij}^u \bar{U}_L^i U_R^j + M_{ij}^d \bar{D}_L^i D_R^j \quad (1.24)$$

où  $M^{u(d)} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^{u(d)}$  sont les matrices de masse des quarks "up" et "down" respectivement.

Les champs de quark du Lagrangien sont états propres de l'interaction électrofaible mais pas états propres de masse. Les matrices de masse  $M^q$  qui ne sont donc ni diagonales ni réelles, peuvent être exprimées en fonction de matrices de masse diagonales grâce à 4 matrices complexes unitaires  $V_{L,R}^{u,d}$  comme suit :

$$M_{diag}^u = V_L^{u\dagger} M^u V_R^u, \quad (1.25)$$

$$M_{diag}^d = V_L^{d\dagger} M^d V_R^d, \quad (1.26)$$

et le Lagrangien s'exprime alors en fonction des états propres de masse  $Q'$  comme :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = M_{diag}^u \bar{U}_L' U_R' + M_{diag}^d \bar{D}_L' D_R', \quad (1.27)$$

où  $U_L' = V_L^{u\dagger} U_L$ ,  $D_L' = V_L^{d\dagger} D_L$ ,  $U_R' = V_R^{u\dagger} U_R$  et  $D_R' = V_R^{d\dagger} D_R$ .

#### 1.2.4 Couplage des courants chargés aux quarks

Dans le Lagrangien, le terme d'interaction des courants chargés  $W^\pm$  avec les quarks est de la forme :

$$\mathcal{L}_{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U}_L \gamma^\mu D_L W_\mu^+ + c.h. \quad (1.28)$$

En remplaçant dans cette expression les états propres de saveur par leur définition en fonction des états propres de masse, on obtient :

$$\mathcal{L}_{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U}_L' V_L^u \gamma^\mu V_L^{d\dagger} D_L' W_\mu^+ + c.h. \quad (1.29)$$

---

<sup>1</sup>L'abréviation  $c.h.$  dans les équation désigne le conjugué hermitique.



La matrice CKM est alors définie comme  $V_{CKM} = V_L^u V_L^{d\dagger}$ . Chaque élément de cette matrice est donc proportionnel à un couplage des courants chargés  $W$  aux quarks pour les 9 permutations possibles entre un quark de la famille  $U$  et un quark de la famille  $D$  :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

### 1.2.5 Origine de la violation de $CP$

La symétrie  $CP$  transforme un opérateur en son conjugué hermitique adjoint :

$$\mathcal{O}(\vec{x}, t) \xrightarrow{CP} \mathcal{O}^\dagger(-\vec{x}, t). \quad (1.31)$$

Supposons maintenant un Lagrangien de la forme  $\mathcal{L} = a\mathcal{O} + a^*\mathcal{O}^\dagger$ , où  $a$  est une constante de couplage. Si  $a$  est réelle, le Lagrangien est invariant sous la symétrie  $CP$  et la symétrie n'est donc pas violée. Pour qu'elle le soit, il faut que  $a$  soit complexe.

Historiquement quand la violation de  $CP$  a été mise en évidence, seuls trois quarks avaient été découverts, les quarks  $u$ ,  $d$  et  $s$ . Cabibbo avait introduit en 1963 [12], l'angle  $\theta_C$  pour expliquer les transitions  $u \rightarrow d$  et  $u \rightarrow s$  intervenant dans les désintégrations des kaons. Un an après, la violation de  $CP$  était découverte, or comme on l'a vu il faut que le couplage soit complexe pour qu'elle puisse exister. Les couplages de Cabibbo :  $G_F \cos(\theta_C)$  pour les transitions  $u \rightarrow d$  et  $G_F \sin(\theta_C)$  pour les transitions  $u \rightarrow s$  étaient cependant réels et ne pouvaient pas expliquer l'observation expérimentale. L'idée de Kobayashi et Maskawa [3] en 1973 fut de remarquer qu'en considérant trois quarks supplémentaires (avant leur découverte expérimentale) pour former 3 familles, la matrice  $V_{CKM}$  devenait complexe. Dans les années qui suivirent, le quark  $c$  [13, 14] et le quark  $b$  [15] furent découverts. Ce n'est que récemment que le quark  $t$  a été mis en évidence [16].

Dans le cas général de  $n$  familles de quarks, la matrice CKM possède au maximum  $2n^2$  paramètres réels<sup>1</sup>. La condition d'unitarité de la matrice engendre  $n^2$  relations du type :

$$\sum_{k=1}^n V_{ik} V_{jk}^* = \delta_{ij}, \quad (1.32)$$

obtenues en multipliant les éléments des lignes (respectivement des colonnes) deux à deux. Il subsiste donc  $n^2$  paramètres réels en considérant ces relations d'unitarité.

L'invariance de phase des champs de quark pour les  $2n$  types de quark permet également d'éliminer  $2n - 1$  paramètres réels. Au final, la matrice ne dépend plus que de  $(n - 1)^2$  paramètres réels,  $\frac{1}{2}n(n - 1)$  sont des angles d'Euler et  $\frac{1}{2}(n - 1)(n - 2)$  sont des phases. Dans le cas de la désintégration des kaons, la matrice que considérait Cabibbo n'avait que deux familles, elle était donc paramétrée par un unique angle,  $\theta_C$ . En introduisant une troisième famille, la matrice CKM est paramétrée par 3 angles et 1 phase. Avec plus de trois familles, elle contiendrait plusieurs phases, mais les données actuelles permettent de privilégier un monde constitué de quarks classés en seulement trois familles.

Une matrice de mélange équivalente à la matrice CKM existe pour les neutrinos, on l'appelle la matrice MNSP [17]. Les leptons sont comme les quarks, classés en trois familles, ils peuvent donc être sensible à la violation de  $CP$  si la matrice MNSP contient une phase non nulle. Pour l'instant, l'avancement des recherches ne permet pas de vérifier l'existence ou non de la violation de  $CP$  dans ce secteur, et il est très probable que ce volet de l'étude de la violation de  $CP$  prenne beaucoup d'importance à l'avenir.

---

<sup>1</sup>La matrice CKM est de taille  $n \times n$  et chaque couplage peut être complexe, soit  $2n^2$  paramètres réels.



## 1.3 Paramétrisation standard

La matrice CKM possède de multiples paramétrisations qui satisfassent les propriétés établie dans la partie précédente. Je présente ici les deux paramétrisations les plus communes, ainsi qu'une représentation graphique de la relation d'unitarité pour le secteur des mésons  $B$  très utilisée dans le cadre des usines à  $B$ .

### 1.3.1 Paramétrisations de la matrice CKM

La paramétrisation standard de la matrice CKM utilise directement les 3 angles d'Euler et la phase unique, elle prend la forme suivante :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (1.33)$$

où  $c_{ij} = \cos(\theta_{ij})$  et  $s_{ij} = \sin(\theta_{ij})$ . La violation de  $CP$  n'apparaît donc que si  $\delta$  est différent de  $0[\pi]$  et si  $\theta_{13}$  est différent de 0.

Une autre paramétrisation a été proposée par Wolfenstein [18] basée sur l'ordonnancement des paramètres de la matrice observés expérimentalement,  $s_{12} \gg s_{23} \gg s_{13}$ . Les transitions électrofaibles entre les différentes familles sont de plus en plus petites lorsque les familles sont éloignées. On pose  $s_{12} \equiv \lambda (= 0.22)^1$ ,  $s_{23} \equiv A\lambda^2$  et  $s_{13}e^{i\delta} \equiv A\lambda^3(\rho - i\eta)$  [19], on développe la matrice en puissance de  $\lambda$  :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad (1.34)$$

Les paramètres  $A$ ,  $\rho$  et  $\eta$  sont de l'ordre de l'unité et donc la taille des éléments de la matrice est donnée par la puissance minimale de  $\lambda$  dans le développement limité.

Dans cette paramétrisation, on voit que la violation de  $CP$  est gouvernée par le paramètre  $\eta$  qui rend la matrice complexe s'il est non nul. Les usines à  $B$  actuelles produisent des mésons  $B_d$  et  $B_u$ , et se focalisent donc sur les termes  $V_{td}$ ,  $V_{cb}$  et  $V_{ub}$  de la matrice CKM, dont on voit que pour deux d'entre eux, ils dépendent du paramètre  $\eta$  dès l'ordre 3 du développement en  $\lambda$  et donc de la violation de  $CP$ . La violation de  $CP$  dans le système des kaons n'apparaît qu'à l'ordre 5 du développement en  $\lambda$ .

### 1.3.2 Le triangle d'unitarité

Six des neuf relations d'unitarité de l'équation 1.32 peuvent se représenter sur le plan complexe par un triangle, ils sont appelés triangles d'unitarité. Les deux relations d'unitarité pour les mésons  $B$  sont :

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0, \quad (1.35)$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0. \quad (1.36)$$

Pour la première relation, le triangle a une particularité intéressante pour l'étude de la violation de  $CP$ , il est très ouvert et a donc des angles facilement mesurables. En effet ses trois côtés ont

---

<sup>1</sup> $s_{12}$  est en fait le sinus de l'angle de Cabibbo.

une longueur du même ordre de grandeur,  $\lambda^3$ . Le triangle est quasiment plat dans tous les autres cas. Dans la suite, on dénommera par Triangle d'Unitarité le triangle issu de la première relation d'unitarité ci-dessus qui correspond aux mésons  $B_d$  et  $B_u$ .

Sur la figure 1.4, le schéma du haut représente le triangle d'unitarité où on a choisi de noter les trois angles :  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , dont l'expression en fonction des éléments de la matrice CKM est :

$$\alpha = \arg \left[ -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right], \quad (1.37)$$

$$\beta = \arg \left[ -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right], \quad (1.38)$$

$$\gamma = \arg \left[ -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right]. \quad (1.39)$$

On préfère souvent utiliser la version normalisée du bas de la figure dans laquelle tous les termes sont divisés par  $V_{cd}V_{cb}^*$ . Les coordonnées du sommet du triangle sont alors à l'ordre 5 du développement en  $\lambda$ ,  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  où  $\bar{\rho} = \rho(1 - \frac{\lambda^2}{2})$  et  $\bar{\eta} = \eta(1 - \frac{\lambda^2}{2})$ .

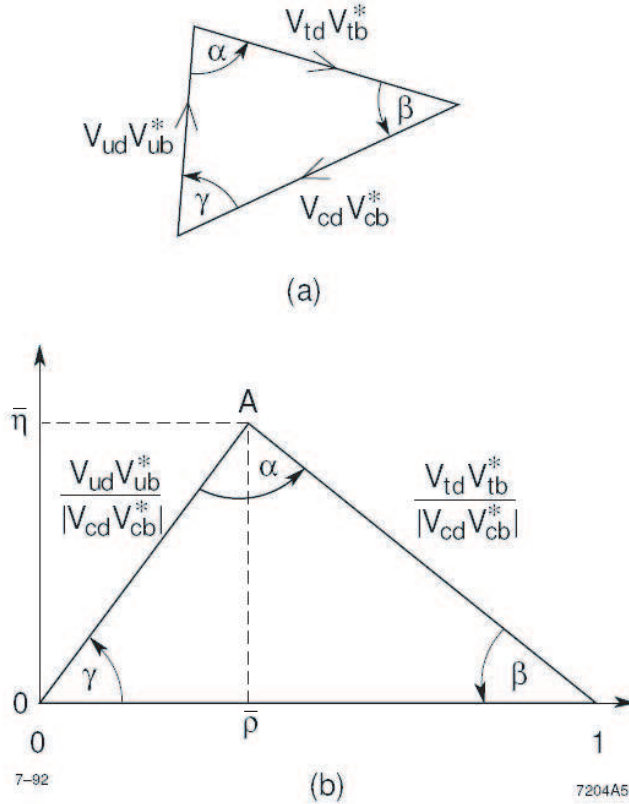


FIG. 1.4 – Schéma représentant la relation d'unitarité entre la première et la troisième colonne de la matrice CKM sur forme triangulaire (a). Schéma du Triangle d'unitarité normalisé par le terme  $V_{cd}V_{cb}^*$ . (b) La position du sommet est alors donnée par les coordonnées  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ .

Un des buts majeurs de la physique des saveurs est de sur-contraindre la position du sommet de ce triangle. En ce qui concerne les mésons  $B$ , leur étude permet de mesurer les angles et les côtés du triangle. On cherche en particulier à confronter les mesures dans certains canaux bien particuliers

(dans lesquels interviennent des diagrammes en boucle par exemple) aux contraintes actuelles pour essayer de détecter des effets de nouvelle physique.

## 1.4 Les différents types de violation de $CP$

Les amplitudes de désintégration pour les mésons  $B$  et  $\bar{B}$  dans un état final  $f$ , gouvernée par l'hamiltonien  $\mathcal{H}$ , s'écrivent :

$$A = \langle f | \mathcal{H} | B \rangle, \quad (1.40)$$

$$\bar{A} = \langle \bar{f} | \mathcal{H} | \bar{B} \rangle. \quad (1.41)$$

$\bar{A}$  est d'amplitude du processus de désintégration conjugué de  $CP$  du processus d'amplitude  $A$ .

Dans le cas le plus général, plusieurs diagrammes de Feynman peuvent contribuer au même processus de désintégration et l'amplitude totale est donc la somme des contributions de chacun des diagrammes :

$$A = \sum_j A_j e^{i\delta_j} e^{i\phi_j}, \quad (1.42)$$

$$\bar{A} = \sum_j A_j e^{i\delta_j} e^{-i\phi_j}, \quad (1.43)$$

où les amplitudes  $A_j$  sont réelles et l'indice  $j$  correspond à chaque contribution participant au processus total. Chaque processus comporte deux types de phase : une phase forte  $\delta$  liée aux interactions dans l'état final dues à l'interaction forte, donc invariante sous  $CP$ , et une phase faible  $\phi$  due aux couplages électrofaibles *c.a.d.* aux éléments de la matrice CKM, qui change donc de signe sous l'application de la symétrie  $CP$ .

En fonction des processus qui interviennent dans la désintégration, on peut définir 3 types de violation de  $CP$  :

- dans la désintégration.
- dans le mélange.
- dans l'interférence entre les désintégrations avec et sans mélange.

### 1.4.1 Violation de $CP$ dans la désintégration

La violation de  $CP$  dans la désintégration ou violation de  $CP$  directe peut avoir lieu si au moins deux diagrammes contribuent à une désintégration<sup>1</sup>. On a alors en utilisant les équations 1.42 et 1.43 :

$$|A_f|^2 - |\bar{A}_{\bar{f}}|^2 = -2 \sum_{j,k} A_j A_k \sin(\phi_j - \phi_k) \sin(\delta_j - \delta_k). \quad (1.44)$$

Si au moins deux diagrammes ont des phases fortes et des phases faibles différentes alors l'asymétrie est non nulle et il y a violation de  $CP$ . Les rapports d'embranchement  $\Gamma(B \rightarrow f)$  et  $\Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})$  sont alors différents et on peut mesurer l'asymétrie comme :

$$a_f = \frac{\Gamma(B \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}. \quad (1.45)$$

La violation de  $CP$  directe est la seule possible pour les mésons  $B$  chargés, elle a été mise en évidence pour la première fois par les expériences BABAR et Belle en 2004 dans le système

---

<sup>1</sup>On ne peut mesurer que des amplitudes au carré, donc s'il n'y en a qu'une, on ne peut pas avoir d'information sur la phase et donc sur la violation de  $CP$ .

$B^0 \rightarrow K^- \pi^+$  [20, 21]. La valeur moyenne mondiale actuelle pour ce mode est  $a_f = -0.095 \pm 0.013$  [22, 23].

### 1.4.2 Violation de $CP$ dans le mélange

La violation de  $CP$  dans le mélange peut avoir lieu lors d'oscillation de mésons neutres. Dans le cas des mésons  $B$ , l'évolution temporelle d'un état  $B^0$  est alors différente de celle d'un état  $\bar{B}^0$  ce qui se traduit d'après les équations 1.13 et 1.14 par la relation :

$$|q/p| \neq 1. \quad (1.46)$$

La violation de  $CP$  découverte en 1964 dans le système des kaons [1] est de ce type, les probabilités de transition  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  et  $\bar{K}^0 \rightarrow K^0$  sont différentes. Dans le système des mésons  $B$ , elle n'a pas encore été mise en évidence mais elle pourrait l'être dans l'absolu en mesurant l'asymétrie suivante dans les désintégrations semi-leptoniques :

$$a_{SL} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow l^+ \nu X) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow l^- \nu X)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow l^+ \nu X) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow l^- \nu X)} = \frac{1 - |q/p|^4}{1 + |q/p|^4}. \quad (1.47)$$

La valeur actuelle de  $|q/p|$  mesurée auprès des usines à  $B$ , est  $1.0002 \pm 0.0028$  [22, 23]. On peut considérer par la suite que les probabilités de transition  $B^0 \rightarrow \bar{B}^0$  et  $\bar{B}^0 \rightarrow B^0$  sont les mêmes.

### 1.4.3 Violation de $CP$ dans l'interférence entre les désintégrations avec et sans mélange

La violation de  $CP$  dans l'interférence entre les désintégrations avec et sans mélange peut avoir lieu si un état propre de  $CP$  est accessible à la fois pour des  $B^0$  et des  $\bar{B}^0$ . Considérons l'état final  $f_{CP}$  et la grandeur  $\lambda$  définie comme :

$$\lambda = \eta_{f_{CP}} \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_{f_{CP}}}{A_{f_{CP}}}, \quad (1.48)$$

où  $\eta_{f_{CP}}$  est la valeur propre de  $CP$  de l'état final  $f_{CP}$  ( $\mathcal{O}_{CP}|f_{CP}\rangle = \eta_{f_{CP}}|f_{CP}\rangle$ ). L'existence de violation de  $CP$  se traduit alors par la relation :

$$\lambda \neq \pm 1. \quad (1.49)$$

Ce qui est possible si  $|\lambda| \neq 1$  *c.a.d.*  $|q/p| \neq 1$  (violation de  $CP$  dans le mélange) ou si  $|\bar{A}_{f_{CP}}/A_{f_{CP}}| \neq 1$  (violation de  $CP$  dans la désintégration), ou si  $\mathcal{I}m(\lambda) \neq 0$  (interférence entre les désintégrations avec et sans mélange).

L'asymétrie qui en découle est donnée en fonction du temps  $\Delta t$ <sup>1</sup> par la formule :

$$A_{CP}(\Delta t) = \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow f_{CP})(\Delta t) - \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow f_{CP})(\Delta t)}{\Gamma(B^0 \rightarrow f_{CP})(\Delta t) + \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow f_{CP})(\Delta t)}, \quad (1.50)$$

$$= S \sin(\Delta m_B \Delta t) - C \cos(\Delta m_B \Delta t), \quad (1.51)$$

où  $S$  et  $C$  sont définis comme :

$$C = \frac{1 - |\lambda|^2}{1 + |\lambda|^2} \simeq \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{|A|^2 + |\bar{A}|^2}, \quad (1.52)$$

$$S = \frac{2\mathcal{I}m(\lambda)}{1 + |\lambda|^2}. \quad (1.53)$$

---

<sup>1</sup>Le temps  $\Delta t$  correspond à la différence de temps séparant la désintégration du  $B_{sav}$  et celle du  $B_{rec}$  (Sec. 1.1.3).

Le coefficient  $C$  mesure la contribution de la violation de  $CP$  directe et le coefficient  $S$  la contribution de la violation de  $CP$  due à l'interférence entre les désintégrations avec et sans mélange.  $C$  peut être mesuré même sans avoir accès à la différence de temps car il est relié à celle-ci par une fonction paire (cosinus) qui est donc non nulle si on intègre sur une fenêtre en  $\Delta t$  symétrique autour de 0. Au contraire, la connaissance de  $\Delta t$  est indispensable pour la mesure de  $S$ .

La violation de  $CP$  due à l'interférence entre les désintégrations avec et sans mélange a été mise en évidence pour la première fois dans les usines à  $B$  en 2001 avec la mesure de  $\sin(2\beta)$  dans le mode  $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$  [24, 25]. La valeur moyenne mondiale actuelle de  $\sin(2\beta)$  pour les modes dits *charmonium* (transition  $b \rightarrow c\bar{c}s$ ) est  $0.675 \pm 0.026$  [22, 23].

## 1.5 Contraintes actuelles sur la matrice CKM

Le sommet du Triangle d'Unitarité est contraint par un ensemble de mesures effectuées auprès des usines à  $B$  et d'autres expériences. Les résultats que je donne sur la position du sommet sont obtenus grâce à un ajustement global de l'ensemble de ces contraintes en tenant compte à la fois des incertitudes expérimentales et théoriques. L'ajustement est réalisé par le groupe CKMfitter [26, 27] et se base sur les résultats présentés jusqu'à l'été 2006.

### 1.5.1 Contraintes expérimentales obtenues en dehors des usines à $B$

Les contraintes suivantes sont obtenues dans le cadre d'expériences sans rapport avec les usines à  $B$ .

- $|V_{ud}|$  : la contrainte la plus précise sur  $|V_{ud}|$  provient de combinaison des mesures du temps de vie dans les désintégrations  $\beta$  super-permises de noyaux ( $0^+ \rightarrow 0^+$ ) et dans les désintégrations  $\beta$  de neutrons ou de pions. La valeur actuelle de  $|V_{ud}|$  est  $0.97377 \pm 0.00027$  [28, 29].
- $|V_{us}|$  : la mesure de  $|V_{us}|$  est réalisée dans les désintégrations semi-leptoniques de kaons et d'hypérons [30, 31]. La valeur obtenue est de  $0.2169 \pm 0.0009$  [4], elle détermine la valeur du paramètre  $\lambda$  de la paramétrisation de Wolfenstein.
- $|\epsilon_K|$  :  $\epsilon_K$  est le paramètre qui mesure la violation  $CP$  dans le mélange pour les kaons neutres. Sa valeur actuelle mesurée est  $(2.232 \pm 0.007) \times 10^{-3}$  [4].
- $\Delta m_s$  :  $\Delta m_s$  est l'équivalent pour les mésons  $B_s$  de  $\Delta m_B$  qui conditionne l'oscillation des mésons  $B_d$ . La mesure la plus précise a été réalisée très récemment auprès du Tevatron [32, 33]. L'expérience CDF a mesuré  $\Delta m_s = 17.77 \pm 0.10(\text{stat}) \pm 0.07(\text{syst}) \text{ ps}^{-1}$  [34]. Considérer  $\Delta m_d/\Delta m_s$  plutôt que  $\Delta m_d$ , permet de réduire les incertitudes sur les paramètres hadroniques  $f_{B_d}^2$  dans l'expression de  $\Delta m_d$ . La prédiction par LQCD du rapport  $f_{B_d}^2 B_d/f_{B_s}^2 B_s$  est en effet beaucoup plus précise que celle de  $f_{B_d}^2 B_d$ .

### 1.5.2 Contraintes expérimentales obtenues auprès des usines à $B$

Les usines à  $B$  fournissent de nombreuses mesures utiles à la détermination du sommet du Triangle d'Unitarité.

- $|V_{cb}|$  : ce paramètre est mesuré dans les désintégrations semi-leptoniques exclusives et inclusives  $b \rightarrow c$  ( $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}_l$ ). La valeur pour les désintégrations exclusives est de  $(41.70 \pm 0.70) \times 10^{-3}$  et celle pour les désintégrations inclusives est de  $(40.9 \pm 1.8) \times 10^{-3}$  [35].
- $|V_{ub}|$  : comme pour  $V_{cb}$ , ce paramètre est mesuré dans des désintégrations semi-leptoniques mais cette fois, de type  $b \rightarrow u$ . La valeur moyenne obtenue vaut  $(4.10 \pm 0.09 \pm 0.39) \times 10^{-3}$ .

- $\Delta m_d$  :  $|\Delta m_d|$  est mesurée grâce à l'oscillation des mésons  $B_d$ . La valeur moyenne mondiale est de  $(0.507 \pm 0.005) \text{ ps}^{-1}$  [4].
- $\sin(2\beta)$  : cette contrainte est mesurée dans les désintégrations  $b \rightarrow c\bar{c}s$  avec une très grande précision. La valeur moyenne mondiale combinant l'ensemble des modes étudiés est de  $0.675 \pm 0.026$ . La figure 1.5 montre les résultats de l'expérience *BABAR* pour l'ensemble des modes  $CP+$  et  $CP-$  [36].
- $\alpha$  : l'angle  $\alpha$  est obtenu en étudiant les désintégrations  $b \rightarrow u\bar{u}d$  ( $B \rightarrow \rho\rho$ ,  $B \rightarrow \rho\pi$  et  $B \rightarrow \pi\pi$ ). Les valeurs pour chaque mode sont utilisées dans l'ajustement.
- $\gamma$  : **ma thèse est essentiellement consacrée à la mesure de cet angle**. Les modes les plus utilisés pour sa mesure sont les modes  $B \rightarrow D^{0(*)}K^{(*)}$ .

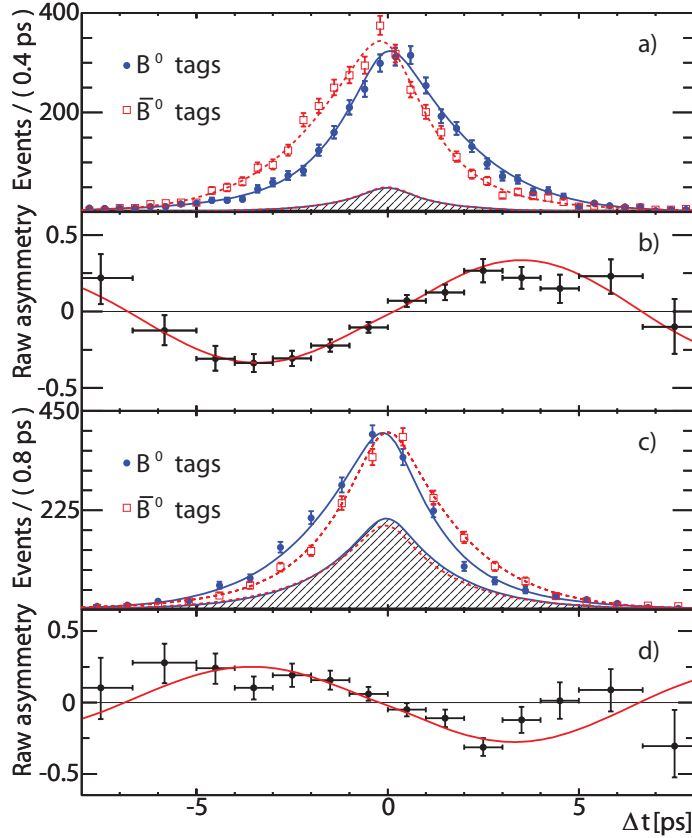


FIG. 1.5 – Distributions du nombre de  $B^0$  (bleu) et de  $\bar{B}^0$  (rouge) en fonction de la différence de temps  $\Delta t$  (a,c). Distributions de l'asymétrie en fonction de la différence de temps  $\Delta t$  (b,d). Les deux diagrammes du haut (du bas) correspondent aux analyse de l'expérience *BABAR* qui mesurent  $\sin(2\beta)$  dans les modes  $CP+$  ( $CP-$  respectivement). Les courbes représentent les projections de l'ajustement sur  $\Delta t$ . La zone hachurée correspond à la contribution du bruit de fond.

### 1.5.3 Ajustement global

La figure 1.6 montre le résultat de l'ajustement global des paramètres décrits précédemment associés à quelques autres paramètres du Modèle Standard (masses des quarks, masses des particules, constantes de couplage, ...). La zone jaune entourée de rouge est le niveau de confiance à 95% sur la position du sommet du Triangle d'Unitarité issu de cet ajustement. A l'heure actuelle, l'ensemble

des contraintes est en accord avec le Modèle Standard avec une assez bonne précision. On voit également que l'angle  $\gamma$  est la contrainte la moins bien connue ce qui motive son étude dans ma thèse. Finalement, la contribution de nombreuses mesures expérimentales de grande précision dans l'extraction des coordonnées  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ , est actuellement limitée par l'incertitude sur la détermination de certains paramètres théoriques indispensables, ce n'est pas le cas pour  $\gamma$ .

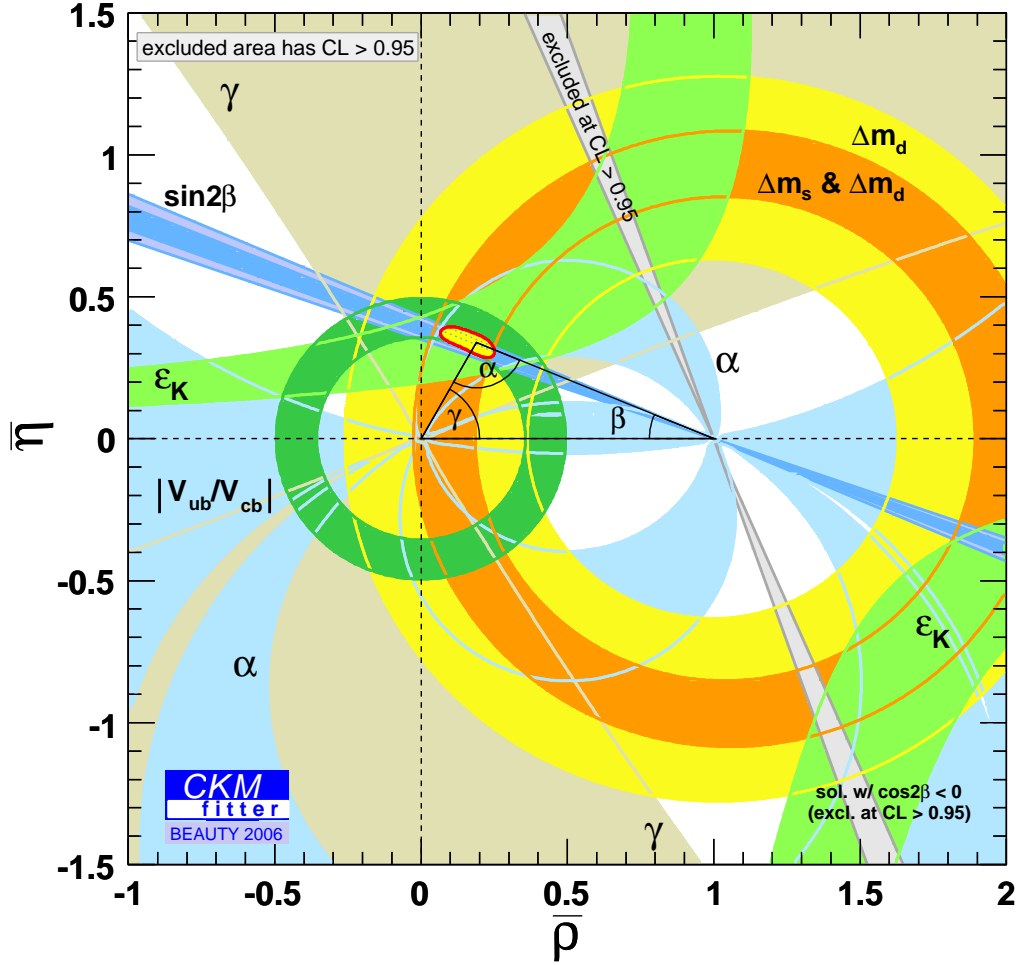


FIG. 1.6 – Ajustement global des contraintes expérimentales et théoriques sur le sommet du Triangle d'Unitarité réalisé par le groupe CKMfitter. La zone jaune entourée de rouge correspond aux points pour lesquels le niveau de confiance sur la position du sommet est supérieur ou égale à 95% de niveau de confiance.





## Chapitre 2

# Mesurer l'angle $\gamma$

L'angle  $\gamma$  est défini par la relation suivante en fonction des éléments de la matrice CKM :

$$\gamma = \arg \left[ -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right]. \quad (2.1)$$

On peut donc le mesurer dans des désintégrations où l'état final peut être atteint à la fois par une transition  $b \rightarrow c$  et une transition  $b \rightarrow u$ . C'est l'interférence entre ces deux transitions qui donne une sensibilité sur cet angle.

Les analyses habituelles pour mesurer  $\gamma$  sont donc des analyses qui font intervenir un méson  $D$  (méson charmé) et un méson léger, pion ou kaon, qui contient un quark  $u$ . Les désintégrations les plus étudiées sont donc  $B_u^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$ ,  $B_d \rightarrow D^{(*)\pm} \pi^\pm$ . Au LHC,  $\gamma$  sera mesuré grâce à la désintégration  $B_s \rightarrow D_s K$ . Ces désintégrations sont peu sensibles à la nouvelle physique car seuls des diagrammes en arbre contribuent à leur amplitude.

D'autres modes (non-charmé ou  $B \rightarrow D^{(*)} \bar{D}^{(*)}$ ) permettent d'extraire l'angle  $\gamma$  en utilisant la symétrie  $SU(3)$  de saveur<sup>1</sup>. Les diagrammes de Feynman gouvernant ces désintégrations contiennent des boucles dans lesquelles des particules inconnues peuvent intervenir. Ce sont des diagrammes dits "pingouins" sensibles à la présence éventuelle de nouvelle physique. Toute déviation des résultats entre les modes arbres et les modes pingouins pourrait être le signe de physique au-delà du Modèle Standard. Cependant il est difficile de conclure actuellement quand l'on observe de telle déviation, car les contributions de l'interaction forte ne sont pas encore bien calculées ou mesurées pour les boucles.

Dans ce chapitre, je décris brièvement l'ensemble des analyses qui permettent de contraindre l'angle  $\gamma$  dans les usines à  $B$  en me focalisant sur les résultats obtenus par l'expérience *BABAR*.

### 2.1 Modes faisant intervenir un diagramme en arbre

Dans un diagramme en arbre, aucune boucle de particules n'intervient. Le boson intermédiaire  $W^\pm$  qui se couple aux fermions, peut être externe ou interne. Dans le second cas, on parle de diagramme supprimé de couleur car la couleur, charge pour l'interaction forte, des 2 quarks issus de la désintégration du  $W^\pm$  est contrainte par la couleur du quark spectateur dans le diagramme (Fig.2.1).

---

<sup>1</sup>On peut aussi utiliser la symétrie  $SU(3)$  de saveur dans les canaux  $B_d \rightarrow D^{(*)\pm} \pi^\pm$ , pour contraindre certains paramètres de la mesure.

### 2.1.1 Description des canaux $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$

Ce mode est le canal principal décrit dans ma thèse. Combiné avec une analyse Dalitz du  $D^0$ , il permet d'obtenir la meilleure précision sur la mesure de  $\gamma$  à l'heure actuelle. Les parenthèses autour de l'astérisque indiquent que l'on peut considérer l'ensemble des combinaisons de mode avec ou sans particules excitées, soit :  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ ,  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$  et  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ .

La figure 2.1 montre les diagrammes de Feynman dominants qui décrivent la désintégration d'un méson  $B_u$  dans les canaux  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$ . On néglige l'oscillation des mésons  $D^0 - \bar{D}^0$  car elle est très faible [37]. On absorbe en général la contribution des diagrammes d'annihilation  $V_{ub}$  ( $A$ ) et supprimés de couleur  $V_{cb}$  ( $C_c$ ) dans celle des diagrammes supprimés de couleur  $V_{ub}$  ( $C_u$ ) et en arbre  $V_{cb}$  ( $T$ ) respectivement car ils ont la même phase faible et ont une contribution plus petite. En ne considérant que la contribution de l'interaction forte, on s'attend d'après les résultats d'autres mesures à trouver  $|C_u/T| \sim [0.3, 0.4]$ . En fonction de la contribution des diagrammes  $A$  et  $C_c$  et de leur différence de phase forte avec les diagrammes dominants, on pense trouver plutôt  $|(C_u + A)/(T + C_c)| \sim [0.2, 0.4]$ . Si on multiplie maintenant par le rapport des couplages faibles ( $= \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} \sim 0.4$ ), la valeur du rapport des amplitudes  $V_{ub}$  sur  $V_{cb}$  devrait être comprise entre 0.08 et 0.16. Ce calcul est purement qualitatif et la valeur réelle de ce rapport peut être significativement différente.

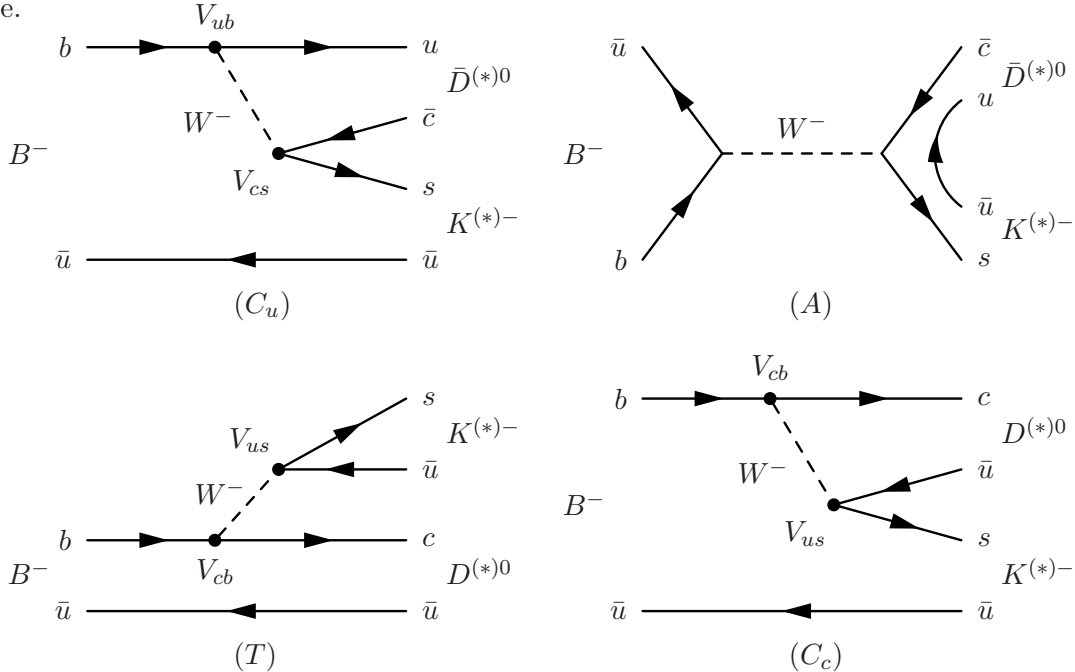


FIG. 2.1 – Diagrammes de Feynman pour les modes  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$  et  $B^- \rightarrow \bar{D}^{(*)0} K^{(*)-}$ . La contribution des diagrammes du haut (du bas) est proportionnelle à  $V_{ub}$  ( $V_{cb}$  respectivement). Les diagrammes de gauche sont dominants mais les diagrammes de droite ne peuvent pas être complètement négligés car ils peuvent modifier légèrement le rapport de l'amplitude  $V_{ub}$  sur l'amplitude  $V_{cb}$ .

La phase faible entre les diagrammes du haut ( $b \rightarrow u$ ) et du bas ( $b \rightarrow c$ ) sur la figure 2.1, est :

$$\phi = \arg \left[ -\frac{V_{cs} V_{ub}^*}{V_{us} V_{cb}^*} \right]. \quad (2.2)$$

Si on introduit maintenant la définition de l'angle  $\gamma$  (Equ. 2.1) dans l'expression de  $\phi$ , on

obtient :

$$\phi = \arg \left[ -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right] + \arg \left[ -\frac{V_{cs}V_{cd}^*}{V_{us}V_{ud}^*} \right], \quad (2.3)$$

$$= \gamma + \arg \left[ -\frac{V_{cs}V_{cd}^*}{V_{us}V_{ud}^*} \right]. \quad (2.4)$$

Le deuxième terme est négligeable, il intervient dans la relation d'unitarité entre les première et deuxième lignes de la matrice CKM et correspond à un triangle d'unitarité quasiment plat dont les angles sont tous proches de 0 ou  $\pi$ . L'interférence entre les diagrammes  $b \rightarrow u$  et  $b \rightarrow c$  est donc directement égale à l'angle  $\gamma$ .

On peut mesurer  $\gamma$  si on considère des modes pour lesquels le  $D^0$  et le  $\bar{D}^0$  se désintègrent dans le même état final<sup>1</sup>. Plusieurs méthodes satisfaisant ce critère ont été proposées, je vais les décrire dans la suite.

On notera les amplitudes de désintégration :

$$A(B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}) = a, \quad (2.5)$$

$$A(B^- \rightarrow \bar{D}^{(*)0} K^{(*)-}) = ar_B e^{i\delta} e^{-i\gamma}, \quad (2.6)$$

où  $r_B$  est la valeur absolue du rapport des amplitudes  $V_{ub}$  sur  $V_{cb}$  :  $r_B = \left| \frac{A(B^- \rightarrow \bar{D}^{(*)0} K^{(*)-})}{A(B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-})} \right|$ . La phase  $\delta$  est la différence de phases fortes entre les deux amplitudes. Pour les amplitudes conjuguées de  $CP$ , seule la phase faible change de signe.

### 2.1.1.1 La méthode GLW

La méthode GLW a été proposée par Gronau, London et Wyler en 1991 [38, 39] et décrit l'extraction de  $\gamma$  en reconstruisant les  $D^0$  dans un état propre de  $CP$ .

Sur la base des états propres de saveur, un état propre de  $CP$  se décompose comme :

$$|D_{CP\pm}^{(*)0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |D^{(*)0}\rangle \pm |\bar{D}^{(*)0}\rangle \right), \quad (2.7)$$

ce qui se traduit directement au niveau des amplitudes par la relation :

$$\sqrt{2}A(B^- \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)-}) = a \pm ar_B e^{i\delta} e^{-i\gamma}. \quad (2.8)$$

On peut donc mesurer une violation de  $CP$  en comparant les taux de désintégrations  $\Gamma(B^- \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)-})$  et  $\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)+})$ .

Quatre quantités sont mesurées lors des analyses GLW :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{CP\pm} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)-}) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)+})}{\Gamma(B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)+})}, \\ &= 1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos(\delta) \cos(\gamma), \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP\pm} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)-}) - \Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)+})}{\Gamma(B^- \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)-}) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP\pm}^{(*)0} K^{(*)+})}, \\ &= \frac{\pm 2r_B \sin(\delta) \sin(\gamma)}{1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos(\delta) \cos(\gamma)}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

---

<sup>1</sup>Comme nous l'avons vu précédemment (Sec. 1.4), seule la violation de  $CP$  directe peut intervenir pour les mésons  $B$  chargés.

elles permettent d'extraire  $\gamma$  avec une ambiguïté d'ordre 8. Les principaux modes  $CP$  considérés pour le  $D^0$  sont :

- $CP+$  :  $K^+K^-$  et  $\pi^+\pi^-$ ,
- $CP-$  :  $K_S\pi^0$ ,  $\phi K_S$ ,  $\eta K_S$ ,  $\rho K_S$  et  $\omega K_S$ .

Ils ont un faible rapport d'embranchement car ils sont soit supprimés de Cabibbo, soit supprimés de couleur.

En combinant plusieurs modes, on peut lever l'ambiguïté  $\gamma \leftrightarrow \delta$  car la phase forte est différente pour chaque mode. Les autres ambiguïtés ne peuvent pas être levées facilement. La figure 2.2 montre le résultat de *BABAR* [40] pour l'analyse GLW des modes  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ . Pour réduire les incertitudes systématiques, les rapports  $\mathcal{R}_\pm$  mesurés dans cette analyse sont les rapports :

$$\mathcal{R}_\pm = \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{CP\pm}^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP\pm}^0 K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D_{CP\pm}^0 \pi^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP\pm}^0 \pi^+)} \times \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D^0 \pi^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^0 \pi^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}, \quad (2.11)$$

qui sont équivalents aux rapports  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  avec une très bonne approximation. Les résultats obtenus à partir des nombres d'événements mesurés dans les trois catégories : non- $CP^1$ ,  $CP$  pair et  $CP$  impair, sont :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP+} &= 0.35 \pm 0.13(\text{stat}) \pm 0.04(\text{stat}) \\ \mathcal{A}_{CP-} &= -0.06 \pm 0.13(\text{stat}) \pm 0.04(\text{stat}) \\ \mathcal{R}_{CP+} &= 0.90 \pm 0.12(\text{stat}) \pm 0.04(\text{stat}) \\ \mathcal{R}_{CP-} &= 0.86 \pm 0.10(\text{stat}) \pm 0.05(\text{stat}) \end{aligned}$$

Ces résultats sont convertis en terme des coordonnées cartésiennes utilisées dans la mesure de  $\gamma$  avec la méthode Dalitz pour la désintégration  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  que je décrirai plus loin. On peut ainsi comparer directement les deux méthodes, on obtient pour l'analyse GLW des modes  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  :

$$\begin{aligned} x_+ = r_B \cos(\delta + \gamma) &= -0.082 \pm 0.056 \\ x_- = r_B \cos(\delta - \gamma) &= 0.102 \pm 0.066 \end{aligned}$$

On voit dans l'équation 2.8 que l'interférence entre les amplitudes  $V_{cb}$  et  $V_{ub}$  est proportionnelle à  $r_B$  et donc que la sensibilité sur  $\gamma$  dépend également de la valeur de ce paramètre. Le pouvoir de prédiction de la méthode GLW est par conséquent limitée par la valeur du rapport  $r_B$  dont on s'attend qu'il soit de l'ordre de 0.1 (Sec. 2.1.1), et le faible nombre d'événements disponibles.

### 2.1.1.2 La méthode ADS

En observant les diagrammes de Feynman de la figure 2.1, on voit que  $r_B$  est faible car on considère l'interférence entre un mode en arbre supprimé de couleur et un mode en arbre favorisé de couleur. L'idée d'Atwood, Dunietz et Soni (ADS) [41, 42, 43, 44] est de reconstruire le  $D^0$  dans des modes non-supprimés ou doublement supprimés de Cabibbo en fonction de la saveur du  $D^0$  considéré. La suppression de couleur est ainsi compensée et on étudie deux canaux de désintégration avec des rapports d'embranchement du même ordre de grandeur, qui interfèrent. Les rapports d'embranchement sont cependant tous les deux faibles.

On considère pour cela les modes  $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ ,  $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^- \pi^+$  dont les diagrammes de Feynman sont représentés sur la figure 2.3. Le diagramme de gauche n'est pas

---

<sup>1</sup>Les événements non- $CP$  où  $D^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ , sont utilisés pour calculer le rapport  $\frac{\Gamma(B^- \rightarrow D^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D^0 \pi^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^0 \pi^+)}$ .

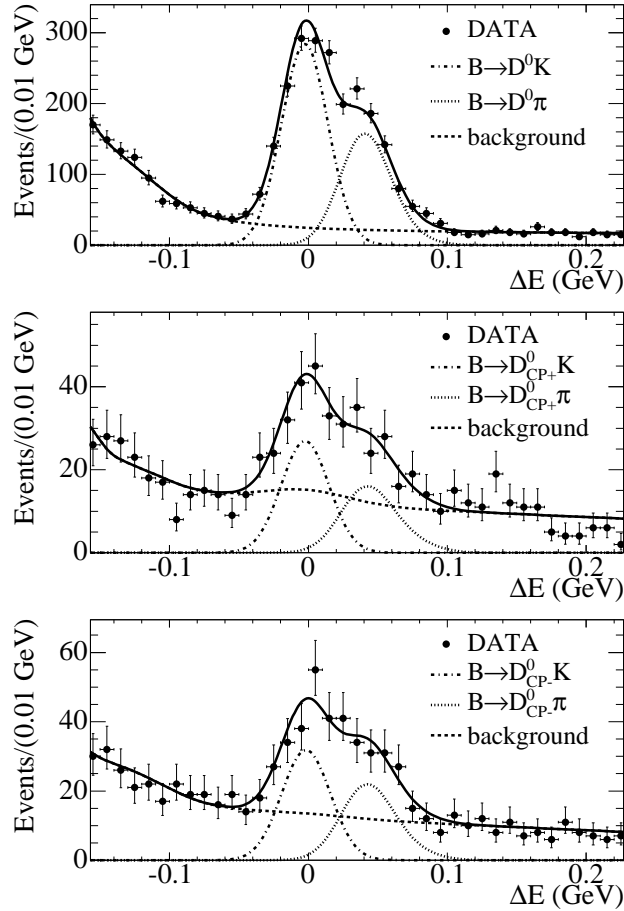


FIG. 2.2 – Distributions de la variable  $\Delta E$  (différence entre l'énergie du  $B$  reconstruit et celle des faisceaux) de l'analyse GLW dans l'expérience *BABAR*. (En haut) Modes  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  et  $B^- \rightarrow D^0 \pi^-$  non- $CP$ . (Au milieu) Modes  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  et  $B^- \rightarrow D^0 \pi^-$   $CP$  pairs. (En bas) Modes  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  et  $B^- \rightarrow D^0 \pi^-$   $CP$  impairs. Les courbes représentent les contributions à l'ajustement réalisé sur les données pour le mode  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  (tirets + pointillés), le mode  $B^- \rightarrow D^0 \pi^-$  (pointillés) et le bruit de fond (tirets) [40].

supprimé de Cabibbo tandis que celui de droite l'est doublement. On définit alors le rapport  $r_D$  comme :

$$r_D = \left| \frac{A(D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \dots)}{A(D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \dots)} \right|. \quad (2.12)$$

La somme des amplitudes de désintégration 2.5 et 2.6 s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} A(B^- \rightarrow D^0(f_{ADS})K^{(*)-}) + A(B^- \rightarrow \bar{D}^0(f_{ADS})K^{(*)-}) &= A(B^- \rightarrow D(f_{ADS})K^{(*)-}) \\ &= abr_D + abr_B e^{i(\delta_B + \delta_D)} e^{-i\gamma}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

où  $b = |A(\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^-)|$  et  $\delta_D$  est la phase forte entre les deux processus de désintégration du  $D^0$ . On voit que si  $r_D$  et  $r_B$  sont du même ordre de grandeur, l'interférence est maximale.

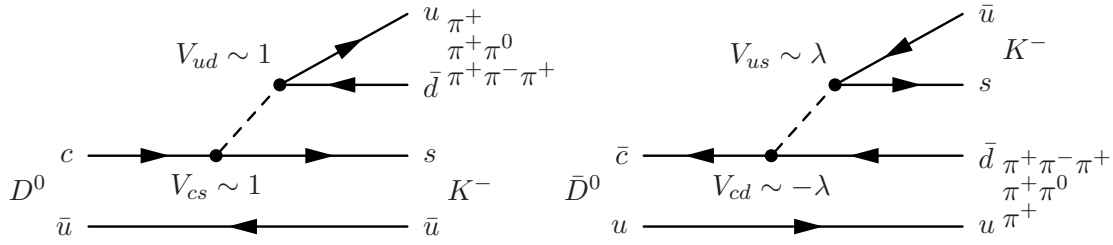


FIG. 2.3 – Diagrammes de Feynman des désintégrations  $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \dots$  (à gauche) et des désintégrations ADS doublement supprimées de Cabibbo  $\bar{D}^0 \rightarrow K^- \pi^+ \dots$  (à droite).

Deux observables sont mesurées avec cette méthode :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D(f_{ADS})K^{(*)-}) + \Gamma(B^+ \rightarrow D(\bar{f}_{ADS})K^{(*)+})}{\Gamma(B^- \rightarrow D(f_{non-ADS})K^{(*)-}) + \Gamma(B^+ \rightarrow D(\bar{f}_{non-ADS})K^{(*)+})}, \\ &= r_D^2 + r_B^2 + 2r_B r_D \cos(\delta_B + \delta_D) \cos(\gamma), \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D(f_{ADS})K^{(*)-}) - \Gamma(B^+ \rightarrow D(\bar{f}_{ADS})K^{(*)+})}{\Gamma(B^- \rightarrow D(f_{ADS})K^{(*)-}) + \Gamma(B^+ \rightarrow D(\bar{f}_{ADS})K^{(*)+})}, \\ &= \frac{2r_B r_D \sin(\delta_B + \delta_D) \sin(\gamma)}{r_D^2 + r_B^2 + 2r_B r_D \cos(\delta_B + \delta_D) \cos(\gamma)}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Comme pour la méthode GLW,  $\gamma$  peut être mesuré avec 8 ambiguïtés que l'on peut lever en partie en combinant plusieurs modes de désintégration du  $B$ . Pour chaque mode, un nouveau couple  $(r_B, \delta_B)$  apparaît et  $\delta_D$  reste inchangée. On peut aussi utiliser les propriétés différentes<sup>1</sup> des  $D^{*0}$  suivant s'ils se désintègrent en  $D^0 \pi^0$  ou  $D^0 \gamma$  pour construire une nouvelle observable :

$$\mathcal{R}_{ADS}(D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma) = r_D^2 + r_B^2 - 2r_B r_D \cos(\delta_B + \delta_D) \cos(\gamma). \quad (2.16)$$

Le paramètre  $r_D$  a été mesuré, il vaut  $0.060 \pm 0.003$ . Mais à l'inverse, le paramètre  $\delta_D$  n'est pas connu, il entre donc comme paramètre libre supplémentaire dans la mesure. Les usines à charme comme CLEO-c [45] devraient pouvoir fournir une mesure de ce paramètre qui améliorerait par conséquent la mesure de  $\gamma$ .

La figure 2.4 illustre le résultat de BABAR [46] pour l'analyse  $B^- \rightarrow D^{(*)0}(\rightarrow K^- \pi^+) K^-$ . On voit sur cette figure qu'aucun signal clair  $B^- \rightarrow D^{(*)}(f_{ADS})K^-$  ne peut être mis en évidence. Le tableau 2.1 résume les résultats concernant  $\mathcal{R}_{ADS}$ . Pour  $\mathcal{A}_{ADS}$ , aucun résultat ne peut être donné car aucun signal n'est mesuré.

L'analyse ADS seule ne donne aucune information sur  $\gamma$  mais combinée aux autres analyses, elle permet de mieux déterminer le rapport  $r_B$  qui est crucial dans l'évaluation de  $\gamma$ .

### 2.1.1.3 La méthode Dalitz (GGSZ)

Cette méthode sera décrite en détail dans la section 4.1 pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  et  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  dans lesquels on considère la désintégration à trois corps (d'où le nom Dalitz) du  $D^0$  :  $D^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ . Cette méthode a été proposée en 2003 [47], elle s'appuie sur le fait que l'on peut reconstruire les  $D^0$  et  $\bar{D}^0$  dans le même état final  $K_S \pi^+ \pi^-$  et ainsi mesurer  $\gamma$

<sup>1</sup>La parité d'un  $\pi^0$  est l'opposée de celle d'un  $\gamma$ .

Observable	Valeur mesurée	limite à 90% C.L.
$\mathcal{R}_{K\pi}$	$0.013^{+0.011}_{-0.009}$	$< 0.029$
$\mathcal{R}_{K\pi,D\pi^0}^*$	$-0.002^{+0.010}_{-0.006}$	$< 0.023$
$\mathcal{R}_{K\pi,D\gamma}^*$	$0.011^{+0.018}_{-0.013}$	$< 0.045$
$r_B$	-	$< 0.23$

TAB. 2.1 – Résultats de l'analyse ADS  $B^- \rightarrow D^{(*)0}(\rightarrow K^- \pi^+) K^-$  pour l'expérience *BABAR* [46].

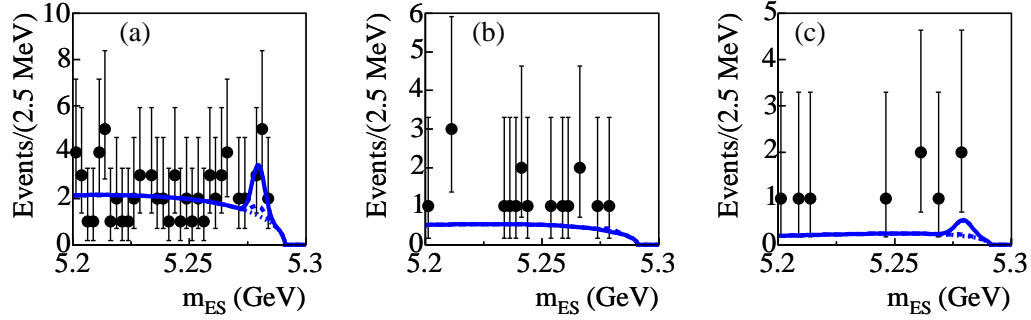


FIG. 2.4 – Distributions de  $m_{ES}$  pour les candidats reconstruits de type ADS. (a)  $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$ . (b)  $B^- \rightarrow \bar{D}^{*0} K^-$  et  $D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$ . (c)  $B^- \rightarrow \bar{D}^{*0} K^-$  et  $D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$ . Les courbes représentent la contribution du bruit de fond (traits pointillés) et la contribution totale (traits pleins) obtenues lors de l'ajustement. Aucune contribution significative de signal ne peut être mise en évidence.

dans l'interférence entre ces deux canaux. Les modes principaux étudiés avec cette méthode sont l'ensemble des désintégrations  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$  avec  $D^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ . La meilleure mesure de l'angle  $\gamma$  dans les usines à  $B$  provient de l'analyse  $B^- \rightarrow D^{(*)0} (K_S \pi \pi) K^-$  [48] (Fig. 2.5). D'autres analyses avec les diagrammes de Dalitz des désintégrations  $D^0 \rightarrow K_S K K$  et  $D^0 \rightarrow \pi \pi \pi^0$  sont en cours, mais en raison de leur rapport d'embranchement plus faible, elles auront une sensibilité à  $\gamma$  plus limitée.

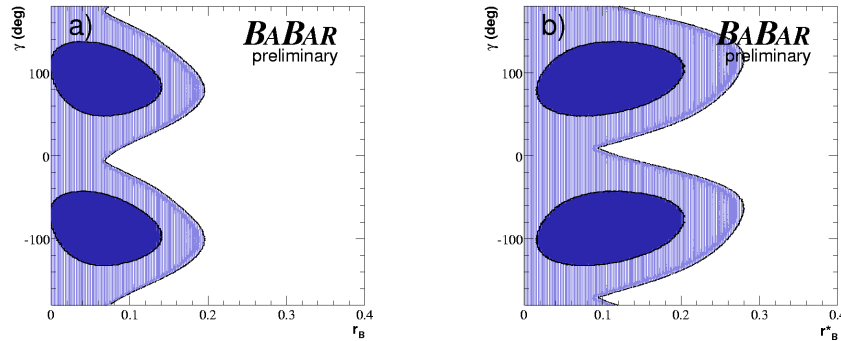


FIG. 2.5 – Niveaux de confiance à  $1\sigma$  (bleu foncé) et  $2\sigma$  (bleu clair) dans les plans  $(r_B^{(*)}, \gamma)$  obtenus grâce à une interprétation fréquentiste des résultats de l'analyse  $B^- \rightarrow D^{(*)0} (K_S \pi \pi) K^-$  de l'expérience *BABAR*. (A gauche) Mode  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ . (A droite) Mode  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$ .

Les paramètres mesurés sont les coordonnées cartésiennes. Les résultats sont donnés ci-dessous :

$$\begin{aligned}
x_+ &= r_B \cos(\delta_B + \gamma) &= -0.072 \pm 0.065, \\
x_- &= r_B \cos(\delta_B - \gamma) &= 0.041 \pm 0.063, \\
y_+ &= r_B \sin(\delta_B + \gamma) &= -0.033 \pm 0.069, \\
y_- &= r_B \sin(\delta_B - \gamma) &= 0.056 \pm 0.075, \\
x_+^* &= r_B^* \cos(\delta_B^* + \gamma) &= 0.084 \pm 0.091, \\
x_-^* &= r_B^* \cos(\delta_B^* - \gamma) &= -0.106 \pm 0.094, \\
y_+^* &= r_B^* \sin(\delta_B^* + \gamma) &= 0.096 \pm 0.117, \\
y_-^* &= r_B^* \sin(\delta_B^* - \gamma) &= -0.019 \pm 0.100.
\end{aligned}$$

L'astérisque correspond aux modes  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$ . Les résultats sont en bon accord avec ceux de la méthode GLW pour  $x_+$  et  $x_-$ , mais comme  $y_+$  et  $y_-$  sont également mesurés,  $\gamma$  peut être déterminé avec 2 ambiguïtés grâce à l'analyse  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^-$  seule. En calculant les niveaux de confiance de la figure 2.5, on trouve alors :

$$\begin{aligned}
\gamma &= (92 \pm 41 \pm 11 \pm 12)^\circ \\
\delta_B &= (118 \pm 63 \pm 19 \pm 36)^\circ \\
\delta_B^* &= (-62 \pm 59 \pm 18 \pm 10)^\circ \\
r_B &< 0.140 \text{ à } 1\sigma \\
r_B^* &< 0.203 \text{ à } 1\sigma
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Cette méthode a deux avantages majeurs par rapport aux précédentes. Premièrement les rapports d'embranchement sont relativement grands, on obtient par exemple environ 400 événements dans l'expérience *BABAR* pour l'analyse  $B^- \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) K^-$  avec les données les plus récentes. Deuxièmement les interférences compliquées au sein du diagramme de Dalitz de la désintégration à trois corps du  $D^0$  permet de réduire le nombre d'ambiguïtés de la mesure à deux, il ne subsiste que l'ambiguïté  $\gamma \leftrightarrow \gamma + \pi$  comme nous venons de le voir.

Malheureusement quelques inconvénients viennent entacher la description précédente. En effet comme dans le cas de la méthode GLW, le rapport  $r_B$  est faible (on compare toujours un mode non-supprimé de Cabibbo avec un mode à la fois doublement supprimé de Cabibbo et supprimé de couleur) et les interférences sont donc limitées par ce facteur. De plus, la zone du diagramme de Dalitz qui contribue à l'interférence est limitée et la résolution sur la mesure de l'angle  $\gamma$  s'en trouve elle-même limitée. Et finalement, à l'incertitude habituelle sur la mesure, s'ajoute l'erreur systématique issue du modèle utilisé pour décrire le diagramme de Dalitz. Ce modèle est ajusté sur un lot d'événements  $D^{*+} \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) \pi^+$  et est décrit dans la section 4.2. Une méthode indépendante de modèle [49] qui permet de supprimer l'erreur systématique spécifique liée au choix du modèle de Dalitz, existe. Elle permet d'utiliser directement les données pour évaluer certains paramètres du diagramme de Dalitz en le partitionnant en plusieurs *bins*, et est donc essentiellement limitée par la statistique. Il faut en effet trouver un bon compromis entre nombre de *bins* et nombre d'événements par *bins*. Cette méthode n'a pas encore été utilisée sur des données réelles car la statistique accessible à l'heure actuelle est trop faible, cette méthode pourrait cependant devenir la plus performante dans le cadre d'une super usine à  $B$ .

Je propose dans cette thèse une mesure de  $\gamma$  dans le mode  $B^- \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) K^{*-}$  qui, combinée aux précédentes analyses  $B^- \rightarrow D^{(*)0}(\rightarrow K_S \pi \pi) K^-$ , améliore la sensibilité sur la mesure, ainsi qu'une étude Monte Carlo de l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) K^{*0}$  qui aurait une sensibilité à  $\gamma$  équivalente à l'analyse  $B^- \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) K^-$ .



### 2.1.1.4 Combinaison des trois méthodes

Les résultats obtenus pour les trois méthodes dans l'ensemble des modes étudiés et pour les deux expériences *BABAR* et *Belle*, sont combinés par le groupe CKMfitter [26, 27]. La figure 2.6 montre les niveaux de confiance de la combinaison des mesures pour  $\gamma$ . On voit que la méthode Dalitz seule est la plus performante, la combinaison totale est presque entièrement dominée par cette mesure. La valeur de  $\gamma$  issue de cette combinaison est :

$$\gamma = (62^{+38}_{-24})^\circ. \quad (2.18)$$

Cependant l'ajustement global du sommet du Triangle d'Unitarité (Sec. 1.5.3) donne une bien meilleure prédiction à l'heure actuelle que les mesures expérimentales :  $\gamma = (59.0^{+9.3}_{-3.8})^\circ$ . Il n'est pas possible de faire un test de cohérence du Modèle Standard avec la précision actuelle des mesures de  $\gamma$ . La limitation actuelle est surtout statistique, mais ajouter de nouveaux modes et réduire les erreurs systématiques sur le modèle de Dalitz peuvent réduire un peu cet écart.

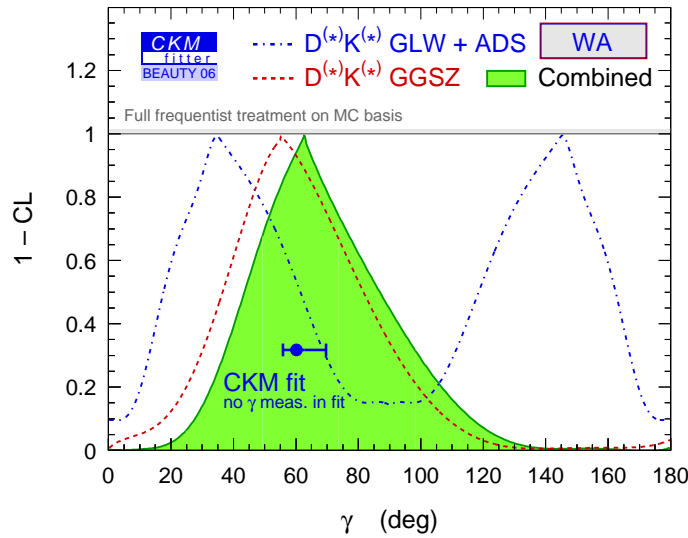


FIG. 2.6 – Niveaux de confiance de la combinaison de l'ensemble des mesures de  $\gamma$  pour les méthodes GLW, ADS et Dalitz (GGSZ) (courbe verte). La courbe bleue correspond à la combinaison des analyses GLW et ADS. La courbe rouge correspond à la combinaison des analyses Dalitz. Le point bleu et son incertitude sont issus de l'ajustement global du sommet du Triangle d'Unitarité (Sec. 1.5.3) dans le cadre strict du Modèle Standard.

### 2.1.2 Description des canaux $B^0 \rightarrow D^{(*)\pm}\pi^\pm$

Les canaux  $B^0 \rightarrow D^{(*)\pm}\pi^\pm$  sont sensibles à  $\gamma$  grâce à l'interférence entre les transitions  $b \rightarrow c$  et  $b \rightarrow u$ . Cependant comme ils mettent en jeu un méson  $B^0$ , ils sont affectés par les oscillations et sont donc également sensibles à l'angle  $\beta$  du Triangle d'Unitarité. Au final, cette méthode mesure des asymétries dépendantes du temps en fonction de  $\sin(2\beta + \gamma)$ . Les diagrammes de Feynman qui gouvernent la violation de  $CP$  directe dans ces désintégrations sont représentés sur la figure 2.7.

Le paramètre  $\lambda$  de l'équation 1.48 est alors donné par la relation :

$$\begin{aligned} \lambda_\pm &= \frac{q}{p} \frac{A(\bar{B}^0 \rightarrow D^\mp \pi^\pm)}{A(B^0 \rightarrow D^\mp \pi^\pm)}, \\ &= r^{\pm 1} e^{-i(2\beta + \gamma \mp \delta)}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

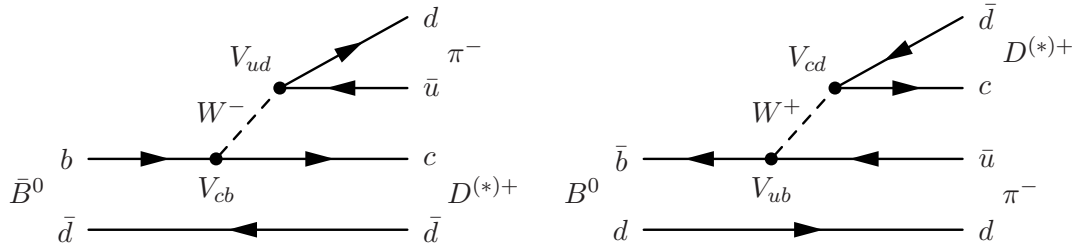


FIG. 2.7 – Diagrammes de Feynman dominants dans les désintégrations non-supprimées de Cabibbo,  $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)+}\pi^-$ , et doublement supprimées de Cabibbo,  $B^0 \rightarrow D^{(*)+}\pi^-$ . L'oscillation des  $B$  neutres couplée à l'interférence entre ces deux diagrammes permet de mesurer  $2\beta + \gamma$ .

où  $r$  est le rapport de l'amplitude doublement supprimée de Cabibbo sur l'amplitude favorisée de Cabibbo. La valeur estimée de  $r$  est de l'ordre de 0.02, la sensibilité réduite sur  $2\beta + \gamma$  qui en découle est cependant compensée par le grand rapport d'embranchement comparé aux analyses décrites précédemment. La collaboration *BABAR* a placé une limite inférieure sur  $|\sin(2\beta + \gamma)|$  :  $|\sin(2\beta + \gamma)| > 0.69$  à 68% C.L. et exclut l'hypothèse d'inexistence de violation de  $CP$  à 83% C.L. [50].

Le nombre d'événements actuel ne permet pas de déterminer  $r$  directement à partir des données bien que ce soit en principe possible en mesurant le paramètre de violation de  $CP$  directe  $C = \frac{1-r^2}{1+r^2}$ . La valeur de  $r$  est pour l'instant estimée à partir de celle des désintégrations  $B^+ \rightarrow D_s^- \pi^+$  convertie dans le système  $B^0 \rightarrow D^0 \pi^-$  en considérant la symétrie  $SU(3)$  de saveur. On a alors :

$$r = \sqrt{\frac{\Gamma(B^0 \rightarrow D_s^+ \pi^-)}{\Gamma(B^0 \rightarrow D^- \pi^+)}} \frac{|V_{us}|}{|V_{ud}|} \frac{f_D}{f_{D_s}} = 0.019 \pm 0.004. \quad (2.20)$$

L'incertitude sur  $r$  est due aux incertitudes expérimentales sur les mesures des rapport d'embranchement et aux incertitudes sur les paramètres théoriques. Le résultat de la collaboration *BABAR* [50] est obtenu en considérant une erreur de 30% sur la brisure de symétrie  $SU(3)$ .

$r$  peut être mesuré avec plus de précision si on considère des désintégrations vecteur-vecteur du type  $B^0 \rightarrow D^{*\pm} \rho^\pm$  ou  $B^0 \rightarrow D^{*\pm} a_1^\pm$ . Dans ce cas, la combinaison des différents modes de polarisation donne accès à des termes d'ordre 1 en  $r$  et donc à une mesure plus précise de  $r$ . Il faut cependant réaliser une analyse angulaire dépendante du temps très compliquée.

Les valeurs de la phase  $2\beta + \gamma$  et de la phase forte  $\delta$  semblent indiquer dans les données, que l'étude du canal  $B^0 \rightarrow D^{(*)\pm} \pi^\pm$  ne permettra pas d'améliorer les contraintes sur le triangle d'unitarité. Les canaux vecteur-vecteur seraient encore une fois plus propices car une mesure de CLEO [51] montre que les phases fortes sont très différentes en fonction des différentes amplitudes d'hélicité<sup>1</sup> dans les désintégrations  $B \rightarrow D^{*\pm} \rho^\mp$ . On peut aussi lever cette ambiguïté entre les phases forte et faible en utilisant le canal à trois corps  $B^0 \rightarrow D^\pm K_S \pi^\pm$ . Dans ce cas, le rapport  $r$  est grand ( $r \sim 0.4$ ) mais il faut réaliser une analyse Dalitz dépendante du temps elle aussi très compliquée.

<sup>1</sup>Les valeurs des phases fortes sont données dans le tableau II de la référence [51]. Par exemple pour le canal  $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \rho^-$ , les phases fortes mesurées pour les trois amplitudes d'hélicité sont en radians :  $\alpha_0 = 0$  (fixée),  $\alpha_+ = 1.42 \pm 0.27$  et  $\alpha_- = 0.31 \pm 0.13$ .

## 2.2 Modes faisant intervenir un diagramme pingouin

Les diagrammes pingouins font intervenir une boucle interne dans laquelle circule un boson intermédiaire  $W^\pm$  et un quark  $u, c$  ou  $t$  dans le cadre du Modèle Standard. Si l'on considère un modèle au delà du Modèle Standard, d'autres particules peuvent circuler dans la boucle et des signes de nouvelles physiques pourraient donc être visibles en les étudiant.

### 2.2.1 Modes pingouins dans les désintégrations non-charmées de $B$ en deux corps

L'étude de  $\gamma$  dans les désintégrations non-charmées passe par des canaux contenant la transition  $b \rightarrow u$ . Il faut alors considérer la symétrie de saveur  $SU(3)$  pour séparer les phases fortes des phases faibles et tirer des informations sur  $\gamma$ . La figure 2.8 montre les différents types de diagrammes contribuant aux désintégrations non-charmées de  $B$  en deux corps.

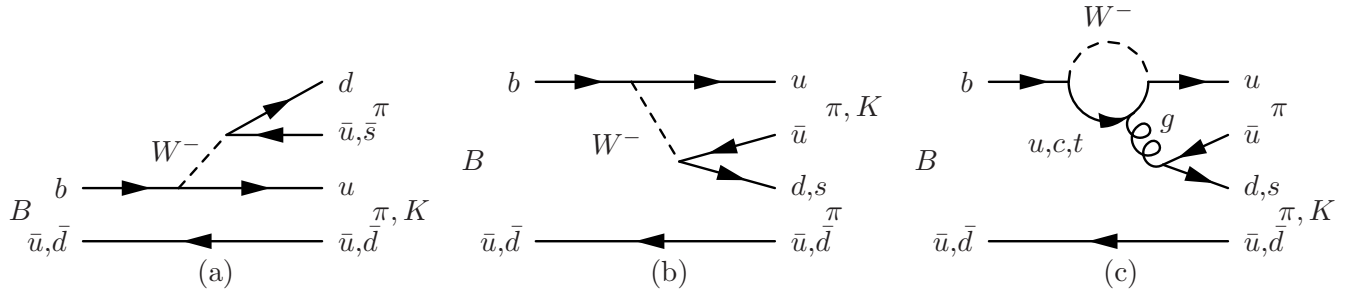


FIG. 2.8 – Diagrammes de Feynman dominants dans les désintégrations de  $B$  en deux corps non-charmées :  $B \rightarrow \pi\pi$  et  $B \rightarrow K\pi$ . (a) Diagrammes en arbre  $T^{(\prime)}$ . (b) Diagrammes en arbre supprimés de couleur  $C^{(\prime)}$ . (c) Diagrammes pingouins  $P^{(\prime)}$ .

Gronau, Rosner et London [52] ont présenté une méthode d'extraction de  $\gamma$  à partir des désintégrations  $B^+ \rightarrow K^0\pi^+$ ,  $B^+ \rightarrow K^+\pi^0$  et  $B^+ \rightarrow \pi^0\pi^+$  et leur conjugué de charge. En utilisant quelques hypothèses théoriques, on peut écrire les relations suivantes sur les amplitudes :

$$\sqrt{2}A(B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0) = -(T + C), \quad (2.21)$$

$$A(B^+ \rightarrow K^0\pi^+) = P' + A', \quad (2.22)$$

$$\sqrt{2}A(B^+ \rightarrow K^+\pi^0) = -(T' + C' + P' + A'), \quad (2.23)$$

où la contribution  $T$  correspond à un processus en arbre, la contribution  $A$  à un processus d'annihilation, la contribution  $P$  à un processus pingouin et la contribution  $C$  à un processus supprimé de couleur.

Ces amplitudes peuvent être reliées à  $\gamma$  par la relation suivante :

$$4ab \sin(\gamma) = \pm \sqrt{[(a+b)^2 - c^2][c'^2 - (a-b)^2]} \pm \{c \leftrightarrow c'\} \quad (2.24)$$

où  $a \equiv |A(B^+ \rightarrow K^0\pi^+)| = |A(B^- \rightarrow \bar{K}^0\pi^-)|$ ,  $b \equiv \sqrt{2}(f_K/f_\pi)r_u|A(B^\pm \rightarrow \pi^0\pi^\pm)|$  et  $c \equiv \sqrt{2}|A(B^\pm \rightarrow K^\pm\pi^0)|$ .  $f_K$  et  $f_\pi$  sont les constantes de désintégration pour les kaons et les pions respectivement et  $r_u = \frac{T'}{T} = \frac{A'}{A} = \frac{P'}{P} = \frac{C'}{C}$  en considérant la symétrie  $SU(3)$ . La figure 2.9 illustre les relations qui lient les différentes amplitudes à l'angle  $\gamma$ .

En considérant toujours la symétrie de saveur  $SU(3)$ , on peut réaliser des analyses similaires avec les modes  $B \rightarrow K_S\pi\pi$  [54].

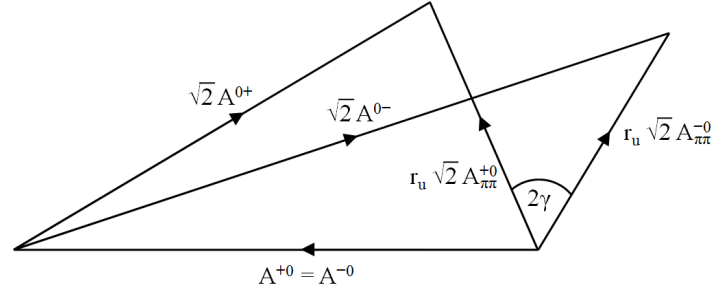


FIG. 2.9 – Relations triangulaires reliant les différentes amplitudes des désintégrations  $B^+ \rightarrow K^+\pi^0$ ,  $B^+ \rightarrow K^0\pi^+$  et  $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  par la symétrie de saveur  $SU(3)$ . Sur ce schéma,  $A^{0+} \equiv A(B^+ \rightarrow \pi^0 K^+)$ ,  $A^{+0} \equiv A(B^+ \rightarrow \pi^+ K^0)$ ,  $A^{0-} \equiv A(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)$ ,  $A^{-0} \equiv A(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)$ ,  $A_{\pi\pi}^{+0} \equiv A(B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0)$  et  $A_{\pi\pi}^{-0} \equiv A(B^- \rightarrow \pi^-\pi^0)$  [53].

### 2.2.2 Description des canaux $B \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$

Cette méthode consiste à mesurer  $\gamma$  dans les désintégrations  $B \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$  [55, 56] où interviennent des diagrammes pingouins, et d'utiliser les désintégrations  $B \rightarrow D_s^{(*)}\bar{D}^{(*)}$  pour contraindre certains paramètres en assumant la symétrie  $SU(3)$  et réduire ainsi le nombre de degrés de liberté. Les diagrammes de la figure 2.10 donnent les différentes contributions dans les désintégrations  $B \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ .

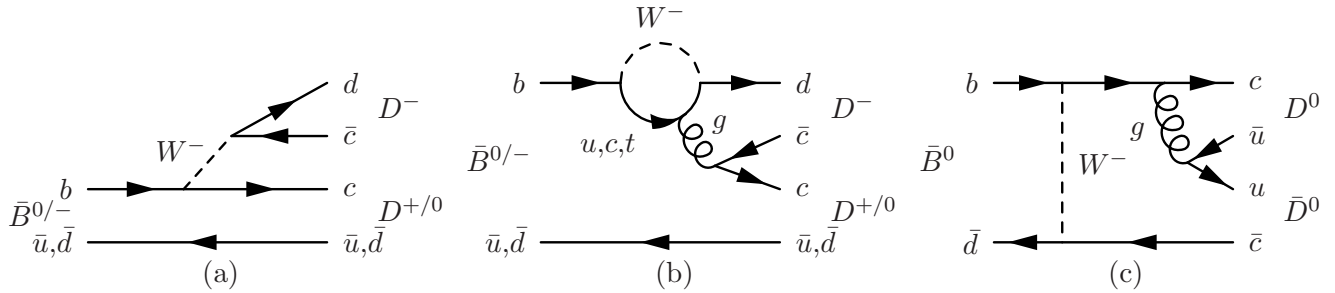


FIG. 2.10 – Diagrammes de Feynman contribuant aux désintégrations  $B \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ . (a) Diagrammes en arbre  $T$ . (b) Diagrammes pingouins  $P$ . (c) Diagramme d'échange  $E$ .

L'amplitude totale de la désintégration  $B^0 \rightarrow D^+D^-$  s'exprime en fonction des différentes contributions : en arbre ( $T$ ), par échange ( $E$ ), pingouins ( $P$ ) et pingouins électrofaibles supprimées de couleur ( $P_{EW}$ ). Son expression est de la forme :

$$A^D = (T + E + P_c)V_{cb}^*V_{cd} + P_uV_{ub}^*V_{ud} + (P_t + P_{EW})V_{tb}^*V_{td}. \quad (2.25)$$

En utilisant la relation d'unitarité dans cette expression pour éliminer le terme  $V_{tb}^*V_{td}$ , on obtient :

$$A^D = \mathcal{A}_{ct}e^{i\delta_{ct}} + \mathcal{A}_{ut}e^{i\delta_{ut}}e^{i\gamma}, \quad (2.26)$$

où  $\mathcal{A}_{ct} = |(T + E + P_c - P_t - P_{EW})V_{cb}^*V_{cd}|$  et  $\mathcal{A}_{ut} = |(P_u - P_t - P_{EW})V_{ub}^*V_{ud}|$ . L'amplitude  $\bar{A}^D$  de la désintégration  $B^0 \rightarrow D^+D^-$  est la même que la précédente en changeant simplement le signe de la phase faible.

A partir de ces deux amplitudes, on peut construire trois observables en fonction de  $\mathcal{A}_{ct}$ ,  $\mathcal{A}_{ut}$ ,  $\delta = \delta_{ut} - \delta_{ct}$  et des deux angles du Triangle d'Unitarité :  $\beta$  et  $\gamma$ . En supposant qu'on peut utiliser la valeur de  $\beta$  mesurée dans les désintégrations  $B^0 \rightarrow J/\phi K_S$ , il reste 4 inconnues théoriques pour 3 observables. On utilise alors l'amplitude  $B^0 \rightarrow D_s^+ \bar{D}^-$  qu'on peut relier à  $\mathcal{A}_{ct}$  par la symétrie  $SU(3)$  suivant la relation :

$$\Delta \equiv \sin(\theta_C) \frac{\mathcal{A}'_{ct}}{\mathcal{A}_{ct}} = 1, \quad (2.27)$$

où  $\theta_C$  est l'angle de Cabibbo. Le rapport d'embranchement  $\Gamma(B^0 \rightarrow D_s^+ \bar{D}^-)$  est connu<sup>1</sup>, on peut donc connaître  $\mathcal{A}_{ct}$  et extraire les trois paramètres théoriques restants ( $\gamma$ ,  $\delta$  et  $\mathcal{A}_{ut}$ ) à partir des trois observables.

A partir des données des collaborations *BABAR* et *Belle*, la contrainte suivante sur  $\gamma$  a pu être établie par cette méthode :  $\gamma \in [19.4^\circ, 80.6^\circ]$  [56].

### 2.2.3 Limites

Les deux méthodes présentées précédemment supposent que l'on peut considérer la symétrie de saveur  $SU(3)$ . Elles donnent des résultats en accord avec les mesures expérimentales réalisées pour les modes  $B \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)}$  avec les méthodes GLW, ADS et GGSZ. Un article récent [57] donne même un résultat extrêmement précis sur  $\gamma$  :

$$\gamma = (73 \pm 5_{-8}^{+9})^\circ, \quad (2.28)$$

justifié par la précision actuelle des mesures des rapports d'embranchement obtenues par les usines à  $B$ , *BABAR* et *Belle*. L'erreur systématique domine et est associée à la brisure de symétrie  $SU(3)$ . Peu de justifications sont données quand à la quantification de l'incertitude sur le facteur de brisure de symétrie considéré. Il semble donc difficile de comparer directement ce résultat aux résultats expérimentaux.

De plus, il faut considérer un facteur de brisure de symétrie arbitraire pour les contributions des diagrammes pingouins car on ne peut s'appuyer sur la "factorisation" pour l'évaluer dans ce cas. Si une déviation par rapport aux mesures expérimentales était observée, comment alors conclure à l'observation d'un effet de nouvelle physique dans les boucles plutôt qu'à un problème sur les hypothèses elles-mêmes ? A l'inverse, des mesures expérimentales de grande précision de  $\gamma$  permettraient d'obtenir des informations sur la validité des hypothèses mises en jeu et donc sur la brisure de symétrie de saveur  $SU(3)$ .

---

<sup>1</sup> $\Gamma(B^0 \rightarrow D_s^+ \bar{D}^-) = (6.5 \pm 2.1) \times 10^{-3}$  [4]



## Chapitre 3

# Dispositif expérimental

Les différentes analyses présentées dans cette thèse ( $B^0 \rightarrow K^{*+}\rho^-$ ,  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  et  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ ) font toutes intervenir des modes de désintégration dans lesquels le rapport d'embranchement pour atteindre l'état final est très faible, de l'ordre de  $10^{-6}$ . Ils faut donc pouvoir accéder à plusieurs centaines de millions d'événements pour espérer observer ce genre de désintégrations. Les usines à  $B$  sont capables de produire ces centaines de millions de désintégrations de  $B$  et de les enregistrer. Je décris dans la suite le fonctionnement du collisionneur PEP-II et du détecteur BABAR qui ont permis de collecter les données utilisées dans ma thèse.

Les usines à  $B$ , aussi bien PEP-II/BABAR à SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*) que l'expérience concurrente KEK/Belle au Japon, sont basées sur le même principe. Les collisionneurs électrons/positrons fonctionnent à une énergie dans le centre de masse de 10.58 GeV qui correspond à la masse de l'état lié  $b\bar{b}$  : l' $\Upsilon(4S)$ . Cette résonance est située juste au delà du seuil de production des paires  $B_d^0 \bar{B}_d^0$  et  $B_u^+ B_u^-$  et se désintègre donc en paire de mésons  $B$ . La figure 3.1 montre la section efficace des collisions  $e^+e^-$  dans le centre de masse aux énergies proches du seuil de production  $b\bar{b}$ . La section efficace de production de la paire  $b\bar{b}$  est de 1.11 nb à une énergie de 10.58 GeV. Elle est comparable aux sections efficaces de production  $c\bar{c}$  ( $\sigma_{c\bar{c}} = 1.35$  nb) et  $q\bar{q}$  ( $\sum_{q=u,d,s} \sigma_{q\bar{q}} = 2.09$  nb) à cette énergie et permet donc une production abondante de mésons  $B$  dans un environnement très propre. L'expérience LHCb sur le collisionneur hadronique LHC, produira beaucoup plus de mésons  $B^1$  mais dans un environnement également beaucoup plus bruyant<sup>2</sup> que celui des usines à  $B$ .

Les collisionneurs dans ces deux usines à  $B$  sont asymétriques, l'énergie du faisceau d'électron est plus grande que l'énergie du faisceau de positron, pour pouvoir mesurer des asymétries dépendantes du temps. La valeur du facteur de Lorentz est sélectionnée pour obtenir un compromis qui permette de mesurer la distance de vol des mésons  $B$  mais sans pour autant focaliser trop les produits de désintégration d'un événement dans la direction du faisceau de haute énergie. En mesurant la différence entre les distances de vol des deux mésons  $B$  produits, on peut remonter à la différence entre les temps de désintégrations et mesurer des asymétries dépendantes du temps dans les désintégrations  $B^0 \bar{B}^0$ .

### 3.1 Le collisionneur PEP-II

Le collisionneur PEP-II [58, 59] est installé dans le prolongement de l'accélérateur linéaire LINAC (*LINEar ACcelerator*) de SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*). Il est constitué de

---

<sup>1</sup>L'expérience LHCb produira  $10^{12}$  paire  $b\bar{b}$  par an.

<sup>2</sup>Seulement 6 événements sur 1000 contiendront un quark  $b$  dans l'expérience LHCb.

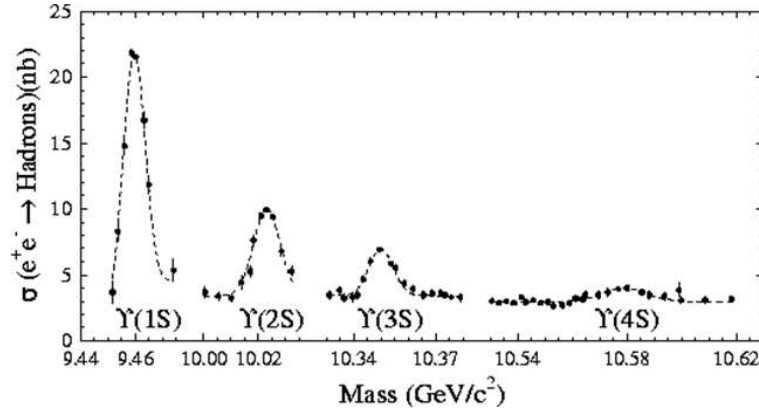


FIG. 3.1 – Section efficace de production des résonances  $\Upsilon$ . Les usines à  $B$  fonctionnent à une énergie de 10.58 GeV pour produire maximalelement la résonance  $\Upsilon(4S)$ , première résonance juste au delà du seuil de production  $b\bar{b}$ .

deux anneaux de stockage de 2.2 km de circonférence comme le montre la figure 3.2. Le premier anneau contient des électrons stockés à une énergie de 9 GeV, il est appelé HER (*High Energy Ring*). Le second contient des positrons stockés à une énergie de 3.1 GeV, il est appelé LER (*Low Energy Ring*). Les électrons sont produits dans le LINAC où ils sont soit utilisés pour la génération des positrons, soit accélérés et injectés dans l’anneau de stockage. L’énergie de collision  $e^+e^-$  dans le centre de masse est alors de 10.58 GeV correspondant à la masse de l’ $\Upsilon(4S)$  comme nous l’avons vu précédemment. Le *boost* de Lorentz associé dans le référentiel du laboratoire,  $\beta\gamma$ , est égale à 0.56. En moyenne, les mésons  $B$  volent 260  $\mu\text{m}$  dans le détecteur.

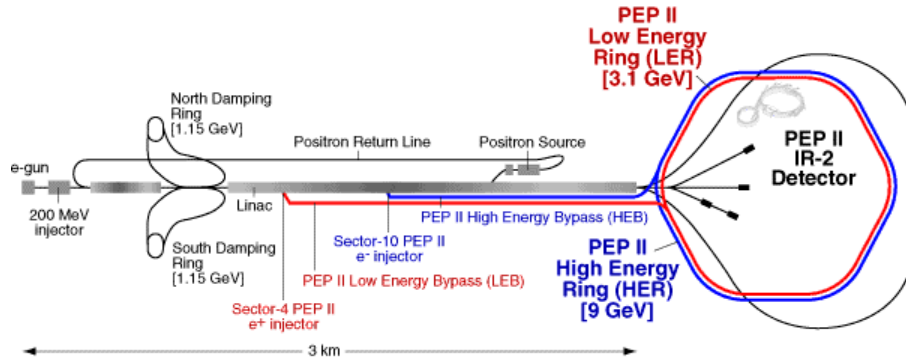


FIG. 3.2 – Schéma de l’accélérateur linéaire LINAC suivi du collisionneur PEP-II à SLAC. Le faisceau d’électrons circule dans la section bleue et le faisceau de positrons dans la section rouge.

Les paramètres typiques de fonctionnement du collisionneur à l’heure actuelle (prise de données de 2006) sont résumés dans le tableau 3.1 ; ils sont à comparer avec les valeurs nominales prévues à la conception de la machine. Les performances sont bien meilleures que ce qui avait été imaginé à l’époque. Les courants des faisceaux circulant dans les anneaux sont de l’ordre de l’ampère pour obtenir une luminosité élevée.

Le dispositif au niveau de la zone d’interaction est schématisé sur la figure 3.3. Les faisceaux sont focalisés au point d’interaction par de multiples quadrupôles (Q1 à Q5). Pour éviter les collisions parasites, l’aimant de séparation (B1) se trouve à moins de 20 cm du point d’interaction, au coeur



Paramètres	Valeur nominale	Valeur actuelle
Energie HER/LER ( GeV)	9.0/3.1	9.0/3.1
Courant HER/LER (A)	0.75/2.15	1.875/2.9
Nombre de paquets	1658	1722
Espacement entre les paquets (ns)	4.2	4.0
$\sigma_x$ ( $\mu\text{m}$ )	110	80
$\sigma_y$ ( $\mu\text{m}$ )	3.3	7
$\sigma_z$ (mm)	9	8
Luminosité ( $10^{33}\text{cm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	3	12.1*
Luminosité intégrée journalière ( $\text{pb}^{-1}/\text{jour}$ )	135	891*

TAB. 3.1 – Paramètres des faisceaux du collisionneur PEP-II. La deuxième colonne donne les valeurs nominales de ces paramètres au moment de la conception de PEP-II. La troisième donne les valeurs actuelles mesurées lors de la dernière période de prise de données en 2006 (les valeurs avec astérisque sont les valeurs records, les autres sont les valeurs typiques).

du détecteur.

Près du point d'interaction, les paquets d'électrons et de positrons se trouvent dans un même tube à vide fait de deux couches de béryllium entre lesquelles circule l'eau de refroidissement. Son rayon extérieur est de 28 mm. Les paquets d'électrons et de positrons se rencontrent à 37 cm du centre de *BABAR* pour maximiser l'acceptance géométrique.

L'énergie des faisceaux est connue à partir de l'intensité des champs magnétiques et de la déviation moyenne des fréquences des champs accélérateurs par rapport à leur valeur centrale [60]. Bien que l'incertitude systématique sur la valeur absolue de l'énergie de chaque faisceau est de 5 à 10 MeV, la configuration relative d'un faisceau par rapport à l'autre est stable à  $\sim 1$  MeV près.

L'injection des électrons et positrons fonctionne sur un mode continu. Elle était auparavant plus standard avec une phase d'injection suivie d'une phase de prise de données. La phase d'injection durait environ 3 minutes pendant lesquelles *BABAR* ne prenait pas de données en raison du bruit de fond machine important. Lors de la phase de prise de données, PEP-II n'entretenait pas l'intensité des courants dans les faisceaux et la luminosité diminuait petit à petit. Cette phase était d'environ 45 minutes pour correspondre à la luminosité intégrée optimale que l'on pouvait espérer.

Maintenant l'injection se fait de manière continue pour obtenir une luminosité stable dans le temps et ne pas interrompre la prise de données. La technique consiste à injecter un paquet d'électrons ou de positrons toutes les 200 ms environ (5 Hz pour le HER et 10 Hz pour le LER). Au moment où le paquet injecté passe dans le détecteur, il crée un bruit de fond important en raison des oscillations bétatrons générées. Du fait de ces oscillations, les particules dans les queues de faisceaux se rapprochent des parois du tube à vide provoquant la création de gerbes électromagnétiques. Il faut donc inhiber le système de déclenchement au moment où le paquet injecté passe au niveau du détecteur *BABAR* pour ne pas le surcharger. La différence entre la luminosité actuelle et ce qu'elle était avec l'injection standard est visible sur la figure 3.4. Un gain de 20% à 30% a été observé en ce qui concerne la luminosité intégrée.

## 3.2 Le détecteur *BABAR*

Pour mesurer les paramètres de la violation de *CP*, il est nécessaire de pouvoir reconstruire des états finals exclusifs, de pouvoir déterminer la saveur de *B* et de pouvoir mesurer le temps entre les désintégrations des deux *B*. Les contraintes sur le détecteur sont donc importantes. Il est asymétrique dans la direction des faisceaux car les paires de mésons *B* sont *boostées*, il doit

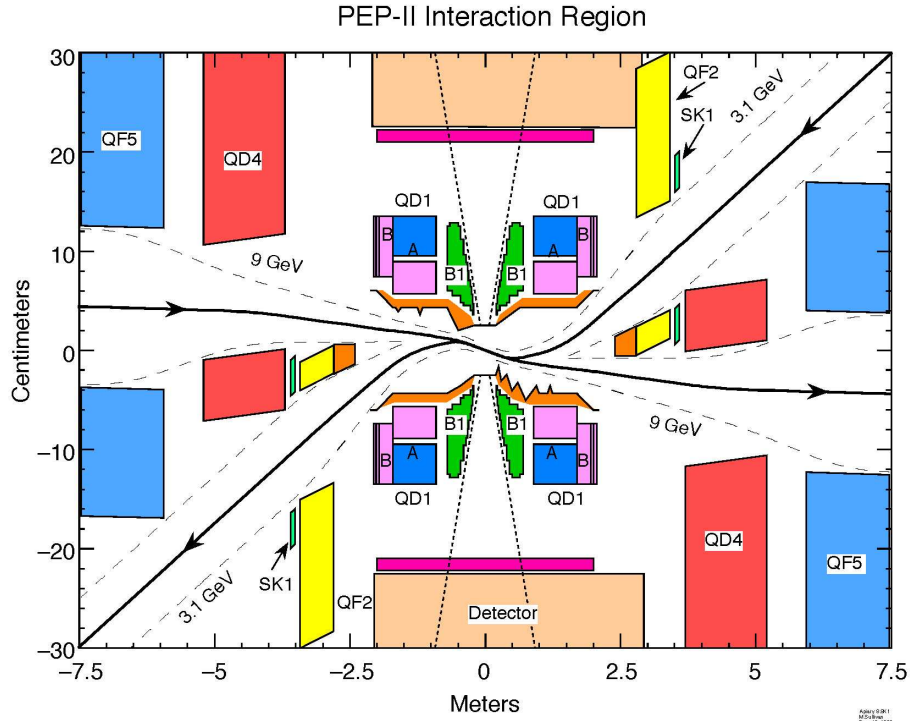


FIG. 3.3 – Schéma de la zone d'interaction de PEP-II dans le plan horizontal. L'échelle en  $x$  est 25 fois plus grande que l'échelle en  $z$ . La trajectoire moyenne des faisceaux est représentée en traits pleins. Les tirets sont situés à 10 écarts types de la distribution gaussienne des faisceaux. L'acceptance du détecteur *BABAR* est schématisée par les lignes pointillées quasiment verticales.

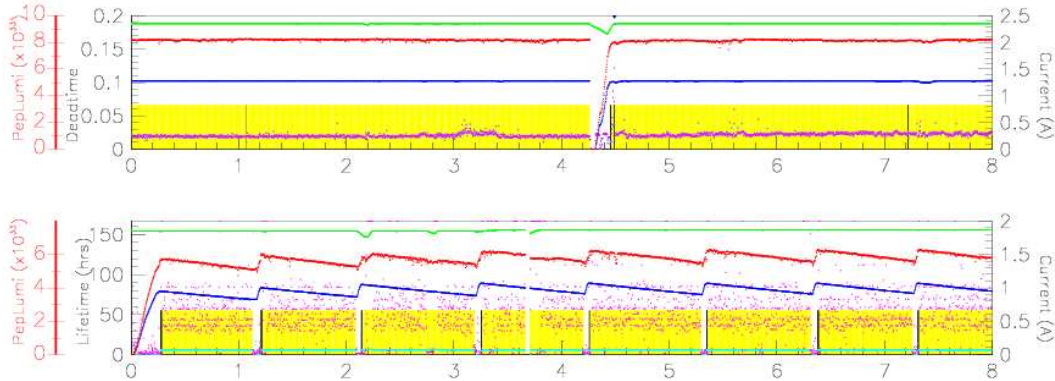


FIG. 3.4 – Evolution de la luminosité instantanée (rouge), du courant dans le HER (bleu) et du courant dans le LER (vert) en fonction du temps. (En haut) L'injection continue est utilisée pour les deux faisceaux, les courants et la luminosité sont stables. (En bas) L'injection continue n'est utilisée que pour le LER, la luminosité décroît à mesure que le courant dans le HER s'affaiblit.

disposer d'un détecteur de vertex très précis pour séparer les vertex de désintégration des  $B$ , d'une capacité de détection des particules chargées et neutres pour des gammes d'impulsion transverse de 60 MeV/ $c$  à 4 GeV/ $c$  et d'énergie de 20 MeV à 5 GeV, et d'un système d'identification des

particules chargées très performant. Le détecteur *BABAR* remplit cette tâche.

Le détecteur *BABAR* [60] est installé dans la région d'interaction de PEP-II. Il est de conception classique cylindrique sans calorimètre hadronique comme l'illustre la figure 3.5. En allant du point d'interaction vers l'extérieur, il comprend les éléments suivants :

- un détecteur de vertex (SVT) qui permet la reconstruction des vertex de désintégrations des  $B$  et la mesure très précise des impulsions des particules chargées.
- une chambre à dérive (DCH) qui permet la mesure des impulsions des particules chargées.
- un détecteur Cherenkov (DIRC) qui sert à l'identification des particules chargées.
- un calorimètre électromagnétique (EMC) qui mesure l'énergie des photons et électrons.
- un aimant supra-conducteur qui courbe la trajectoire des particules chargées dans le détecteur et permet une mesure précise de l'impulsion dans le SVT et la DCH.
- un retour de flux instrumenté (IFR) qui sert à l'identification des muons et la détection de  $K_L$ .

Dans la suite, l'axe  $z$  est l'axe parallèle au champ magnétique sur lequel est aligné le détecteur, il est orienté dans le sens de circulation des électrons et fait un petit angle, 20 mrad, avec l'axe des faisceaux. Cet axe pointe vers ce que l'on appellera l'avant du détecteur. L'axe  $y$  est vertical et l'axe  $x$  horizontal pointe vers l'extérieur de PEP-II. L'angle  $\theta$  est défini comme l'angle polaire par rapport à l'axe  $z$  et l'angle  $\phi$  comme l'angle azimutal autour de ce même axe. L'origine des coordonnées correspond au point de collision des faisceaux.

### 3.2.1 Le détecteur de vertex (SVT)

Le SVT (*Silicon Vertex Tracker*) [61, 62] est composé de cinq couches visibles sur les coupes transverse et longitudinale des figures 3.6 et 3.7. Chaque couche est segmentée en modules s'étendant sur toute la longueur du SVT : les trois premières couches en comportent 6 et les 2 dernières 16 et 18 (Fig. 3.7) respectivement. Chaque module comporte entre 4 et 8 détecteurs au silicium et l'électronique de lecture associée située à son extrémité. Le SVT totalise 340 détecteurs au silicium (plaquettes) pour environ 150 000 canaux de lecture. Chaque détecteur de silicium est composé de deux surfaces de micro-pistes semi-conductrices : sur une face, elles sont parallèles à l'axe  $z$  et mesurent l'angle polaire  $\phi$ , et sur l'autre, elles sont perpendiculaires à ce même axe et mesurent la position en  $z$ .

Les deux dernières couches ont une forme particulière en arche qui augmente l'angle d'incidence des traces de particules chargées en bordure de la zone d'acceptance, et réduit la quantité de silicium traversée. Les modules de chacune des deux dernières couches sont divisés en deux sous-couches a et b. Pour détecter les traces de particules chargées le plus efficacement possible en minimisant les espaces entre 2 modules, les plaquettes sont placées alternativement à un rayon  $R_{4a}$  et  $R_{4b}$  (Fig. 3.7). Le tableau 3.2 résume la géométrie des pistes.

Couche	1	2	3	4a-4b	5a-5b
Rayon (mm)	32	40	54	91-127	114-144
Séparation des plaquettes en $z$ ( $\mu\text{m}$ )	50-100	55-100	100	100	100
Séparation des plaquettes en $\phi$ ( $\mu\text{m}$ )	100	100	100	210	210

TAB. 3.2 – Données géométriques concernant les différentes couches du SVT.

L'acceptance géométrique du SVT s'étend de  $20^\circ$  à  $150^\circ$  ce qui correspond à 90% de l'angle solide dans le référentiel du centre de masse ( $-0.95 < \cos(\theta^*) < 0.87$ ).

Les trois premières couches contribue de façon dominante à la détermination du paramètre

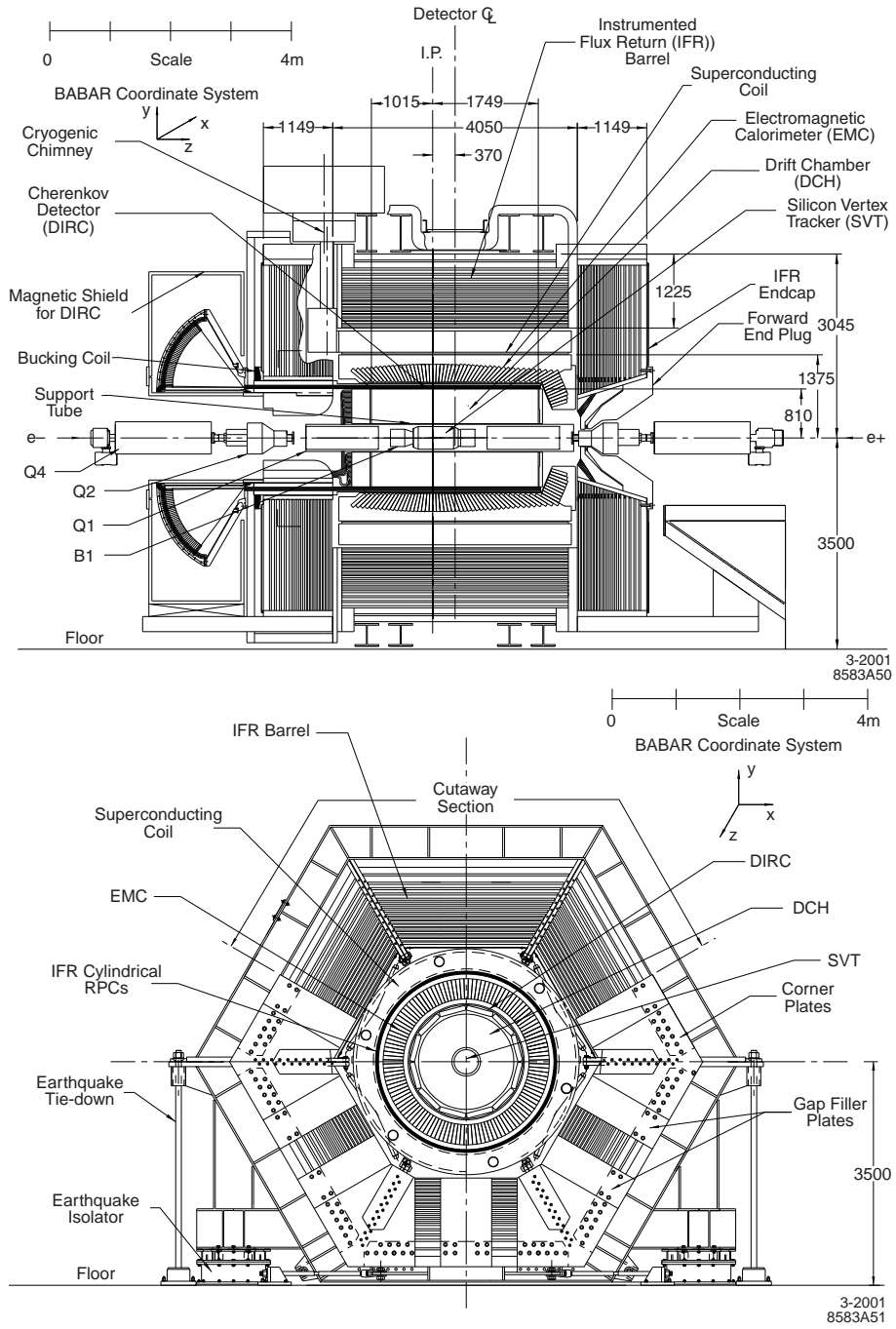


FIG. 3.5 – Coupe longitudinale (en haut) et transversal (en bas) du détecteur *BABAR*. On peut voir de l'intérieur vers l'extérieur les différents sous-détecteurs : le SVT, la DCH, le DIRC, l'EMC et les IFR.

d'impact des traces de particules chargées suivant l'axe  $z$  et dans le plan transverse pour reconstruire les vertex. La résolution spatiale est d'environ  $15 \mu\text{m}$  pour ces trois couches. Les deux couches extérieures ont une résolution moyenne de  $40 \mu\text{m}$ . Elles sont principalement importantes dans la

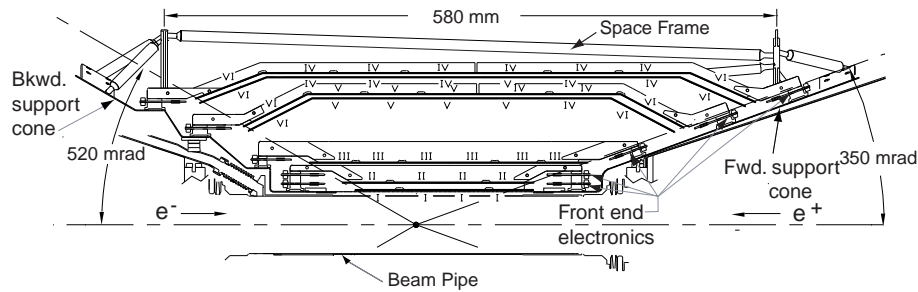


FIG. 3.6 – Coupe longitudinale du SVT. Le SVT est asymétrique avec une meilleure acceptance vers l'avant pour tenir compte du *boost* des faisceaux.

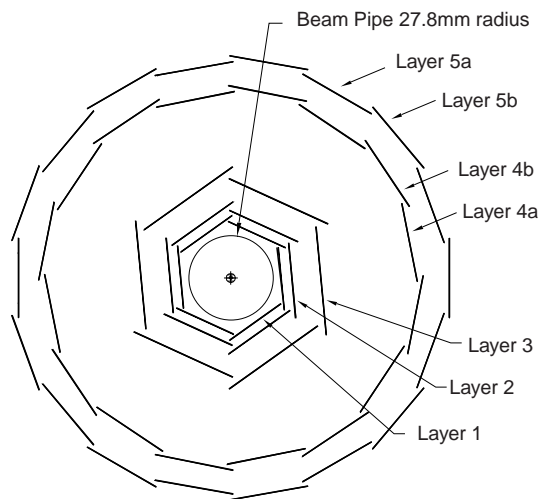


FIG. 3.7 – Coupe transversale du SVT. Les deux couches extérieures de silicium sont subdivisées en deux sous-couches pour limiter les pertes d'acceptance au niveau de la jonction de deux modules.

mesure des traces de particules chargées d'impulsion inférieure à  $120 \text{ MeV}/c$  qui n'atteignent pas la chambre à dérive car elles sont très sensibles aux diffusions multiples. La figure 3.8 montre l'efficacité de reconstruction des traces chargées si l'on utilise le SVT seul, elle est à comparer à la figure 3.10 équivalente pour la DCH seule.

### 3.2.2 La chambre à dérive (DCH)

La DCH (*Drift CHamber*) représentée sur la figure 3.9 sert à détecter les traces de particules chargées de grande impulsion transverse. Pour les particules chargées de faible impulsion, elle fournit également une mesure du  $dE/dx$  utile à leur identification.

Elle est constituée de 40 couches cylindriques contenant au total 7104 cellules et couvrant une acceptance comprise entre  $17^\circ$  et  $153^\circ$ . Il peut donc y avoir de l'ordre de 40 mesures de position et de perte d'énergie par ionisation ( $dE/dx$ ) pour des traces de particules chargées dont d'impulsion transverse est supérieure à  $180 \text{ MeV}/c$ . Les cellules sont de forme hexagonale et mesurent 11.9 mm dans la direction radiale et 19.0 mm dans la direction azimutale. Elles consistent en 1 fil sensible

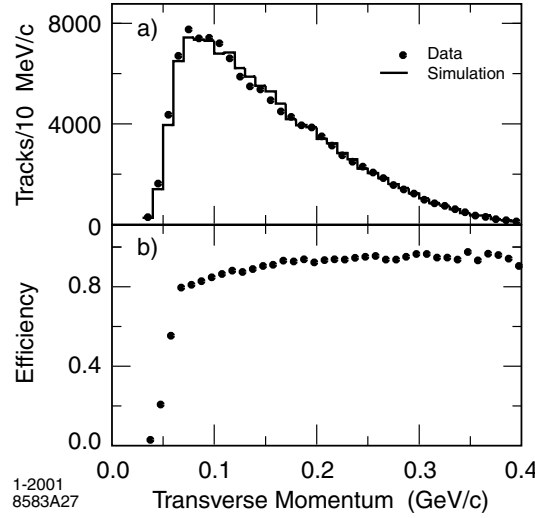


FIG. 3.8 – Etude Monte Carlo de la reconstruction des traces chargées de faible impulsion transverse dans le SVT. (a) Comparaison des distributions pour le Monte Carlo et les données, de l'impulsion transverse des pions dans les désintégrations  $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ . (b) Efficacité de sélection obtenue à partir des événements simulés.

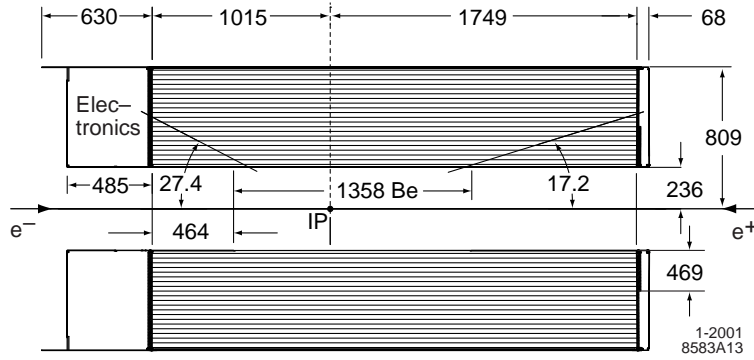


FIG. 3.9 – Coupe transversale de la DCH. Le centre de la chambre est déplacé de 37 cm par rapport au point d'interaction pour tenir compte du boost des faisceaux.

et 6 fils de champ. Le nombre total de fils est de 28768.

Parmi les 40 couches, 24 font un petit angle (45 ou 76 mrad) par rapport à l'axe  $z$  ce qui permet d'obtenir par stéréographie la position longitudinale de points sur les traces de particules chargées (la résolution en  $z$  est de l'ordre de 1 mm). Cette information aide à faire la correspondance entre les traces de particules chargées dans la DCH et dans le SVT. La quantité de matière de la DCH a été minimisée. Les parois de la DCH qui doivent supporter une partie de la force des fils tendus, sont minces (1 mm de béryllium pour la paroi interne et 1.6 mm de fibre de carbone pour la paroi externe) pour limiter la diffusion multiple et faciliter le raccordement des traces de particules chargées dans la DCH et le SVT. La diffusion multiple à l'intérieur de la DCH est également minimisée par l'emploi d'un gaz léger basé sur un mélange hélium/isobutane (80 : 20 en volume) et le recours à des fils de champ en aluminium. Les fils sensibles sont portés à une tension de 1930 V et les fils de champ à une tension de 340 V. L'électronique de lecture est placée sur le bouchon arrière pour minimiser la présence de matériel dans la zone d'acceptance.

Avec une haute tension de 1930 V, l'efficacité est excellente pour  $p_T \geq 200$  MeV/c (Fig. 3.10). La résolution sur l'impulsion transverse observée en combinant les informations du SVT et de la DCH a été déterminée en étudiant les muons cosmiques :

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = \left( (0.13 \pm 0.01)[\text{GeV}/c]^{-1} \times p_T + (0.45 \pm 0.03) \right) \%. \quad (3.1)$$

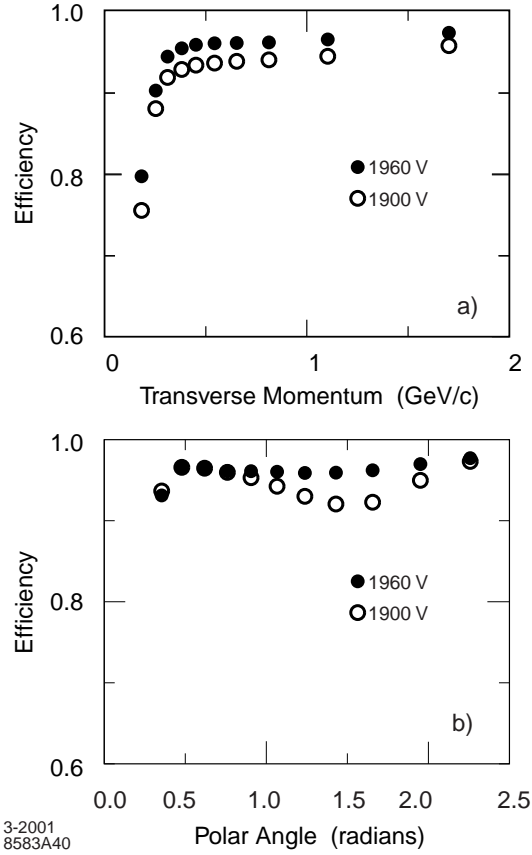


FIG. 3.10 – Efficacités de reconstruction des traces de particules chargées dans la DCH. (a) Efficacité en fonction de l'impulsion transverse. (b) Efficacité en fonction de l'angle polaire. L'efficacité est la fraction des traces détectées dans le SVT qui le sont aussi dans la DCH pour des événements multi-hadrons.

La figure 3.11 illustre les performances de la DCH pour l'identification des particules chargées par  $dE/dx$ . La résolution sur la mesure de la perte d'énergie par ionisation est de 7.5% ce qui permet de distinguer les  $\pi$  des  $K$  jusqu'à une impulsion de 700 MeV/c. A plus haute énergie, l'identification est assurée par le détecteur Cherenkov.

### 3.2.3 Le détecteur Cherenkov (DIRC)

Le DIRC (*Detector of Internally Reflected Cherenkov light*) est un détecteur Cherenkov original qui permet l'identification des traces de particules chargées.

Dans un milieu d'indice  $n$ , une particule chargée de vitesse  $\beta > c/n$  émet un cône de lumière autour de la trajectoire faisant un demi-angle au sommet  $\theta_C$  :

$$\cos(\theta_C) = \frac{1}{\beta n}. \quad (3.2)$$



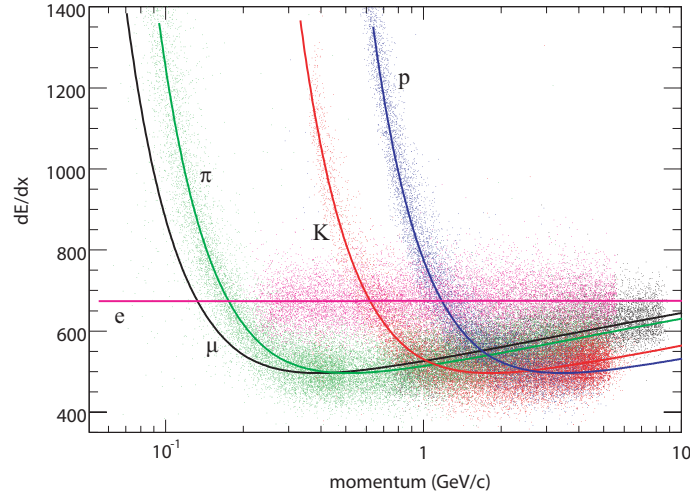


FIG. 3.11 – Distribution du  $dE/dx$  mesuré dans la DCH en fonction de l'impulsion de la trace considérée. Les courbes représentent la prédiction théorique attendue en utilisant la formule de Bethe-Bloch pour les différentes particules.

Le rayonnement Cherenkov apparaît donc pour une vitesse supérieure à  $1/n$  ou une impulsion supérieure au seuil :

$$p_S^{\pi,K} = \frac{m_{\pi,K}}{\sqrt{n^2 - 1}}. \quad (3.3)$$

L'indice moyen du quartz étant de 1.473, le seuil de production de rayonnement Cherenkov d'une particule chargée est environ égal à sa masse. En pratique, l'efficacité de détection de la lumière Cherenkov fait monter ce seuil théorique.

La figure 3.12 montre le principe de fonctionnement du DIRC. Les barres de quartz servent à la fois de milieu d'émission des photons Cherenkov (radiateur) et de propagateur de ces photons par réflexion interne. Les surfaces des barres sont planes pour garantir la conservation de l'angle d'incidence de la trajectoire des photons lors de leur propagation. Le DIRC est constitué de 144 barres de quartz regroupées en 12 boîtes placées autour de la DCH couvrant 93% de l'angle azimutal et un angle polaire compris entre  $26^\circ$  et  $141^\circ$ . Un miroir placé sur la face avant des cristaux permet de réfléchir les photons émis vers l'avant. Les photons sont collectés par 10752 photo-multiplicateurs placés sur la surface sphérique de la zone d'extension (*standoff box*) remplie d'eau dont l'indice (1.33) est proche de celui du quartz pour limiter les réflexions entre les deux milieux.

L'avantage clef du DIRC réside dans le fait qu'il n'occupe que 8 cm radialement. Ceci permet de disposer d'une plus grande chambre à dérive et que le calorimètre ne soit pas démesuré et donc très cher.

La figure 3.13 résume les performances du DIRC. La séparation pion-kaon est de l'ordre de  $4.2\sigma$  pour une impulsion de 3 GeV/c.

### 3.2.4 Le calorimètre électromagnétique (EMC)

L'EMC (*ElectroMagnetic Calorimeter*) représenté sur la figure 3.14 mesure les énergies des photons et des électrons à partir des gerbes électromagnétiques. Il possède une symétrie cylindrique autour de l'axe  $z$  et est constitué de 56 anneaux de cristaux d'iodure de césium dopés au thallium. Les anneaux sont composés de 120 cristaux (entre 80 et 120 pour les 8 anneaux du bouchon) pour un total de 6580 cristaux. Il couvre 90% de l'angle azimutal et un angle polaire compris entre  $16^\circ$  et  $141^\circ$ .



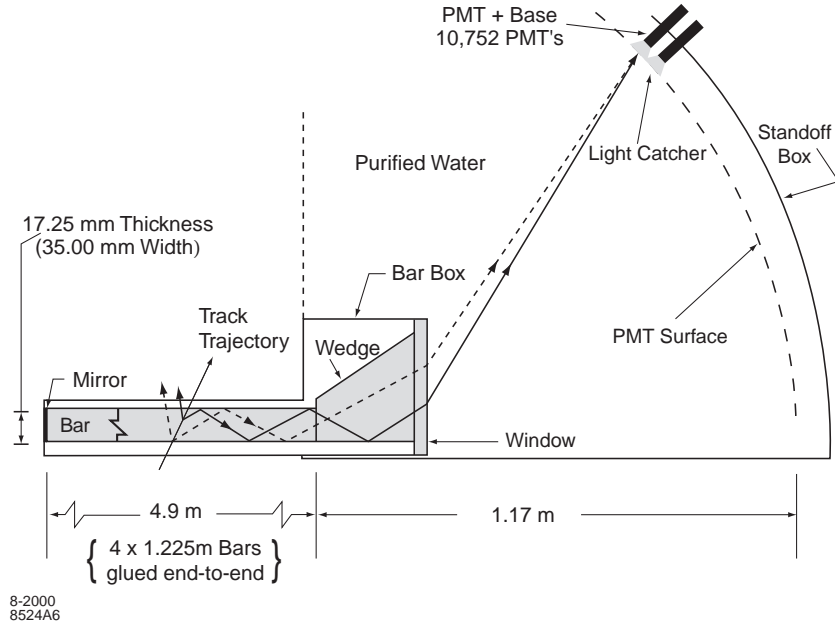


FIG. 3.12 – Schéma des barres de diffusion de quartz et de la région d'imagerie du DIRC. Les photons Cherenkov se propagent dans les barres et sont détectés par des photo-multiplicateurs sur la surface de la zone d'extension.

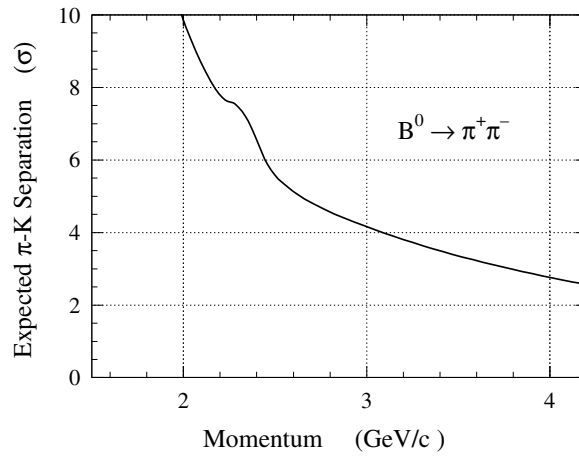


FIG. 3.13 – Séparation pion-kaon dans les désintégrations  $B \rightarrow \pi^+\pi^-$  en fonction de l'impulsion de la trace. La séparation est établie à partir de la résolution mesurée sur l'angle Cherenkov pour une trace unique dans un événement di-muon et de la différence attendue entre l'angle Cherenkov d'un pion et celui d'un kaon.

Pour éviter les inefficacités, les cristaux ne sont pas dirigés exactement vers le point d'interaction selon l'axe  $z$  (décalage de 15-45 mrad selon l'angle polaire). Par contre, les pertes de photons dans le plan transverse (en  $\phi$ ) ne peuvent être évitées et conduisent à une perte d'énergie moyenne d'environ 2.5%. Les cristaux ont une efficacité proche de 100% pour des énergies supérieures à 20 MeV (limitation due au bruit de fond des faisceaux).

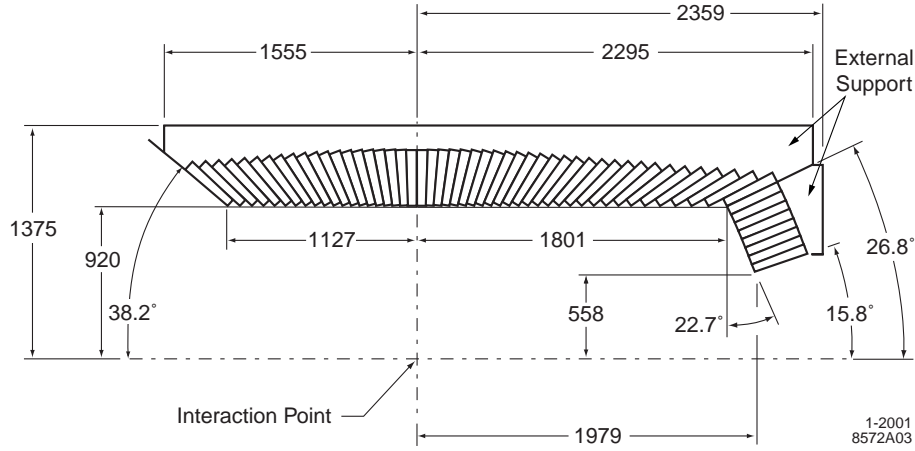


FIG. 3.14 – Coupe transversale de l'EMC illustrant l'arrangement des cristaux en fonction de  $z$ .

Une gerbe électromagnétique typique s'étale sur un amas de plusieurs cristaux adjacents formant un îlot de dépôt d'énergie. Un algorithme de reconnaissance de forme recherche ces îlots et identifie s'ils correspondent à un amas simple (avec un seul maximum d'énergie) ou à un amas composite (avec plusieurs maxima d'énergie). Un îlot est constitué d'un cristal principal avec une énergie supérieure à 10 MeV, des cristaux voisins avec une énergie supérieure à 1 MeV et des ensembles de cristaux contigus avec une énergie totale supérieure à 3 MeV. La forme des gerbes est utilisée pour distinguer les gerbes dues aux hadrons neutres des gerbes électromagnétiques dues aux électrons ou aux photons. Les gerbes de hadrons neutres s'étendent sur plus de cristaux et le moment latéral (LAT) permet donc de les distinguer. Il est défini comme :

$$\text{LAT} = \frac{\sum_{i=3}^n E_i r_i^2}{E_1 R_0^2 + E_2 R_0^2 + \sum_{i=3}^n E_i r_i^2}, \quad (3.4)$$

où  $n$  est le nombre de cristaux dans l'amas,  $E_i$  est l'énergie du cristal  $i$  (les cristaux sont rangés par ordre d'énergie décroissante),  $r_i$  est la coordonnée polaire radiale du centre du cristal  $i$  et  $R_0$  est la distance moyenne entre deux cristaux. Plus cette variable est grande, plus elle a de chance de correspondre à une gerbe hadronique.

Les performances du calorimètre en ce qui concerne l'énergie et la direction des photons (Fig. 3.15) sont [60] :

$$\frac{\sigma_E}{E} = \left[ \frac{(2.32 \pm 0.30)\%}{\sqrt[4]{E(\text{GeV})}} \oplus (1.85 \pm 0.12) \right] \%, \quad (3.5)$$

$$\sigma_{\theta,\phi} = \left[ \frac{(3.87 \pm 0.07)}{\sqrt{E(\text{GeV})}} \oplus (0.00 \pm 0.04) \right] \text{mrad}. \quad (3.6)$$

La figure 3.16 représente les épaisseurs des sous-détecteurs exprimées en longueur de radiation. Les particules perdent peu d'énergie avant d'entrer dans l'EMC.

### 3.2.5 L'aimant supra-conducteur

Le détecteur central est plongé dans un champ magnétique pour permettre la mesure de l'impulsion des particules chargées en courbant leur trajectoire. L'aimant est un solénoïde supra-conducteur traversé par un courant de 4600 A qui crée un champ magnétique constant de 1.5 T. Le solénoïde

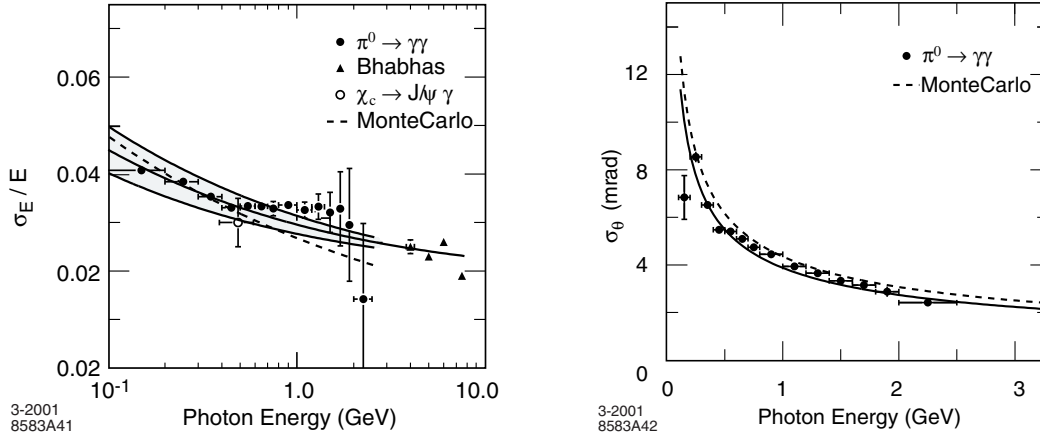


FIG. 3.15 – (A gauche) Résolution en énergie de l'EMC pour les photons et les électrons dans différents processus. La courbe correspond à un ajustement des données par l'équation 3.5. (A droite) Résolution angulaire de l'EMC pour les photons issus de la désintégration de  $\pi^0$ . La courbe correspond à un ajustement des données par l'équation 3.6.

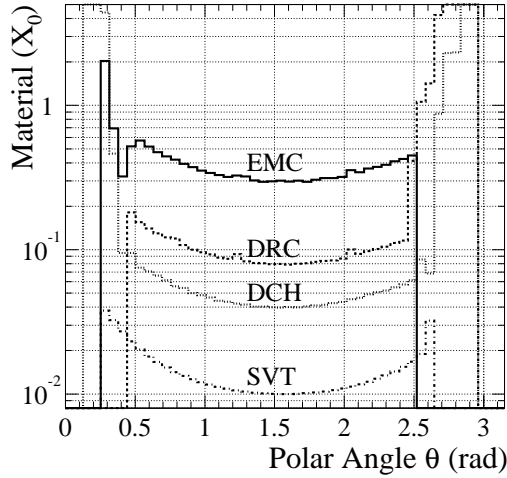


FIG. 3.16 – Quantité de matériel (exprimée en longueur de radiation) que traverse une particule de haute énergie issue du point d'interaction avant d'atteindre le premier élément actif de chaque sous-détecteur en fonction de l'angle polaire.

est constitué d'un "câble de Rutherford" en filaments de niobium-titanium (NbTi) enveloppés dans de l'aluminium, d'une longueur total de 10.3 km. Il est refroidi à une température de 4.5 K grâce à de l'hélium liquide.

### 3.2.6 Le retour de flux instrumenté (IFR)

L'IFR (*Instrumental Flux Return*) sert à identifier les muons et à détecter les hadrons neutres comme les  $K_L$ . La détection des muons est importante pour l'étiquetage de la saveur des mésons  $B$

neutres, la reconstruction des mésons tels que le  $J/\psi$  et l'étude de certains canaux semi-leptoniques. Il est constitué d'une armature en acier servant de filtre à muons (Fig. 3.17). Entre chacune des couches est inséré un appareillage de détection. La majeure partie des données utilisées pour ma thèse (bien que non concernées par cette partie du détecteur) est enregistrée avec un système mixte de détection : des RPC (*Resistive Plate Chamber*) et des LST (*Limited Streamer Tubes*) installés après que la phase de prise de données ait commencé. En raison de performances pour certaines RPC en diminution rapide au cours du temps, les  $2 \times 19$  couches des sextants supérieur et inférieur, ont été remplacées par des LST en 2004 et les  $4 \times 19$  couches des 4 sextants restants en 2006. Elles sont cependant encore présentes dans les deux bouchons.

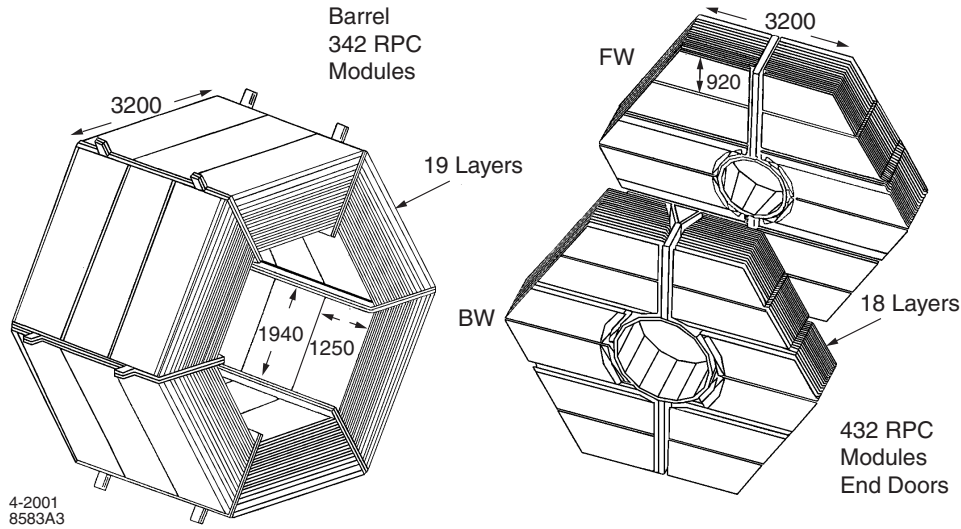


FIG. 3.17 – Schéma des IFR. Les 6 sextants du tonneau sont maintenant instrumentés avec les LST et les deux bouchons sont toujours instrumentés avec les RPC.

Les RPC sont composées d'un volume de gaz (mélange d'argon, de fréon et d'isobutane) placé entre deux plaques de bakélite (Fig. 3.18). Les plaques de bakélite sont portées à une différence de potentiel de 8 kV et quand une particule secondaire chargée traverse le gaz, elles créent un signal d'ionisation lu par des électrodes d'aluminium placées sur chaque face de la RPC. Il y avait au départ 806 modules de RPC.

Les LST sont constitués de cellules carrées ouvertes sur un côté et conductrices pour les trois côtés restants. Un fil passe au centre des cellules et est connecté aux sources de haute tension (Fig. 3.19). Les LST fonctionnent en mode "limité" car la décharge créée par le passage d'une particule ne se propage pas tout le long du fil mais reste confinée dans une zone limitée autour du point du fil atteint par le premier électron d'ionisation. Le gaz parcourant les LST est constitué d'un mélange ( $Ar/C_4H_{10}/CO_2$ ).

L'efficacité des LST est comparée à celle obtenue avec des RPC idéales pour des muons sur la figure 3.20. On voit que l'efficacité est tout à fait similaire, les performances des LST sont donc au moins aussi bonnes que celles des RPC lors de leur démarrage.

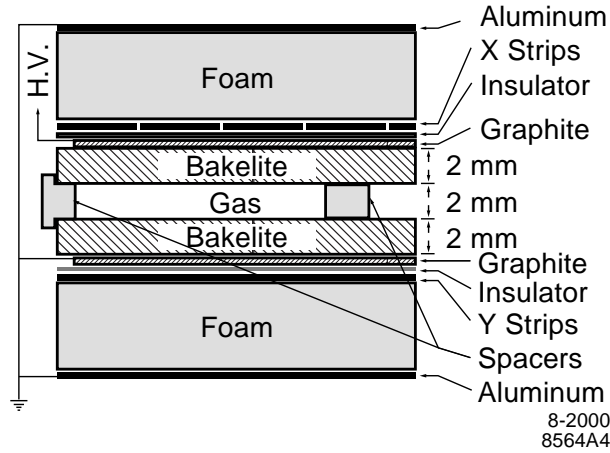


FIG. 3.18 – Coupe transversale d'une RPC plane.

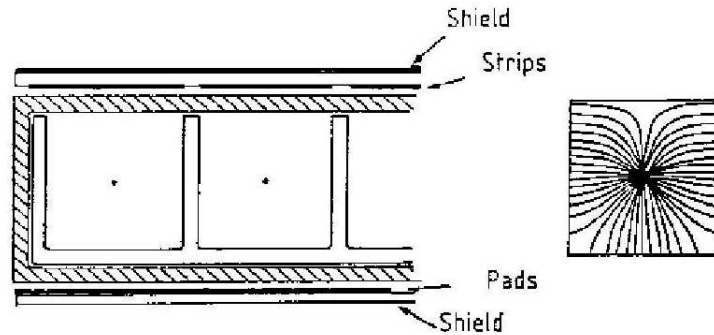


FIG. 3.19 – (A gauche) Schéma d'un LST ouvert sur le dessus. (A droite) Lignes de champ correspondant à la configuration de gauche.

### 3.3 Traitement des données

#### 3.3.1 Le système de déclenchement

Le système de déclenchement a pour but de sélectionner les événements utiles pour les analyses de physique avec une très bonne efficacité (supérieure à 99% pour les événements  $B\bar{B}$  et de l'ordre de 90% pour les événements  $\tau^+\tau^-$  et  $\mu^+\mu^-$ ) tout en rejetant un maximum de bruit de fond. Le système de déclenchement doit maintenir le taux d'enregistrement des données en dessous de 120 Hz sachant que le taux moyen de bruit de fond induit par les faisceaux est de l'ordre de 20 kHz. Deux niveaux de déclenchement sont utilisés.

Le premier niveau, L1, est uniquement électronique. Il cherche la présence de particules en re-construisant des segments de trace de particules chargées dans la chambre à dérive et des amas dans le calorimètre avec un grand dépôt d'énergie. L'IFR peut aussi déclencher le niveau L1 à partir de muons ou d'événements cosmiques servant à la calibration du détecteur. Le taux de comptage en sortie du L1 ne peut pas dépasser 2.5 kHz.

Le deuxième niveau, appelé L3 pour des raisons historiques, est un programme de reconstruction rapide de particules. Le logiciel du L3 fonctionne sur 32 processeurs. Il raffine la reconstruction

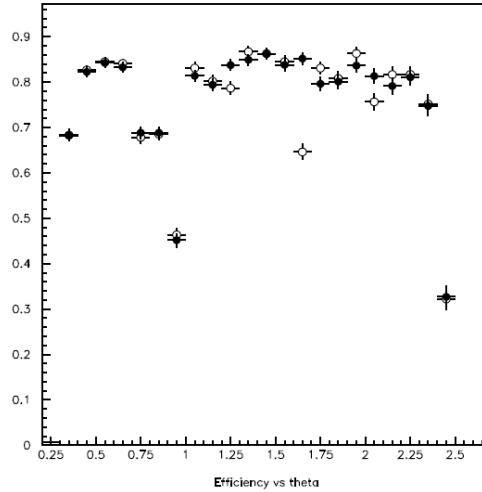


FIG. 3.20 – Efficacité de détection des muons en fonction de l’angle polaire pour les LST (ronds pleins) et pour des RPC idéales (ronds vides).

des traces de particules chargées et utilise des algorithmes de filtrage plus sophistiqués pour rejeter les événements Bhabha et le bruit de fond de PEP-II. Il a accès pour cela à l’ensemble des données de l’événement et à l’information du niveau de déclenchement L1.

### 3.3.2 Le système d’acquisition des données

Le système d’acquisition de données permet de transférer l’ensemble des informations provenant des différents sous-détecteurs vers les fermes d’ordinateur qui effectuent le traitement en ligne des événements. Les informations sont envoyées depuis l’électronique *front-end* vers les modules de lecture (ROM, *ReadOut Module*) par fibres optiques.

Le système d’acquisition enregistre également les conditions de prise de données comme les tensions appliquées aux différents éléments du détecteur, la pureté des gaz, les conditions de fonctionnement du collisionneur, ... L’information enregistrée permet de relier chaque événement aux conditions de prises de données correspondantes afin de s’assurer de leur qualité et de permettre des calibrations.

Le système supporte un taux d’acquisition de niveau L1 de 2.5 kHz pour une taille d’événement de 28 kbytes, et permet de le réduire à l’entrée du niveau L3 aux 1 kHz requis. Dans des conditions normales de faisceaux, le taux L1 est de l’ordre de 1 kHz ce qui est très largement en dessous des capacités maximales du système d’acquisition. L’efficacité du système d’acquisition est de 98%.

### 3.3.3 Echantillon de données

Les données sont segmentées en *runs* couvrant une période d’environ 45 minutes de prise de données chacun. La longueur de cette période est limitée par la taille des fichiers sur les disques.

On parle également de *Runs* pour définir des périodes beaucoup plus longues cette fois entre deux arrêts majeurs du collisionneur et du détecteur (pour effectuer des tâches de maintenance ou d’amélioration en général). Les données utilisées dans ma thèse s’étalent sur 5 *Runs* enregistrés entre 1999 et 2006. La figure 3.21 montre la luminosité intégrée tout au long de ces *Runs*. On

peut remarquer que les phases d'arrêt de la machine ont permis de l'améliorer pour obtenir une augmentation de la luminosité. Les analyses de ma thèse utilisent les données du *Run* 1 à 5, soient environ 350 millions de paires  $B\bar{B}$  ( $316\text{fb}^{-1}$ ).

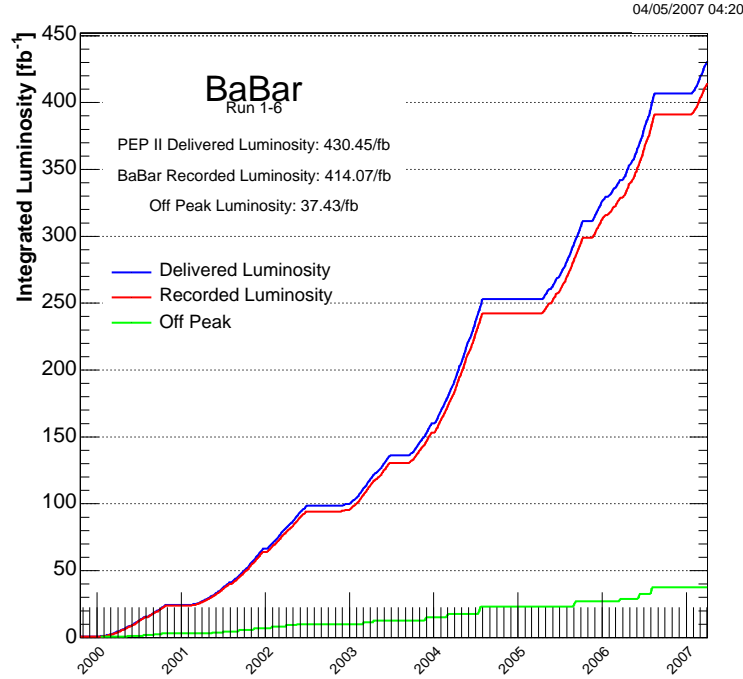


FIG. 3.21 – Luminosité intégrée délivrée par PEP-II (bleu) et enregistrée par *BABAR* (rouge) jusqu'au 5 avril 2007. La courbe verte représente la luminosité intégrée pour les événements *off-peak* (Sec. 3.4.1.1), environ 10% des données sont enregistrées en-dessous du seuil de production  $b\bar{b}$ . Chaque plateau correspond à une période d'arrêt de PEP-II et *BABAR*.

Les données sont complétées par des lots d'événements simulés par méthode Monte Carlo. Ils sont générés en trois étapes, la première correspond à la génération de la désintégration produisant finalement les quadri-vecteurs des particules finales d'un événement, la deuxième à la propagation des particules dans le détecteur et leur interaction avec celui-ci, et la dernière à la simulation de la réponse du détecteur au passage des particules. Le logiciel utilisé pour la génération des événements dans *BABAR* est *EvtGen* pour la désintégration des  $B$ , il utilise les rapports d'embranchement mesurés expérimentalement, et le programme *JETSET* de fragmentation pour les événements  $q\bar{q}$ . Le détecteur est simulé par le logiciel standard *Geant4* qui permet à la fois de modéliser les interactions des particules qui traversent le détecteur et la réponse du détecteur quand une interaction a lieu.

Les 4 principaux lots de Monte Carlo correspondent aux modes dits "génériques" :  $B^0\bar{B}^0$ ,  $B^+B^-$ ,  $c\bar{c}$  et  $uds$ <sup>1</sup>.

### 3.4 Outils d'analyse

Je décris dans cette section les différents concepts et outils communs aux analyses dans l'expérience *BABAR* que j'utiliserai dans la suite pour décrire les analyses sur lesquelles j'ai travaillé lors

<sup>1</sup>Le mode générique  $uds$  comprend à la fois des événements  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  et  $s\bar{s}$ .

de ma thèse.

### 3.4.1 Description des différents types de bruit de fond

Le bruit de fond désigne tous les événements reconstruits lors d'une l'analyse qui passent les coupures de sélection que l'on définit pour sélectionner les événements de signal mais qui ne correspondent pas en réalité à la chaîne de désintégration que l'on étudie. Il provient principalement de mauvaises identifications de particules ou de combinaisons aléatoires (combinatoire) de particules de l'événement considéré. Le bruit de fond est divisé en plusieurs catégories en fonction de son origine physique.

#### 3.4.1.1 Bruit de fond de continuum $q\bar{q}$

La résonance  $\Upsilon(4S)$  est un état lié qui se désintègre en deux quarks  $b\bar{b}$ . Cependant "sous" cette résonance d'autres processus peuvent avoir lieu, ils ont des sections efficaces de désintégration non négligeables devant la section efficace  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$  comme le montre le tableau 3.3 [63]. Ces processus peuvent être des réactions  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  avec  $q = u, d, s$  ou  $c$ , ou des réactions  $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$  avec  $l = e, \mu$  ou  $\tau$ . Les premières peuvent être reconstruites et sélectionnées dans une analyse en même temps que les événements de signal, elles participent donc au bruit de fond de l'analyse. Les désintégrations en paire de leptons ne contribuent pas notablement au bruit de fond dans les analyses que je décrirai par la suite.

$e^+e^- \rightarrow$	$b\bar{b}$	$c\bar{c}$	$s\bar{s}$	$d\bar{d}$	$u\bar{u}$	$\tau^+\tau^-$	$\mu^+\mu^-$	$e^+e^-$
Sections efficaces (nb)	1.10	1.30	0.35	0.35	1.39	0.94	1.16	$\sim 40$

TAB. 3.3 – Sections efficaces de désintégration des processus  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  à l'énergie de fonctionnement du collisionneur PEP-II, soit 10.58 GeV. A cette énergie, la paire  $b\bar{b}$  est un état lié correspondant à la résonance  $\Upsilon(4S)$  qui se désintègre pour moitié en  $B^+B^-$  et pour l'autre moitié en  $B^0\bar{B}^0$  [63].

Pour pouvoir étudier le bruit de fond de continuum, certaines données sont enregistrées avec une énergie de fonctionnement du collisionneur PEP-II inférieur au seuil de production de la paire  $b\bar{b}$ . Dans ce cas, seul des événements de type continuum sont produits, ces données sont appelées données *offpeak*. Les données prises à une énergie de 10.58 GeV sont des données *onpeak*.

#### 3.4.1.2 Bruit de fond $B\bar{B}$

Le bruit de fond  $B\bar{B}$  est un bruit de fond combinatoire généré à partir d'une désintégration  $B\bar{B}$ . Ce bruit de fond peut être très gênant dans certaines conditions car comme un vrai  $B$  est parfois reconstruit (dans le cas d'une intervention de traces par exemple), il peut avoir des propriétés cinématiques semblables à celles du signal.

### 3.4.2 Outils de reconstruction

La reconstruction permet de passer des informations brutes recueillies auprès du détecteur à la particule potentielle correspondante et ses caractéristiques physiques.



### 3.4.2.1 Reconstruction des traces de particules chargées

Les traces de particules chargées sont reconstruites dans le détecteur à partir des informations combinées du SVT et de la DCH. La reconnaissance des traces et l'ajustement des paramètres qui les caractérisent, sont ensuite réalisés grâce à un algorithme de filtre de Kalman [64] qui tient compte de la distribution de matériau dans le détecteur et de la carte du champ magnétique. La reconstruction des traces a lieu en plusieurs étapes. La première cherche les segments de trace dans la DCH qui correspondent à une trace découverte par l'algorithme de reconnaissance de traces du niveau de déclenchement L3. Ensuite le reste des informations de la DCH est utilisé pour compléter les traces existantes ou en définir de nouvelles (traces qui ne traversent pas complètement la DCH ou qui ne proviennent pas du point d'interaction). Les segments de trace dans le SVT sont finalement considérés pour prolonger les traces identifiées dans la DCH ou pour en trouver de nouvelles. Pour les traces qui ne seraient visibles que dans un des deux sous-détecteurs, on essaye de les combiner en tenant compte d'une possible déviation par le matériel du tube de support.

Les traces identifiées lors de la reconstruction sont placées dans plusieurs catégories en fonction de certains critères de qualité au niveau du code de reconstruction de *BABAR*. Les traces chargées sont regroupées dans la catégorie générale **ChargedTracks**. Cette catégorie est ensuite subdivisée en plusieurs autres. La catégorie la moins contraignante est nommée dans le code de reconstruction : **GoodTrackVeryLoose**. Elle demande des traces chargées de la liste **ChargedTracks** qui ont une impulsion physique (entre 0 et 10 GeV/c) et qui viennent du point d'interaction (elles passent au maximum à 10 cm suivant l'axe  $z$  et à 1.5 cm suivant le plan  $x - y$  de l'origine du système de coordonnées).

La figure 3.22 montre l'efficacité de reconstruction des traces chargées qui appartiennent à la catégorie **GoodTrackLoose** pour les événements Monte Carlo SP6 et les données du *Run 4* de *BABAR*. Cette catégorie en plus des critères de la catégorie **GoodTrackVeryLoose**, nécessite qu'au moins 12 coups soient visibles dans la DCH et que l'impulsion soit supérieure à 100 MeV/c.

L'ensemble des analyses que je décrirai par la suite, utilise des traces sélectionnées dans l'une des catégories décrites précédemment.

### 3.4.2.2 Ajustements cinématiques et géométriques

Pour reconstruire les candidats pour chaque événement, le programme utilisé dans l'expérience *BABAR* actuellement s'appelle **SimpleComposition**. Il permet de combiner les particules de différentes listes pour reconstruire leur mère potentielle, et d'appliquer ensuite des coupures de présélection sur celle-ci ainsi que des réajustements avec des contraintes cinématiques et/ou géométriques. L'algorithme utilisé dans l'analyse que je présenterai, pour effectuer les réajustements est appelé **TreeFitter** dans l'expérience *BABAR*, il est basé sur un filtre de Kalman avec contraintes si nécessaire. Un autre algorithme, **Cascade**, est parfois utilisé.

Il est intéressant par exemple d'utiliser un réajustement cinématique des particules qui participent à la chaîne de désintégration d'une particule mère si celle-ci a une largeur intrinsèque très petite devant la résolution expérimentale. On impose alors que la masse de la particule reconstruite soit égale à la masse physique de celle-ci.

Un réajustement géométrique est habituellement appliqué pour chaque particule composite reconstruite. Il impose que le vertex de production de toutes les particules filles soit égale au vertex de désintégration de la particule mère.

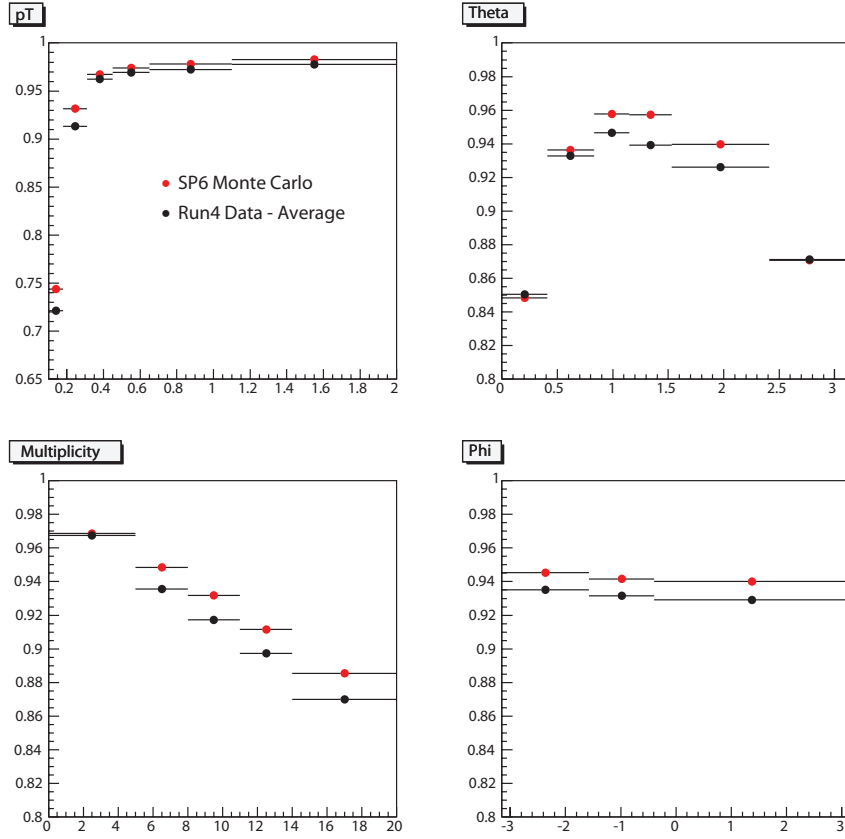


FIG. 3.22 – Efficacités de reconstruction des traces de particules chargées de la catégorie *GoodTrackLoose* en fonction de l'impulsion transverse  $p_T$ , des directions  $\theta$  et  $\phi$  et de la multiplicité de l'événement. Les points rouges correspondent à des événements Monte Carlo et les points noirs à des événements de données enregistrés pendant le *Run 4*.

### 3.4.2.3 Reconstruction des candidats $B$

Deux paramètres sont calculés lors de la reconstruction d'un candidat  $B$  dans les usines à  $B$  :  $\Delta E$  et  $m_{ES}$ .

$\Delta E$  est la différence entre l'énergie du candidat  $B$  reconstruit et la moitié de l'énergie des faisceaux. Son expression s'écrit :

$$\Delta E = E_B^* - E_i^*/2, \quad (3.7)$$

où  $E$  est l'énergie, les indices  $i$  et  $B$  font référence au système initial  $e^+e^-$  et au candidat  $B$  respectivement, et l'astérisque correspond à une grandeur calculée dans le centre de masse du système  $B\bar{B}$ .  $\Delta E$  est centrée autour de 0 si le candidat  $B$  reconstruit est un événement de signal.  $\Delta E$  dépend des variables cinématiques et des hypothèses de masse utilisées lors de la reconstruction d'un événement. La résolution sur  $\Delta E$  est donc sensible à la résolution sur les variables cinématiques calculées pendant la reconstruction, elle s'améliore donc quand on utilise des réajustements cinématiques. Si par exemple, on utilise une hypothèse de masse de pion pour une trace qui est en fait un kaon, on aura un décalage du pic de  $\Delta E$ .

$m_{ES}$  est la masse avec énergie substituée. Elle est définie comme :

$$m_{ES} = \sqrt{(E_i^*/2 + \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_B)^2 / E_i^2 - p_B^2}, \quad (3.8)$$

où  $E$  et  $p$  sont l'énergie et l'impulsion. Les indices  $i$  et  $B$  font référence au système initial  $e^+e^-$  et au candidat  $B$  respectivement, et l'astérisque correspond à une grandeur calculée dans le centre de masse. Pour un événement de signal, la distribution de  $m_{ES}$  est centrée autour de la masse du  $B$ , soit  $5.279 \text{ GeV}/c^2$ . La résolution sur  $m_{ES}$  dépend principalement de la résolution sur la mesure de l'énergie des faisceaux, elle dépend donc très peu de l'événement reconstruit et est de l'ordre de  $2.6 \text{ MeV}$  pour un événement de signal.

Les deux variables  $\Delta E$  et  $m_{ES}$  sont privilégiées en général dans les analyses car elles sont très peu corrélées entre elles et apportent donc deux informations complémentaires sur l'événement.

### 3.4.3 Outil d'évaluation de la qualité d'un ajustement : $pull$

Dans l'expérience *BABAR*, on mesure souvent les paramètres lors d'un ajustement par maximum de vraisemblance. La fonction de vraisemblance est construite à partir de fonctions de densité de probabilité qui reproduisent les distributions de certaines variables de l'analyse. Avant de réaliser l'ajustement sur les données, on teste toujours son comportement sur des événements Monte Carlo.

On génère pour cela plusieurs lots d'événements à partir de la fonction de densité de probabilité en choisissant les valeurs générées des paramètres à mesurer. Les lots d'événements ainsi obtenus sont alors ajustés comme s'il s'agissait des données. On compare ensuite la valeur ajustée à la valeur générée en construisant les distributions du  $pull$  pour chaque paramètres.

Le  $pull$  est défini comme la différence entre la valeur ajustée et la valeur générée d'un paramètre divisée par son incertitude ajustée :

$$pull_X = \frac{X_{Fit} - X_{Gen}}{\sigma_X}, \quad (3.9)$$

pour l'observable  $X$ . La distribution du  $pull$  de chaque lot d'événements donne une information sur un possible biais dû à l'ajustement et sur la qualité de l'évaluation de l'erreur statistique. La distribution pour plusieurs lots d'événements dans un cas normal est une distribution gaussienne centrée autour de 0 et de largeur 1. Si la moyenne de la gaussienne est décalée, on est en présence d'un biais sur la mesure induit par la procédure d'ajustement. Si la largeur  $\sigma$  de la distribution n'est pas égale à 1, l'incertitude renvoyée par l'ajustement est mal évaluée. Dans le cas où  $\sigma < 1$ , l'incertitude est sur-évaluée et à l'inverse, elle est sous-évaluée pour  $\sigma > 1$ .



## Chapitre 4

# Mesure de $\gamma$ dans les désintégrations

## $B \rightarrow D^0(K_S\pi\pi)K^*$

Ce chapitre est consacrée à la description théorique et conceptuelle des analyses des modes de désintégration  $B \rightarrow D^0(K_S\pi\pi)K^*$ . Je donne d’abord un complément à la section 2.1.1.3 du chapitre 2 en me focalisant sur les canaux contenant un  $K^*$ . Je décris ensuite le modèle utilisé pour paramétrer le diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K^S\pi\pi$  et l’analyse qui permet d’obtenir la valeur des paramètres de ce modèle. Pour finir, je montre comment, à partir de la connaissance de ce modèle, on peut mesurer l’angle  $\gamma$  dans les analyses  $B \rightarrow D^0(K_S\pi\pi)K^*$  d’un point de vue expérimental.

### 4.1 Comment mesurer l’angle $\gamma$ dans les désintégrations de type $B \rightarrow D^0 K^*$ où le $D^0$ se désintègre en $K_S\pi\pi$

Pour mesurer  $\gamma$  ( $\propto \arg(V_{ub})$ ), il convient d’étudier des désintégrations vers un état final unique impliquant une interférence entre une transition  $b \rightarrow u$  et une transition connue. Pour les modes qui nous intéressent, il s’agit d’une transition  $b \rightarrow c$ .

#### 4.1.1 Mesurer $\gamma$ dans des modes avec un $B$ chargé

Dans cette partie, on considère l’interférence entre les modes de désintégration  $B^\pm \rightarrow D^0(\rightarrow K_S\pi^+\pi^-)K^{*\pm}(\rightarrow K_S\pi^\pm)$  et  $B^\pm \rightarrow \bar{D}^0(\rightarrow K_S\pi^+\pi^-)K^{*\pm}(\rightarrow K_S\pi^\pm)$ . Les rapports d’embranchement des désintégrations  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  et  $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^{*+}$  sont proportionnels à  $|V_{cb}|^2$  tandis que pour les désintégrations  $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^{*-}$  et  $B^+ \rightarrow D^0 K^{*+}$ , ils sont proportionnels à  $|V_{ub}|^2$  comme le montrent les diagrammes de Feynman de la figure 4.1.

Plus l’interférence entre ces deux modes est importante, plus la sensibilité sur la mesure de  $\gamma$  sera grande. Elle dépend directement du rapport  $r_B$  :

$$r_B = \left| \frac{A_{V_{ub}}(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^{*-})}{A_{V_{cb}}(B^- \rightarrow D^0 K^{*-})} \right| \quad (4.1)$$

Malheureusement dans notre cas, ce rapport est relativement faible (de l’ordre de 0.1 (Sec. 2.1.1)) car les désintégrations proportionnelles à  $V_{ub}$  sont dominées par un diagramme supprimé de couleur ce qui n’est pas le cas de celles qui sont proportionnelles à  $V_{cb}$ . Le quark spectateur  $\bar{u}$  porte une couleur, charge pour l’interaction forte, il doit donc s’associer à un quark  $s$  de couleur opposée pour former un  $K^{*-}$  (Fig. 4.1) : le quark  $s$  n’a donc pas la latitude de prendre n’importe quelle couleur

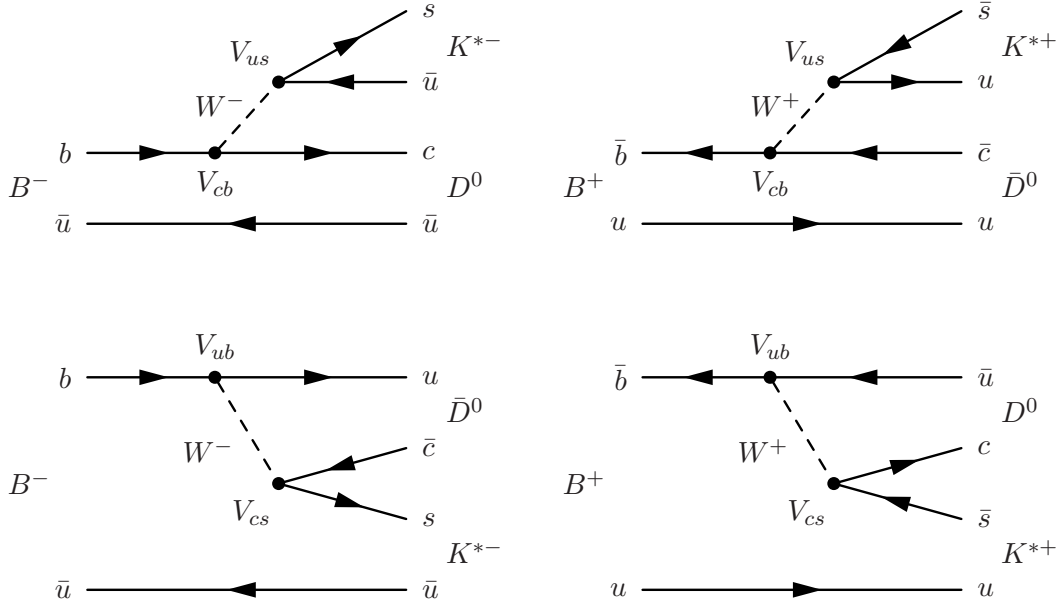


FIG. 4.1 – Diagrammes de Feynman dominants des désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^0(\bar{D}^0)K^{*\pm}$ . Pour les diagrammes de la première ligne, le rapport d'embranchement est proportionnel à  $|V_{cb}|^2$  et pour ceux la seconde, il est proportionnel à  $|V_{ub}|^2$ . De plus, les diagrammes de la seconde ligne sont supprimés de couleur.

parmi les trois possibles.

Sur le même principe, d'autres modes tels que  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ ,  $B^- \rightarrow D^{*0}(D^0\gamma)K^-$  et  $B^- \rightarrow D^{*0}(D^0\pi^0)K^-$ , ont été étudiés auparavant. Le rapport  $r_B$  et la phase forte  $\delta_B$  correspondante varient d'un mode à l'autre car les interactions dans l'état final peuvent être complètement différentes, mais la valeur de  $\gamma$  reste naturellement la même quel que soit le mode. L'étude de la désintégration  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  est la plus précise à l'heure actuelle en ce qui concerne la mesure de  $\gamma$  car le rapport d'embranchement qui lui est associé est bien plus favorable que pour toutes les autres. Cependant il est nécessaire de combiner tous les modes car l'amélioration sur l'erreur statistique qui en découle est significative, et l'erreur systématique est encore bien inférieure à l'erreur statistique issue de la combinaison.

D'un point de vue théorique, ces désintégrations sont très propres car leur amplitude est dominée par des diagrammes en arbre dont la contribution est calculée précisément. Aucune contribution de diagramme de type pingouin, que l'on prédit mal, n'intervient. Les effets de nouvelle physique qui pourraient contribuer sont négligeables pour la majorité des modèles au-delà du Modèle Standard.

#### 4.1.2 Mesurer $\gamma$ dans des modes avec un $B$ neutre

Comme dans le cas des  $B$  chargés, on peut réaliser la mesure de  $\gamma$  à partir des désintégrations  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ . Les modes avec des  $B$  neutres sont soumis aux oscillations  $B^0 - \bar{B}^0$  qui peuvent avoir lieu avant la désintégration et exigeraient en principe une analyse dépendante du temps sensible à la phase  $2\beta + \gamma$ . On peut s'affranchir de cette difficulté en choisissant des canaux de désintégration auto-étiquetés de saveur.

En utilisant le mode  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0(D^0)K^{*0}(\rightarrow K^+\pi^-)$ , on se place dans ce cas. En effet, la saveur

du  $K^*$  est directement donnée par celle du  $B^1$  et la saveur du kaon est directement donnée par celle du  $K^*$ , donc en mesurant simplement la charge du kaon, on peut sans erreur remonter à la saveur du  $B$  dont il était issu : ce mode est auto-étiquetant.

Dans ce cas, la méthode pour mesurer  $\gamma$  est exactement la même que pour les désintégrations de  $B$  chargé dans la section 4.1.1. Cependant la valeur du rapport  $r_B$  associé est plus grande car le diagramme  $V_{cb}$  est supprimé de couleur lui-aussi comme le montre la figure 4.2. Le rapport attendu<sup>2</sup> est de l'ordre de 0.4, il est donc 4 fois plus grand que pour les  $B$  chargés. En faisant un rapide calcul qui tient compte du rapport des rapports d'embranchement  $BR(B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm)$  et  $BR(B^0 \rightarrow D^0 K^{*0})$ , du rapport des rapports  $r_B$  et du rapport des efficacités de reconstruction attendues, on montre que la sensibilité sur  $\gamma$  d'une analyse du mode  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0(D^0)K^{*0}$  pourrait être équivalente à celle obtenue avec l'analyse du mode  $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$  avec le détecteur *BABAR* :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_\gamma(B^0 \rightarrow D^0 K^{*0})}{\sigma_\gamma(B^- \rightarrow D^0 K^-)} &= \frac{r_B(B^- \rightarrow D^0 K^-)}{r_B(B^0 \rightarrow D^0 K^{*0})} \times \frac{\sqrt{N(B^- \rightarrow D^0 K^-)}}{\sqrt{N(B^0 \rightarrow D^0 K^{*0})}} \times \frac{\sqrt{\epsilon(B^- \rightarrow D^0 K^-)}}{\sqrt{\epsilon(B^0 \rightarrow D^0 K^{*0})}}, \\ &\sim 0.1/0.4 \times \sqrt{14.3} \times \sqrt{15\%/10\%}, \\ &\sim 1.2. \end{aligned}$$

où  $\epsilon$  correspond à l'efficacité expérimentale de reconstruction du mode considéré et  $N$  aux nombres d'événements attendus dans chaque mode par rapport à leur rapport d'embranchement respectif. L'efficacité expérimentale pour  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  est déjà connue car l'analyse a été réalisée dans l'expérience *BABAR*, et l'efficacité pour  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  est évaluée en supposant qu'elle est proche de celle de l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  dans laquelle on reconstruit un  $K_S$  plutôt qu'un  $K$  chargé.

## 4.2 Modèle de Dalitz utilisé pour décrire la désintégration $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$

Pour obtenir un état final commun pour la voie  $V_{cb}$  et la voie  $V_{ub}$ , on considère la désintégration du  $D$  en trois corps  $K_S \pi \pi$ . Le formalisme habituel utilisé pour traiter le cas des désintégrations à trois corps est la représentation sur le plan de Dalitz. Pour mesurer  $\gamma$  dans les analyses  $B \rightarrow D^0 K^*$  par la méthode Dalitz, il faut connaître au préalable (Sec. 4.4) les paramètres qui décrivent le Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ . Je décris dans la suite la méthode pour les obtenir.

### 4.2.1 Description générale d'un plan de Dalitz

Considérons une désintégration à trois corps où une particule mère de quadri-impulsion  $P$  et de masse  $M$  se désintègre en trois particules filles de quadri-impulsion  $p_i$  et de masse  $m_i$ ,  $i$  allant de 1 à 3. On définit les masses invariantes carrées comme :

$$m_{ij}^2 = (p_i + p_j)^2, \quad (4.2)$$

soit une masse invariante carrée pour chaque couple de particules filles. La cinématique de la désintégration est complètement décrite dans le plan  $(m_{12}^2, m_{13}^2)$  qu'on appelle le plan de Dalitz. L'espace de phase alors accessible dans ce plan est défini par la relation de conservation d'énergie-impulsion :

$$m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 = M^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2. \quad (4.3)$$

<sup>1</sup>Un  $B^0$  se désintègre en  $K^{*0}$  et un  $\bar{B}^0$  se désintègre en  $\bar{K}^{*0}$ .

<sup>2</sup>Sur le même principe que l'évaluation de  $r_B$  dans la section 2.1.1, on peut considérer ici que le rapport des amplitudes fortes est du type  $|C_u/C_c|$  et donc de l'ordre de 1.

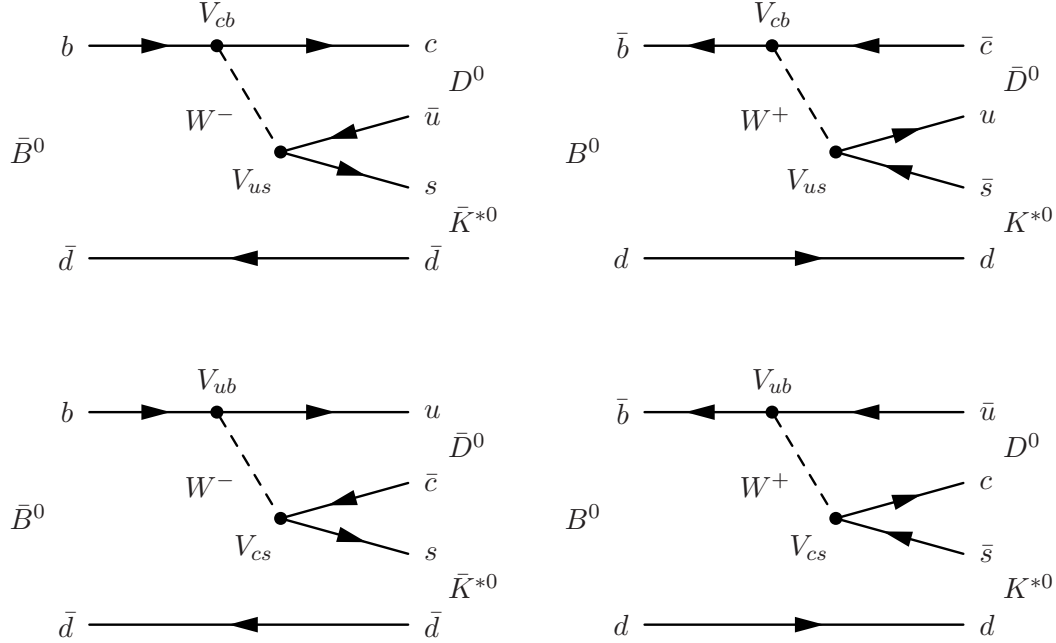


FIG. 4.2 – Diagrammes de Feynman dominants des désintégrations  $B^0(\bar{B}^0) \rightarrow D^0(\bar{D}^0)K^{*0}(\bar{K}^{*0})$ . Pour les diagrammes de la première ligne, le rapport d'embranchement est proportionnel à  $|V_{cb}|^2$  et pour la seconde, il est proportionnel à  $|V_{ub}|^2$ . De plus, tous les diagrammes sont supprimés de couleur.

La figure 4.3 montre l'espace de phase accessible pour la désintégration qui nous concerne,  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ , dans le plan  $(m_{K_S\pi^-}^2, m_{K_S\pi^+}^2)$ . L'enveloppe extérieure du diagramme de Dalitz est symétrique car deux des particules filles ont une masse identique. Les masses invariantes carrées  $m_{K_S\pi}^2$  sont comprises entre  $(m_{K_S} + m_\pi)^2 = 0.406 \text{ GeV}^2/c^4$  et  $(m_{D^0} - m_\pi)^2 = 2.975 \text{ GeV}^2/c^4$ . On écrira par la suite  $m_{K_S\pi^-}^2 = m_-^2$  et  $m_{K_S\pi^+}^2 = m_+^2$ .

#### 4.2.2 Modèle utilisé pour décrire le plan de Dalitz $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$

Pour décrire le plan de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ , nous utilisons un modèle où l'amplitude en chaque point est donnée par une somme de résonances Breit-Wigner et une composante non-résonante [65]. En effet, l'état final est très souvent atteint en passant d'abord par une résonance de type  $K_S\pi$  ( $K^*$ ) ou  $\pi\pi$  ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $f$  ou  $\sigma$ ). L'amplitude  $f$  s'écrit alors :

$$f(m_\pm^2, m_\mp^2) = \sum_r a_r e^{i\phi_r} BW_r(m_\pm^2, m_\mp^2) + a_{nr} e^{i\phi_{nr}}, \quad (4.4)$$

où  $a_r$  et  $\phi_r$  sont respectivement l'amplitude et la phase associées à la résonance  $r$  de terme Breit-Wigner  $BW_r$ .  $a_{nr}$  et  $\phi_{nr}$  sont respectivement l'amplitude et la phase associées au terme non-résonant. Je décrirai dans la section 4.2.3 l'expression des termes  $BW_r$  en fonction des paramètres de la résonance considérée et des masses invariantes carrées.

Le modèle utilisé est constitué de treize résonances dont les masses, largeurs et spins sont donnés dans le tableau 4.1 et dont les amplitudes carrées sur le plan de Dalitz sont représentées figures 4.5 et 4.6. Pour dix des résonances, les masses et largeurs sont choisies à partir de celles données par le



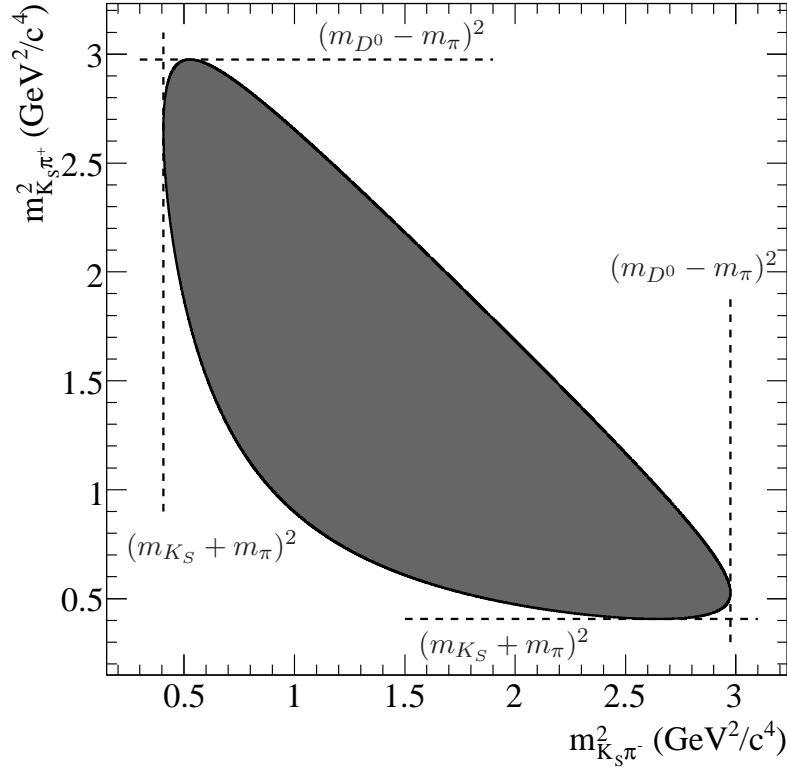


FIG. 4.3 – En grisé : Espace de phase accessible pour la désintégration  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  sur le plan  $(m_-^2, m_+^2)$ . Certaines limites cinématiques sont figurées par les traits pointillés.

PDG [95]. La masse et la largeur du  $K^*(1680)$  dans le PDG sont obtenues à partir d'une moyenne sur les différentes mesures réalisées, cependant l'expérience LASS a montré qu'en fonction du canal étudié ( $K^- p \rightarrow K^- \pi^+ n$  [66] ou  $K^- p \rightarrow \bar{K}^0 \pi^+ \pi^- n$  [67]), elles pouvaient être différentes. Comme nous ne considérons ici que le canal  $K^*(1680) \rightarrow K \pi$ , la valeur moyenne ne peut pas être utilisée et nous prenons donc les valeurs obtenues par l'expérience LASS. Toutes les résonances utilisées sont bien établies en dehors des deux résonances scalaires  $\sigma$  et  $\sigma'$ . Elles ont été proposées par la collaboration Belle [68] pour décrire les ondes  $S \pi \pi$  («résonances» de spin 0 qui se désintègrent en  $\pi \pi$ ). Leur masse et leur largeur sont obtenues à partir d'un ajustement des données *BABAR*.

Au total seize termes Breit-Wigner avec leur amplitude et phase associées sont considérés. Huit correspondent à des résonances  $\pi^+ \pi^-$  :  $\sigma$ ,  $\rho^0(770)$ ,  $\omega(782)$ ,  $f_0(980)$ ,  $\sigma'$ ,  $f_2(1270)$  et  $f_0(1370)$ , cinq à des résonances  $K_S \pi^-$  :  $K^*(892)$ ,  $K_0^*(1430)$ ,  $K_2^*(1430)$ ,  $K^*(1410)$  et  $K^*(1680)$ , et trois<sup>1</sup> à des résonances  $K_S \pi^+$  :  $K^*(892)$ ,  $K_0^*(1430)$  et  $K_2^*(1430)$  pour un  $D^0$ . Le modèle de Dalitz pour un  $\bar{D}^0$  est le symétrique par rapport à la bissectrice du plan de celui d'un  $D^0$ . Les amplitudes des canaux  $D^0 \rightarrow K^{*-}(K_S \pi^-) \pi^+$  sont d'ordre 1 en  $\lambda$  (où  $\lambda$  est le sinus de l'angle de Cabibbo  $\theta_C$ ) tandis que celle des canaux  $D^0 \rightarrow K^{*+}(K_S \pi^+) \pi^-$  sont d'ordre  $\lambda^2$  comme le montrent les diagrammes de la figure 4.4. Les amplitudes  $D^0 \rightarrow K^{*+} \pi^-$  sont donc supprimées par rapport aux premières, elles

<sup>1</sup>On néglige les deux résonances  $K^*(1410)$  et  $K^*(1680)$  quand elles sont doublement supprimées de Cabibbo, car leur contribution est déjà faible quand elles ne le sont pas (Tab. 4.6).

Résonance	Masse ( MeV/ $c^2$ )	Largeur ( MeV)	Spin
$K^*(892)$	891.66	50.8	1
$K_0^*(1430)$	1412	294	0
$K_2^*(1430)$	1425.6	98.5	2
$K^*(1410)$	1414	232	1
$K^*(1680)$	1677	205	1
$\sigma$	$490.1 \pm 6.0$	$406 \pm 11$	0
$\rho^0(770)$	775.8	146.4	1
$\omega(782)$	782.6	8.5	1
$f_0(980)$	975	44	0
$\sigma'$	$1024.4 \pm 4.2$	$89.2 \pm 7.2$	0
$f_2(1270)$	1275.4	185.1	2
$f_0(1370)$	1434	173	0
$\rho(1450)$	1406	455	1

TAB. 4.1 – Valeurs des masses, largeurs et spins des résonances utilisées dans le modèle décrivant le Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ .

sont dites doublement supprimées de Cabibbo, mais leur contribution à l'amplitude totale sur le Dalitz ne peut pas être négligée lors de l'extraction de  $\gamma$  car elles correspondent à des zones de sensibilité importante de la mesure du paramètre  $\gamma$  (Sec. 4.4.3).

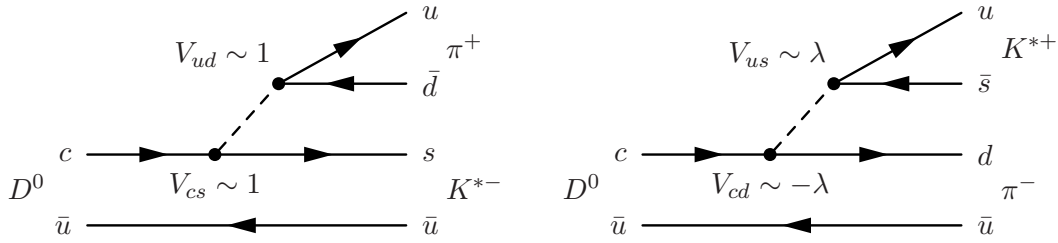


FIG. 4.4 – Diagrammes de Feynman des désintégrations  $D^0 \rightarrow K^{*-}\pi^+$  (à gauche) et des désintégrations doublement supprimées de Cabibbo  $D^0 \rightarrow K^{*+}\pi^-$  (à droite).

### 4.2.3 Calcul de l'amplitude sur le plan de Dalitz

Pour obtenir les amplitudes et les phases associées à chaque résonance, nous effectuons un ajustement par maximum de vraisemblance sur les données. Il faut donc connaître la fonction de densité de probabilité à deux dimensions du modèle de Dalitz utilisé. Pour cela j'ai écrit une classe supplémentaire qui s'insère dans le module `RooFit` [69] de `Root` [70]. Cette classe permet de calculer l'amplitude en chaque point du plan de Dalitz pour une désintégration à trois corps quelconque et un nombre quelconque de résonances également. D'autres spécificités du programme seront décrites dans la suite.

Je détaille maintenant le calcul des termes  $BW_r$  en fonction de la position sur le plan de Dalitz, utilisé dans le programme. On considère le modèle isobar traditionnel pour la majorité des résonances considérées, je ne vais donc détailler que celui-là dans cette partie, les autres modèles

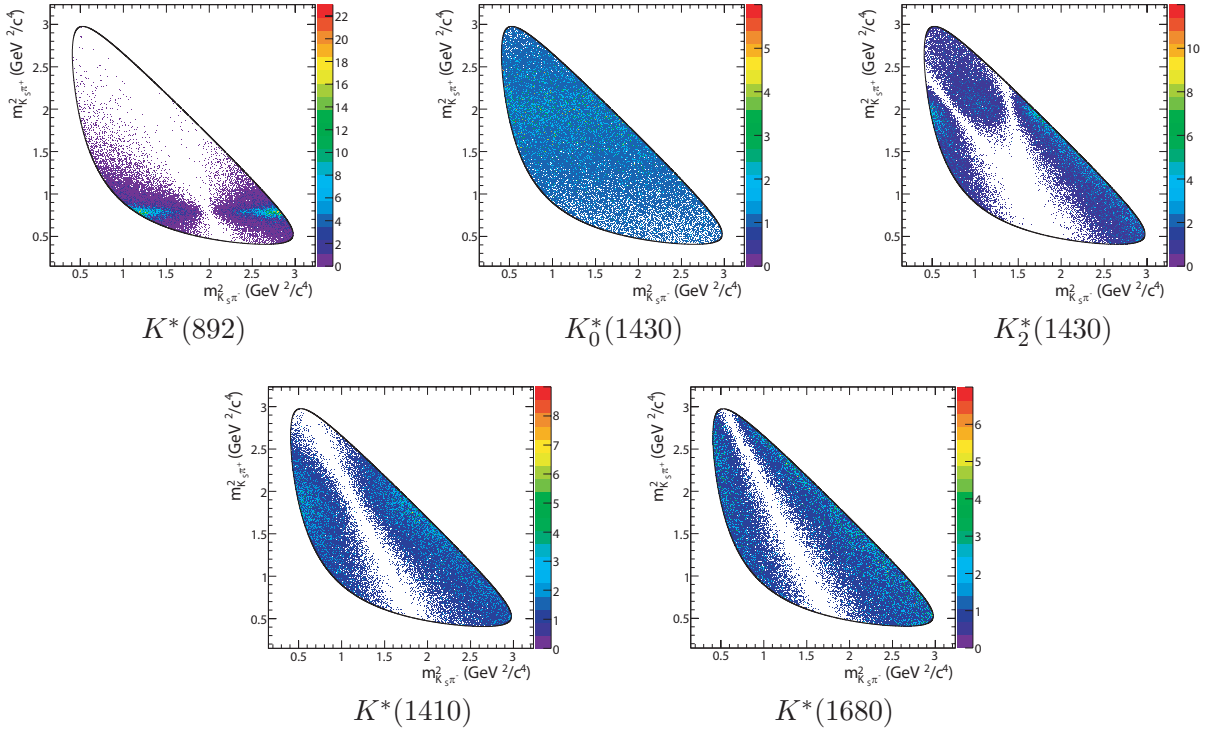


FIG. 4.5 – Diagrammes de Dalitz des résonances de type  $(K_S\pi)$  générés à partir de la fonction de densité de probabilité  $|f|^2$ . 10000 événements sont générés pour chaque résonance.

seront décrits en annexe. On pourra noter cependant que pour les résonances telles que le  $\rho(770)$  et le  $\rho(1450)$ , la paramétrisation utilisée est celle des Breit-Wigner de Gounaris-Sakurai [71] (Annexe B). Pour évaluer les erreurs systématiques dues au modèle de Dalitz dans les analyses  $B \rightarrow D^0 K^*$ , on utilise également une paramétrisation alternative pour les ondes  $S \pi\pi$  utilisant la matrice  $K$  qui prend mieux en compte la dynamique non-triviale due à la présence de résonances larges qui se superposent (Annexe C).

Le terme  $BW_r$  dépend du spin de la résonance. Considérons donc une particule mère  $D$  qui se désintègre en une particule fille  $C$  et une résonance  $r$ , qui se désintègre elle-même en deux particules  $A$  et  $B$ . Notons  $F_D$  et  $F_r$ , les facteurs de forme associés au  $D^0$  et à la résonance  $r$  respectivement. Pour une résonance de spin 0, on a alors :

$$BW_r = F_D F_r \frac{1}{m_r^2 - m_{AB}^2 - im_r \Gamma_{AB}}, \quad (4.5)$$

où  $m_r$  est la masse de la résonance  $r$  et  $m_{AB}$  est la masse invariante  $AB$ . Pour une résonance vecteur de spin 1, on a :

$$BW_r = F_D F_r \frac{m_{BC}^2 - m_{AC}^2 + \frac{(m_D^2 - m_C^2)(m_A^2 - m_B^2)}{m_r^2}}{m_r^2 - m_{AB}^2 - im_r \Gamma_{AB}}, \quad (4.6)$$

où  $m_i$  est la masse de la particule  $i$  et  $m_{ij}$  est la masse invariante  $ij$ . Enfin pour une résonance de spin 2, l'expression est :

$$BW_r = \frac{F_D F_r}{m_r^2 - m_{AB}^2 - i\Gamma_{AB} m_r} \left[ \left( m_{AC}^2 - m_{BC}^2 + \frac{(m_D^2 - m_C^2)(m_B^2 - m_A^2)}{m_r^2} \right)^2 - \right] \quad (4.7)$$

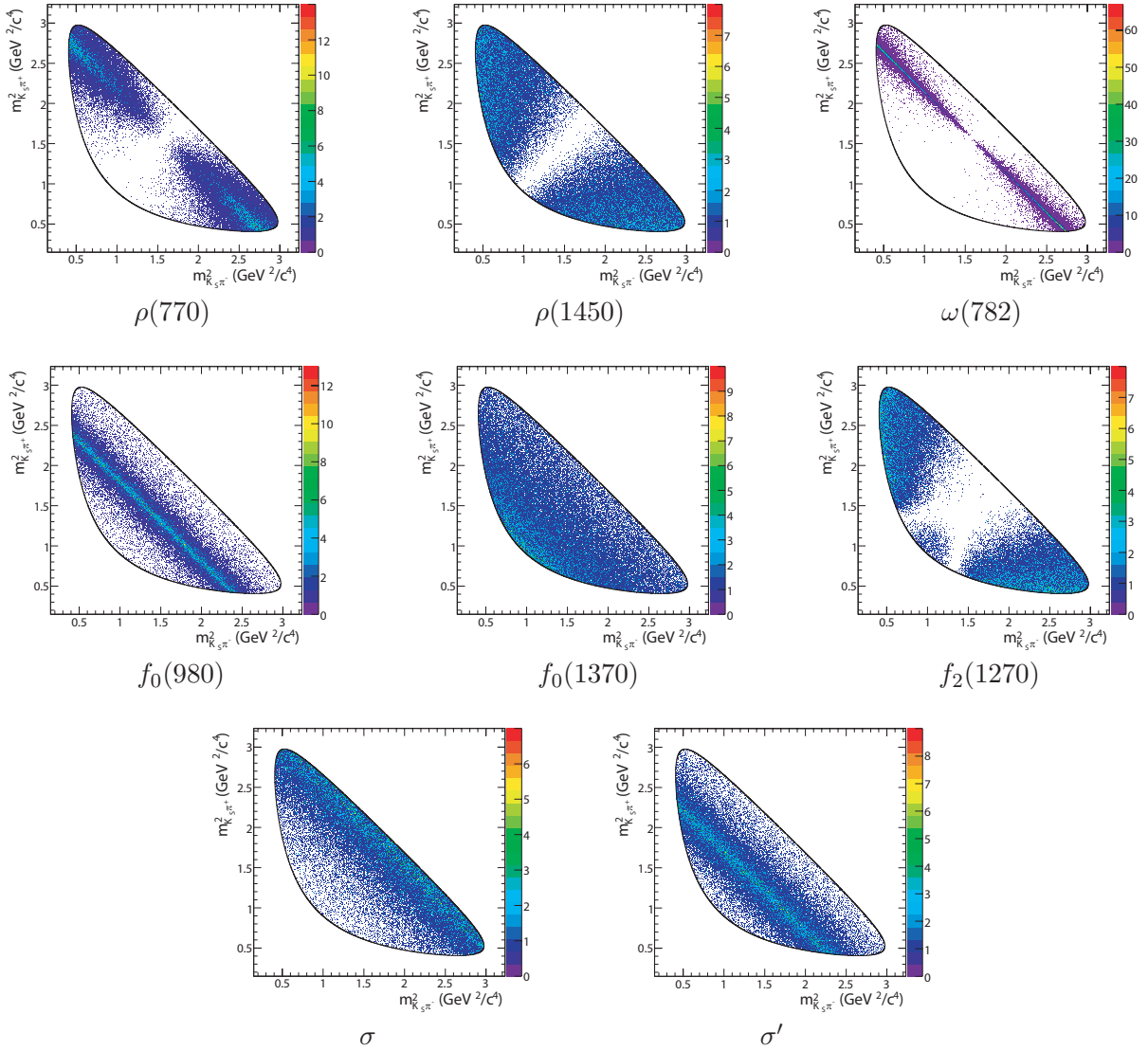


FIG. 4.6 – Diagrammes de Dalitz des résonances de type  $(\pi\pi)$  générés à partir de la fonction de densité de probabilité  $|f|^2$ . 10000 événements sont générés pour chaque résonance.

$$\frac{1}{3} \left( m_{AB}^2 - 2m_D^2 - 2m_C^2 + \frac{(m_D^2 - m_C^2)^2}{m_r^2} \right) \left( m_{AB}^2 - 2m_A^2 - 2m_B^2 + \frac{(m_A^2 - m_B^2)^2}{m_r^2} \right).$$

Dans toutes les équations précédentes,  $\Gamma_{AB}$  est une fonction de la masse invariante  $m_{AB}$ , de l'impulsion  $p_{AB}$  d'une des deux particules filles  $A$  ou  $B$  dans le référentiel du centre de masse de celles-ci, de l'impulsion  $p_r$  d'une des deux particules filles  $A$  ou  $B$  dans le référentiel du centre de masse de la résonance  $r$ , du spin  $J$  et de la largeur  $\Gamma_r$  de la résonance. Son expression littérale est :

$$\Gamma_{AB} = \Gamma_r \left( \frac{p_{AB}}{p_r} \right)^{2J+1} \left( \frac{m_r}{m_{AB}} \right) F_r^2. \quad (4.8)$$

Les facteurs de forme  $F_D$  et  $F_r$  modèlent la structure en quark de la particule  $D$  et de la résonance intermédiaire  $r$ . Dans le cas du diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ , on utilise les facteurs de pénétration de Blatt-Weisskopf dont la formule est donnée dans le tableau 4.2 en fonction du

spin, on a donc  $F_D = 1$  pour le  $D^0$ . Le paramètre supplémentaire  $R$  représente le «rayon» de la résonance et on l'a pris égale à  $1.5 \text{ GeV}^{-1}$  pour toutes les résonances [72].

Spin	Facteur de forme $F_r$
0	1
1	$\frac{\sqrt{1+R^2 p_r^2}}{\sqrt{1+R^2 p_{AB}^2}}$
2	$\frac{\sqrt{9+3R^2 p_r^2+R^4 p_r^4}}{\sqrt{9+3R^2 p_{AB}^2+R^4 p_{AB}^4}}$

TAB. 4.2 – Expressions littérales du facteur de pénétration de Blatt-Weisskopf en fonction du spin.

#### 4.2.4 Définition de la fonction de densité de probabilité

La fonction de densité de probabilité pour la composante signal que l'on utilise dans l'ajustement par maximum de vraisemblance des événements  $D^0$  (respectivement  $\bar{D}^0$ ) est la suivante :

$$\mathcal{P}_{Sig}(m_{\mp}^2, m_{\pm}^2) = \frac{\epsilon(m_{\mp}^2, m_{\pm}^2) |f(m_{\mp}^2, m_{\pm}^2)|^2}{\int \epsilon(m_{\mp}^2, m_{\pm}^2) |f(m_{\mp}^2, m_{\pm}^2)|^2 d\mathcal{DP}}, \quad (4.9)$$

où  $f$  est l'amplitude totale en un point du plan de Dalitz définie dans l'équation 4.4,  $\epsilon$  est l'efficacité expérimentale de reconstruction des événements en un point du plan de Dalitz et  $d\mathcal{DP}$  est la surface élémentaire d'intégration sur le plan de Dalitz. Le plan de Dalitz d'un  $D^0$  est le symétrique de celui d'un  $\bar{D}^0$  par rapport à l'axe  $m_-^2 = m_+^2$  car si on suppose que l'on peut négliger les effets de violation de  $CP$  entre les désintégrations des  $D^0$  et  $\bar{D}^0$ , les amplitudes de désintégration  $D^0 \rightarrow (K_S \pi^\pm)_r \pi^\mp$  sont égales aux amplitudes  $\bar{D}^0 \rightarrow (K_S \pi^\mp)_r \pi^\pm$  et aucune nouvelle phase n'est introduite dans les interférences entre les différentes résonances. La relation suivante est donc vérifiée :

$$f_{D^0}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) = f_{\bar{D}^0}(m_{\mp}^2, m_{\pm}^2). \quad (4.10)$$

Pour simplifier, on considérera une seule fonction de densité de probabilité  $\mathcal{P}(m_-^2, m_+^2)$  et on inversera dans les données les masses invariantes pour les  $\bar{D}^0$ . Ainsi sur une représentation de  $m_+^2$  en fonction de  $m_-^2$ , les résonances  $\pi\pi$  auront la même direction que les antidiagonales  $m_+^2 + m_-^2 = C$ , où  $C$  est une constante, les résonances  $K_S \pi$  dont l'amplitude est doublement supprimée de Cabibbo auront une direction horizontale et enfin toutes les autres auront une direction verticale. Dans la suite, toutes les figures seront réalisées sur ce modèle.

#### 4.2.5 Intégration de la fonction de densité de probabilité

Le module RooFit utilise des fonctions de densité de probabilité normalisées. Si aucune méthode d'intégration n'est précisée, RooFit intègre à partir d'une méthode numérique prédéfinie, cependant dans notre cas, du fait de la complexité des calculs nécessaires pour obtenir la valeur de la fonction de densité de probabilité en un point, l'intégration automatique à deux dimensions est extrêmement longue. Quand on réalise un ajustement, pour chaque variation des paramètres, l'intégrale doit être recalculée donc il n'est pas envisageable de laisser RooFit la faire seul.

Pour cette raison, j'ai implémenté une méthode de calcul numérique simplifiée et une méthode de calcul analytique pour obtenir l'intégrale de la fonction. Tout d'abord, je vais décrire la méthode numérique utilisable dans le cas le plus général *c.a.d.* quel que soit le paramètre que l'on cherche à ajuster sur les données. Il y a deux possibilités pour la réaliser, soit on intègre en choisissant

un maillage de l'espace de phase  $(m_{12}^2, m_{13}^2)$  avec un pas donné pour la grille ainsi définie, soit on tire aléatoirement un nombre donné de couples  $(m_{12}^2, m_{13}^2)$  et on somme les valeurs de la fonction pour chacun de ces couples. Les tests dont les résultats figurent dans le tableau 4.3 montrent que la première solution permet d'obtenir une convergence plus rapide, elle a donc été retenue.

Types d'intégration	Intégrale de la résonance $K^*(892)$				
sur une grille (taille de la grille)	104.2857 (295×305)	104.2789 (950×1050)	104.2834 (2950×3050)	104.2839 (9500×10500)	
par tirages aléatoires (nombre de tirages)	104.8177 (89975)	104.8747 (997500)	104.4496 (8997500)	104.332 (99750000)	104.2856 (899750000)
	Intégrale de la résonance $\rho(770)$				
sur une grille (taille de la grille)	122.8752 (295×305)	122.7294 (950×1050)	122.741 (2950×3050)	122.739 (9500×10500)	
par tirages aléatoires (nombre de tirages)	121.4508 (89975)	122.7709 (997500)	122.8871 (8997500)	122.6993 (99750000)	122.7332 (899750000)

TAB. 4.3 – Valeurs de l'intégrale sur le plan de Dalitz des résonances  $K^*(892)$  et  $\rho(770)$  obtenues par les deux méthodes proposées : intégration sur une grille ou intégration par tirages aléatoires. On obtient dans ces deux exemples une précision à 5 chiffres plus rapidement par la méthode d'intégration sur une grille.

Le seul petit raffinement que j'ai apporté à cette méthode est le choix d'un pas différent pour  $m_{12}^2$  et  $m_{13}^2$ . Ceci permet d'obtenir une grille dont les antidiagonales ne sont pas parallèles aux résonances sur l'antidiagonale. Au final la grille choisie est constituée de 10500\*9500 cellules élémentaires, ce qui donne un pas suivant  $m_+^2$  et  $m_-^2$  d'environ 0.27 MeV<sup>2</sup>/c<sup>4</sup> pour le diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ . La résonance la plus étroite considérée étant le  $\omega(782)$  avec une largeur de 8,5 MeV, environ  $8.5/\sqrt{0.27} \sim 17$  points de la grille contribuent à l'intégrale d'une tranche de son sommet.

Dans certains cas particuliers, on peut utiliser une intégrale analytique. Supposons que la fonction de densité de probabilité soit constituée d'une somme de deux résonances  $A$  et  $B$  (la démonstration se généralise très simplement avec un nombre quelconque de résonance), on a alors :

$$\begin{aligned}
\int |f(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 d\mathcal{DP} &= \int |a_A e^{i\phi_A} BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) + a_B e^{i\phi_B} BW_B(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 d\mathcal{DP} \\
&= \int \left( a_A^2 |BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 + a_B^2 |BW_B(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 \right. \\
&\quad \left. + 2\mathcal{R}e \left[ a_A a_B e^{i(\phi_A - \phi_B)} BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) BW_B^*(m_{12}^2, m_{13}^2) \right] \right) d\mathcal{DP} \\
&= \int \left( a_A^2 |BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 + a_B^2 |BW_B(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 \right. \\
&\quad \left. + 2a_A a_B \cos(\phi_A - \phi_B) \mathcal{R}e \left[ BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) BW_B^*(m_{12}^2, m_{13}^2) \right] \right. \\
&\quad \left. - 2a_A a_B \sin(\phi_A - \phi_B) \mathcal{I}m \left[ BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) BW_B^*(m_{12}^2, m_{13}^2) \right] \right) d\mathcal{DP}.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

L'amplitude  $a$  et la phase  $\phi$  associées à chaque résonance ne dépendent pas de la position sur le plan de Dalitz, on peut donc écrire à partir de l'équation 4.11 :

$$\begin{aligned}
\int |f(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 d\mathcal{DP} &= a_A^2 \int |BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 d\mathcal{DP} + a_B^2 \int |BW_B(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 d\mathcal{DP} \\
&\quad + 2a_A a_B \cos(\phi_A - \phi_B) \int \mathcal{R}e \left[ BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) BW_B^*(m_{12}^2, m_{13}^2) \right] d\mathcal{DP}
\end{aligned}$$

$$- 2a_A a_B \sin(\phi_A - \phi_B) \int \mathcal{I}m \left[ BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) BW_B^*(m_{12}^2, m_{13}^2) \right] d\mathcal{DP}. \quad (4.12)$$

Dans le cas où les paramètres qui varient lors de l'ajustement, ne modifient pas les termes  $BW_r$ , on peut calculer à l'avance par la méthode numérique décrite précédemment, les intégrales :

$$\begin{aligned} & \int |BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 d\mathcal{DP}, \\ & \int \mathcal{R}e \left[ BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) BW_B^*(m_{12}^2, m_{13}^2) \right] d\mathcal{DP}, \\ & \int \mathcal{I}m \left[ BW_A(m_{12}^2, m_{13}^2) BW_B^*(m_{12}^2, m_{13}^2) \right] d\mathcal{DP}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

et ainsi obtenir l'intégrale totale de la fonction de densité de probabilité par une simple combinaison linéaire (qui est une opération très rapide au niveau du temps de calcul). Les paramètres qui ne doivent pas varier lors de l'ajustement sont la masse et la largeur des résonances.

Comme le modèle de Dalitz prend en compte deux résonances  $\sigma$  dont on ne connaît pas à l'avance la masse et la largeur, il faut combiner la méthode analytique (pour les couples de résonances dont les termes  $BW_r$  sont fixés) et la méthode numérique (pour les couples de résonances qui contiennent la résonance  $\sigma$  ou la résonance  $\sigma'$ ) pour optimiser le temps nécessaire à l'ajustement.

### 4.3 Ajustement sur les données du modèle de Dalitz $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$

Les valeurs des amplitudes  $a_r$  et des phases  $\phi_r$  du modèle décrit précédemment, sont ajustées sur un lot de données de type  $D^{*\pm} \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) \pi^\pm$  obtenues auprès du détecteur *BABAR*. Dans ce lot, la saveur des  $D$  est donnée par la charge du pion lent issu du  $D^*$  et le bruit de fond est très faible. L'ajustement a été réalisé sur les données du *Run* 1 à 4, soit  $207 \text{ fb}^{-1}$  à la résonance  $\Upsilon(4S)$  et  $21 \text{ fb}^{-1}$  en dehors.

#### 4.3.1 Sélection et reconstruction des événements $D^{*\pm} \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) \pi^\pm$

##### 4.3.1.1 Reconstruction du $D^0$ et du $D^*$

Le méson  $D^0$  est reconstruit dans le mode  $K_S \pi \pi$ . Les deux pions sont choisis dans la liste *GoodTracksLoose*. Le kaon neutre est reconstruit à partir de deux pions de charges opposées de la liste *ChargedTracks*. On impose que sa masse soit comprise entre  $0.488$  et  $0.508 \text{ GeV}/c^2$ , ce qui correspond à environ 3 déviations standards autour de la valeur moyenne (Fig 4.7). L'algorithme *TreeFitter* est appliqué aux deux pions avec une contrainte de masse et on sélectionne uniquement les  $K_S$  pour lesquels la probabilité de  $\chi^2/\text{ndof}$  du vertex est supérieure à  $0.001$ .

Pour supprimer certains faux candidats  $K_S$ , on impose que la distance de désintégration du  $K_S$  par rapport au vertex du  $D^0$  soit plus grande que  $0.4 \text{ cm}$ . On demande également que l'angle  $\alpha_{K_S}$  entre l'impulsion du  $K_S$  et sa ligne de vol (direction entre le vertex du  $D^0$  et celui du  $K_S$ ), vérifie la relation  $\cos(\alpha_{K_S}) > 0.99$ . Pour finir, l'impulsion du  $D^0$  dans le centre de masse doit être supérieure à  $2.2 \text{ GeV}/c$  pour éviter les mauvaises identifications où un  $B$  serait identifié comme un  $D^0$  : les  $B$  ont une impulsion très faible dans le centre de masse car le point de fonctionnement de l'accélérateur est très proche du seuil de production  $b\bar{b}$ .

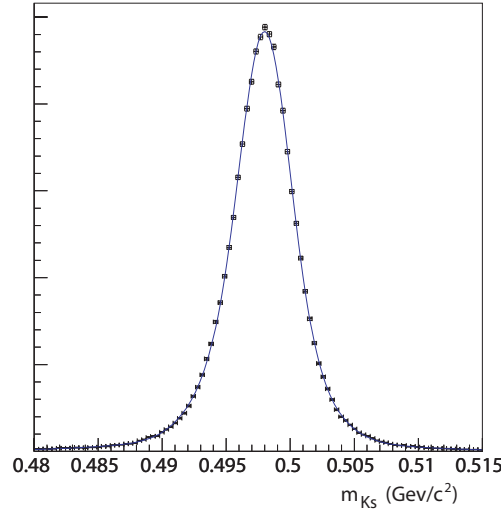


FIG. 4.7 – Distribution et résultat de l’ajustement de la masse du  $K_S$ . L’ajustement est réalisé à partir d’une somme de trois distributions gaussiennes. La région sélectionnée correspond à  $\pm 10$  MeV/ $c^2$  autour de la valeur moyenne obtenue avec l’ajustement.

Le candidat  $D^*$  est reconstruit à partir d’un candidat  $D^0$  et d’un pion de la liste `ChargedTracks` avec une impulsion inférieure à 0.6 GeV/ $c$ . Le vertex du  $D^*$  est ajusté grâce au module `Cascade` et on retient uniquement les vertex qui ont une probabilité de  $\chi^2/\text{ndof}$  supérieure à 0.001.

#### 4.3.1.2 Sélection des événements $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$

Les événements  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$  sont sélectionnés à partir de coupures sur la masse reconstruite du  $D^0$ ,  $M_D$ , et la différence entre les masses reconstruites du  $D^*$  et du  $D^0$ ,  $\Delta m = M_{D^*} - M_D$ . Pour  $\Delta m$ , le signal est ajusté par une somme de deux distributions gaussiennes et le bruit de fond par une fonction de seuil. Pour  $M_D$ , le signal est ajusté par une somme de deux distributions gaussiennes et le bruit de fond par une fonction polynomiale de degré 1. Les résultats des deux ajustements sont donnés dans la figure 4.8. La région comprise entre  $\pm 0.5$  MeV/ $c^2$  ( $\sim 2\sigma$ ) autour de la moyenne de  $\Delta m$  et entre  $\pm 11$  MeV/ $c^2$  ( $\sim 2\sigma$ ) autour de la moyenne de  $M_D$ , est sélectionnée.

Le lot de données final contient 215449 événements. La figure 4.9 montre la distribution des données sur le plan de Dalitz, ainsi que les projections sur les trois masses invariantes.

#### 4.3.2 Description et paramétrisation du bruit de fond

Le bruit de fond de cette analyse a été étudié à partir d’événements Monte-Carlo. Les quatre types usuels de bruit de fond dans l’expérience *BABAR* : bruits de fond de continuum ( $uds$  et  $c\bar{c}$ ) et bruits de fond  $B\bar{B}$  ( $B^0\bar{B}^0$  et  $B^+B^-$ ), ont été générés puis sélectionnés en appliquant les coupures utilisées pour le signal décrites dans la section 4.3.1. Le tableau 4.4 montre les résultats de la sélection sur les événements de bruit de fond générés. La pureté mesurée sur les données,  $S/(S+B)$ , est de 98.1%.

La distribution de la masse reconstruite du  $D^0$  pour le bruit de fond est plate. On extrait donc les paramètres de la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour le bruit de fond directement à partir des données en considérant les deux zones autour de la masse du  $D^0$  non sélectionnées par les coupures. Les deux bandes choisies ont une largeur de 30 MeV/ $c^2$  et sont centrées, respectivement,



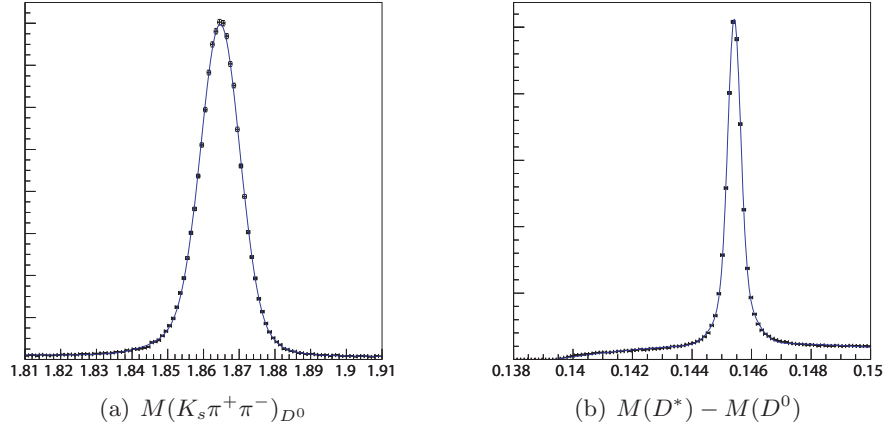


FIG. 4.8 – (a) Distribution et résultat de l'ajustement de la masse reconstruite du  $D^0$ . (b) Distribution et résultat de l'ajustement de la différence de masses reconstruites  $\Delta m$ .

Type de Monte-Carlo	Nombre d'événements sélectionnés	Fraction des événements totaux (en %)
$D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$	215941	98.42
$c\bar{c}$	2011	0.92
$uds$	445	0.20
$B^0\bar{B}^0$	186	0.08
$B^+B^-$	91	0.04

TAB. 4.4 – Nombres d'événements Monte-Carlo renormalisés à une luminosité intégrée de 228 fb<sup>-1</sup> qui passent les coupures de sélection. La pureté du signal est en accord avec celle trouvée par l'ajustement de la masse reconstruite du  $D^0$  sur les données.

autour de 1.8 GeV/c<sup>2</sup> et 1.92 GeV/c<sup>2</sup>. La fonction de densité de probabilité retenue pour modéliser le diagramme de Dalitz du bruit de fond est constituée de deux composantes :

- une composante résonante, paramétrée par une somme non-cohérente<sup>1</sup> de fonctions Breit-Wigner. Les différentes résonances utilisées sont : un  $K^{*+}(892)$ , un  $K^{*-}(892)$ , un  $\rho^0(770)$  et une résonance effective de spin 0 de type  $K_S\pi^+$ .
- une composante non-résonante, paramétrée par un polynôme de degré 3 à deux dimensions. L'expression de la fonction de densité de probabilité finale est :

$$f \left( |\rho^0(770)|^2 + a_1 |K^{*-}(892)|^2 + a_2 |K^{*+}(892)|^2 + a_3 |BW_{eff}|^2 \right) + (1 - f) \left| 1 + c_1x + c_2y + c_3x^2 + c_4y^2 + c_5xy + c_6x^3 + c_7y^3 + c_8xy^2 + c_9x^2y \right|, \quad (4.14)$$

où  $f$  est la fraction de la composante résonante par rapport au total,  $x = m_-^2$  et  $y = m_+^2$ .

Les deux bandes sélectionnées sont ajustées séparément. La bande de droite permet d'obtenir la largeur et la masse de la résonance effective car c'est sur celle-ci qu'elle apparaît le mieux. Elles sont ensuite fixées dans l'ajustement de la bande de gauche. La figure 4.10 montre les résultats de l'ajustement pour les deux bandes. Les coefficients  $a_i$  des contributions résonantes et la fraction  $f$  sont obtenus grâce à une interpolation linéaire des résultats de chaque bande. La région cinématique du plan de Dalitz dépend de la valeur de la masse reconstruite du  $D^0$ , on suppose que l'interpolation

<sup>1</sup>Les différentes résonances n'interfèrent pas entre elles.

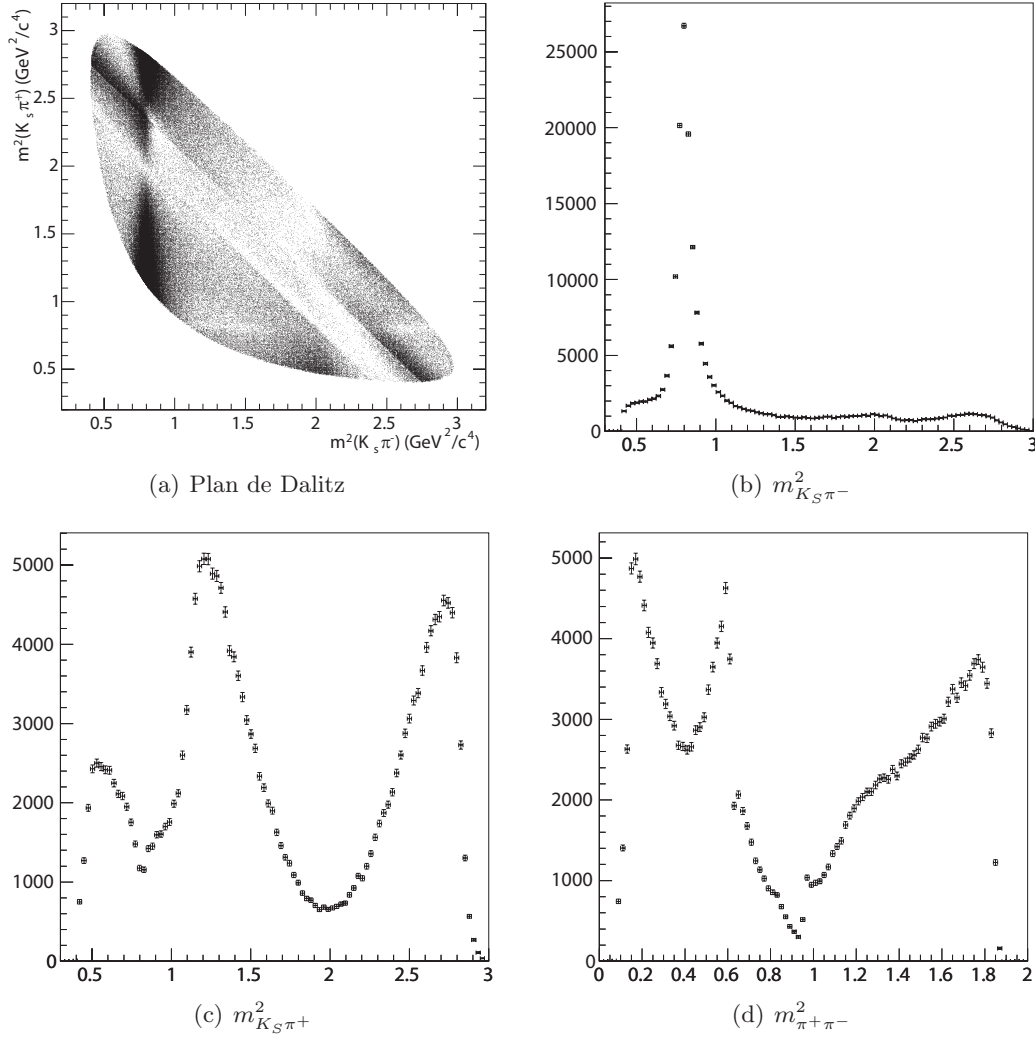


FIG. 4.9 – (a) Distribution à deux dimensions des données  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  sur le plan de Dalitz. (b) Projection de la distribution sur la masse invariante  $m^2_{K_S \pi^-}$ . (c) Projection de la distribution sur la masse invariante  $m^2_{K_S \pi^+}$ . (d) Projection de la distribution sur la masse invariante  $m^2_{\pi^+ \pi^-}$ .

linéaire est satisfaisante pour les résonances car elles n'occupent qu'une région limitée du plan de Dalitz. Pour la partie non-résonante, qui elle s'étale sur l'ensemble de la zone cinématique, on préfère utiliser une technique plus fine. On génère un lot de données Monte-Carlo pour chaque bande à partir des résultats des ajustements. On applique ensuite un réajustement des impulsions des deux lots pour replacer les événements dans la région cinématique permise du Dalitz. Pour finir, ces deux lots sont mis en commun en tenant compte de leur poids relatif dans les données, et ajustés à nouveau par une fonction polynomiale de degré 3.

### 4.3.3 Ajustement du modèle de Dalitz et résultats

La fonction de vraisemblance finale  $\mathcal{L}$  est construite à partir des fonctions de densité de probabilité pour le signal  $P_{Sig}$  (Section 4.2.4) et pour le bruit de fond  $P_{BdF}$  (Section 4.3.2) :

$$\mathcal{L} = f\mathcal{P}_{Sig} + (1 - f)\mathcal{P}_{BdF}, \quad (4.15)$$

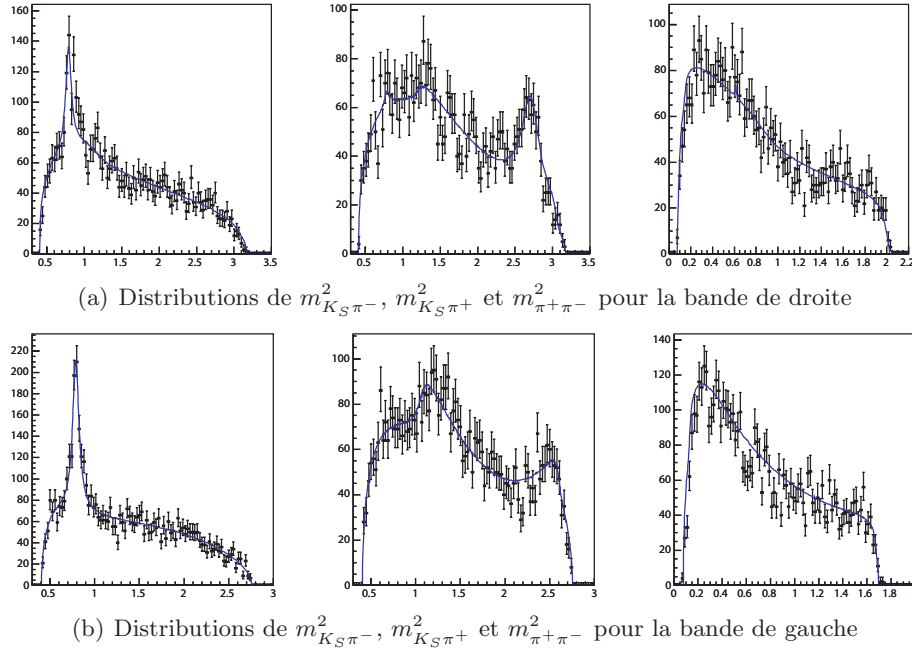


FIG. 4.10 – Distributions et résultats des ajustements sur les deux bandes de données utilisées pour paramétrer la fonction de densité de probabilité du diagramme de Dalitz pour le bruit de fond.

où  $f$  est la fraction du nombre d'événements de signal par rapport au nombre total d'événements.

#### 4.3.3.1 Efficacité

L'efficacité expérimentale de reconstruction des événements sur le plan de Dalitz est modélisée par un polynôme de degré 3 à deux dimensions :

$$\epsilon(x, y) = |1 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4y^2 + a_5xy + a_6x^3 + a_7y^3 + a_8x^2y + a_9xy^2|, \quad (4.16)$$

où  $x$  et  $y$  sont égaux à  $m_-^2$  et  $m_+^2$  respectivement. Les paramètres du polynôme sont ajustés sur un lot de 2821000 événements Monte-Carlo de signal générés de façon homogène selon l'espace de phase défini par le plan de Dalitz. 334853 événements passent les coupures de sélection et entrent dans l'ajustement. Le tableau 4.5 donne les résultats de l'ajustement de l'efficacité.

#### 4.3.3.2 Résultats

Les paramètres ajustés sur les données ne sont pas directement les amplitudes  $a_r$  et les phases  $\phi_r$  des résonances du modèle mais plutôt la partie réelle et la partie imaginaire de  $a_re^{i\phi_r}$ . Si on ajuste l'amplitude et la phase, des problèmes de linéarité peuvent apparaître. Ces problèmes seront décrits plus en détail dans la suite pour le cas de l'ajustement des paramètres de violation de  $CP$  des désintégrations  $B \rightarrow D^0 K^*$  (Sec. 4.4.4). Les résultats de l'ajustement sont donnés dans le tableau 4.6 et la projection de la fonction de densité de probabilité sur les trois masses invariantes sur la figure 4.11. La contribution relative  $C_r$  de la résonance  $r$  est calculée grâce à la relation :

$$C_r = \frac{\int |a_re^{i\phi_r} BW_r|^2 d\mathcal{DP}}{\int |\sum_j a_j e^{i\phi_j} BW_j|^2 d\mathcal{DP}}. \quad (4.17)$$

Coefficient	Valeur ajustée	Erreur
$a_1$	0.2680	$1.53 \times 10^{-2}$
$a_2$	0.9981	1.22
$a_3$	0.3133	$3.52 \times 10^{-3}$
$a_4$	-0.185	$7.99 \times 10^{-3}$
$a_5$	-0.2159	$1.11 \times 10^{-2}$
$a_6$	-0.1035	$9.78 \times 10^{-4}$
$a_7$	-0.0153	$2.66 \times 10^{-3}$
$a_8$	0.0308	$6.55 \times 10^{-3}$
$a_9$	-0.0411	$3.34 \times 10^{-3}$

TAB. 4.5 – Résultats de l’ajustement de l’efficacité de reconstruction du signal par un polynôme de degré 3.

L’ajustement n’est pas encore parfait comme on peut le voir sur la figure 4.12 qui montre quelques zooms sur les zones importantes des masses invariantes carrées. D’autres modèles ont été testés pour essayer de reproduire plus fidèlement les données, ils sont pour l’instant considéré pour évaluer les erreurs systématiques dues au modèle dans les analyses  $B^- \rightarrow D^{(*)0}K^{(*)-}$ . A l’avenir, le modèle considérant la matrice  $K$  (Annexe C) deviendra le modèle de référence.

Résonance	$\mathcal{R}e(a_r e^{i\phi_r})$	$\mathcal{I}m(a_r e^{i\phi_r})$	Contribution relative (en %)
$K^*(892)$	$-1.231 \pm 0.012$	$1.265 \pm 0.012$	63.7
$K_0^*(1430)$	$2.659 \pm 0.044$	$-0.402 \pm 0.042$	10.6
$K_2^*(1430)$	$0.881 \pm 0.021$	$-0.876 \pm 0.030$	2.0
$K^*(1410)$	$-0.218 \pm 0.041$	$-0.092 \pm 0.039$	0.1
$K^*(1680)$	$-1.069 \pm 0.117$	$-0.776 \pm 0.117$	0.7
$K^*(892)DCS$	$0.119 \pm 0.005$	$-0.121 \pm 0.005$	0.6
$K_0^*(1430)DCS$	$0.603 \pm 0.040$	$0.260 \pm 0.042$	0.6
$K_2^*(1430)DCS$	$0.047 \pm 0.024$	$-0.326 \pm 0.024$	0.1
$\rho^0(770)$	1. (fixé)	0. (fixé)	24.8
$\omega(782)$	$-0.020 \pm 0.001$	$0.041 \pm 0.001$	0.8
$f_2(1270)$	$0.865 \pm 0.027$	$-0.173 \pm 0.027$	1.4
$\rho(1450)$	$0.662 \pm 0.048$	$0.569 \pm 0.072$	0.8
$f_0(980)$	$-0.116 \pm 0.007$	$-0.183 \pm 0.006$	1.3
$f_0(1370)$	$0.062 \pm 0.122$	$1.328 \pm 0.144$	1.2
$\sigma$	$-1.204 \pm 0.023$	$-0.215 \pm 0.030$	7.4
$\sigma'$	$-0.236 \pm 0.011$	$-0.025 \pm 0.011$	0.7
Non-résonant	$-4.041 \pm 0.237$	$2.849 \pm 0.210$	15.4

TAB. 4.6 – Résultats de l’ajustement des données  $D^{*-} \rightarrow D^0\pi^-$  sur les amplitudes et phases de chaque résonance. Les paramètres ajustés sont  $\mathcal{R}e(a_r e^{i\phi_r})$  et  $\mathcal{I}m(a_r e^{i\phi_r})$  plutôt que directement les amplitudes et phases. Les contributions relatives représentent la contribution à l’amplitude totale de la résonance considérée. La somme des contributions relatives peut être supérieure ou inférieure à 100% en raison des interférences entre les différentes résonances.

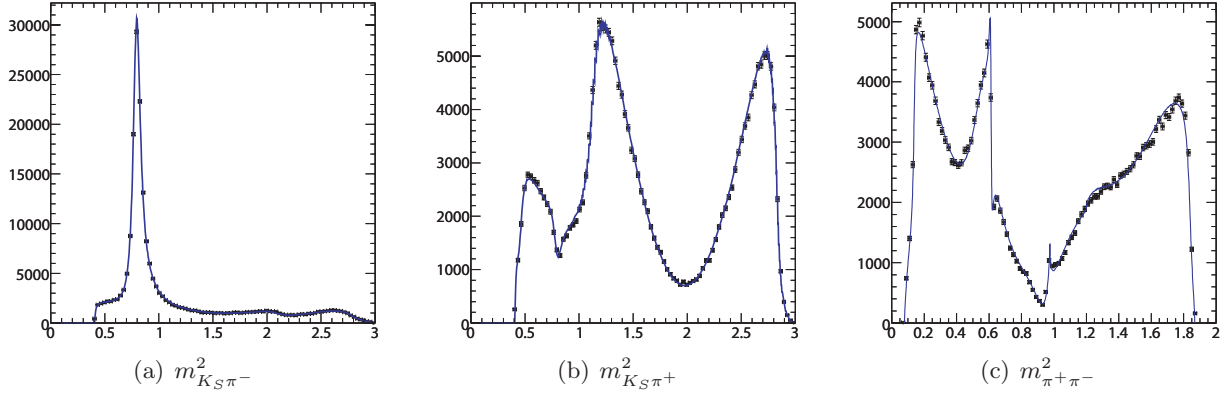


FIG. 4.11 – Projections de la distribution des données et du résultat de l’ajustement sur la masse invariante  $m_{K_S\pi^-}^2$  (a), sur la masse invariante  $m_{K_S\pi^+}^2$  (b) et sur la masse invariante  $m_{\pi^+\pi^-}^2$  (c).

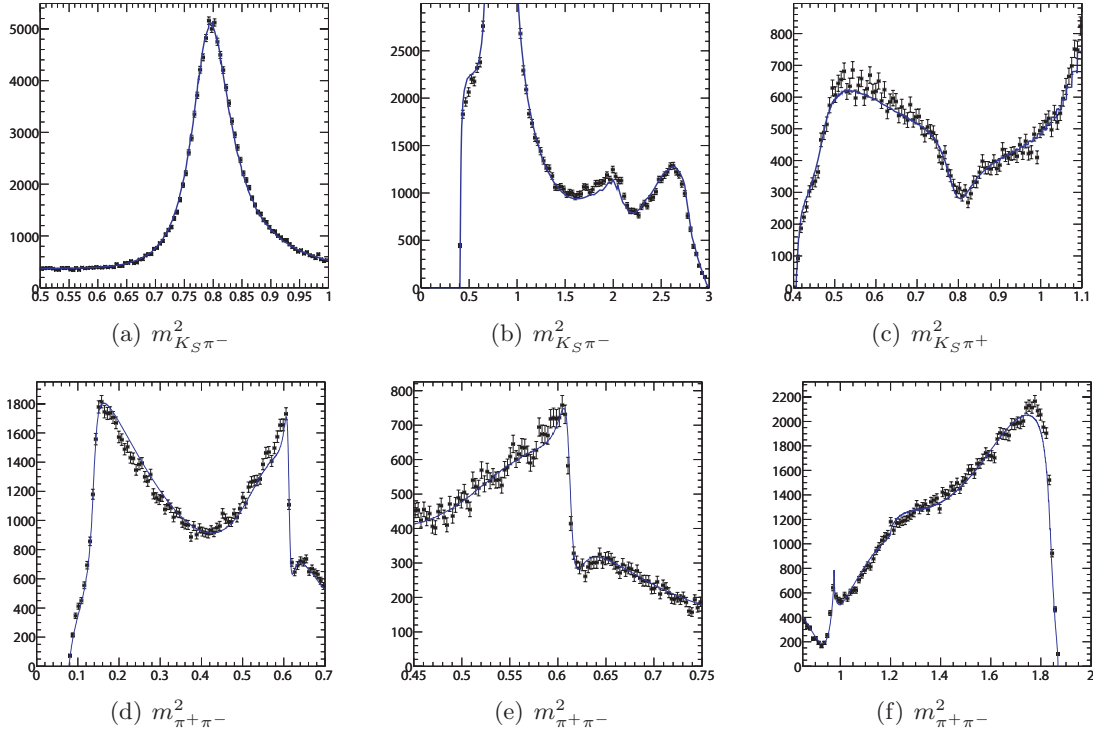


FIG. 4.12 – Projections de la distribution des données et du résultat de l’ajustement sur la masse invariante  $m_{K_S\pi^-}^2$  dans la région du  $K^*(892)$  (a), sur la masse invariante  $m_{K_S\pi^-}^2$  dans la zone d’interférence du  $K^*(892)DCS$  et du  $\rho(770)$  (b), sur la masse invariante  $m_{K_S\pi^+}^2$  dans la région du  $K^*(892)DCS$  (c), sur la masse invariante  $m_{\pi^+\pi^-}^2$  dans la région du  $\rho(770)$  (d), sur la masse invariante  $m_{\pi^+\pi^-}^2$  dans la zone d’interférence du  $\omega(782)$  et du  $\rho(770)$  (e) et sur la masse invariante  $m_{\pi^+\pi^-}^2$  dans la région des résonances de masse élevée (f).

#### 4.4 Fonction de densité de probabilité utilisée pour l’ajustement des paramètres $CP$

La méthode décrite dans cette partie a été proposée par A. Giri, Y. Grossman, A. Soffer et J. Zupan dans un article phénoménologique [47] qui montre la possibilité de mesurer l’angle  $\gamma$  dans

les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$  suivies d'une désintégration en 3 ou 4 corps du  $D$ . Cette méthode que je décris dans la suite est complètement transposable au cas des désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  et  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  en prenant en considération la largeur non négligeable du  $K^*$  dans le rapport  $r_B$ . Je ne détaillerai pas les formules pour les désintégrations  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  car elles sont exactement les mêmes que pour  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  en changeant les  $X^+$  en  $X^0$  et les  $X^-$  en  $\bar{X}^0$ .

#### 4.4.1 Dépendance en $\gamma$ de la fonction de densité de probabilité

Comme je l'ai montré dans la section 4.1, on peut mesurer l'angle  $\gamma$  en faisant intervenir des modes de désintégration qui mènent au même état final par une voie  $V_{cb}$  et une voie  $V_{ub}$ . Dans le cas des désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ , cette condition peut être réalisée en considérant uniquement les désintégrations pour lesquelles  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ . On peut alors définir les amplitudes de désintégration comme suit :

$$\begin{aligned} A(B^- \rightarrow D^0 K^-) &= A_B, \\ A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+) &= A_B, \\ A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) &= A_B r_B e^{i(\delta_B - \gamma)}, \\ A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) &= A_B r_B e^{i(\delta_B + \gamma)}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

où on choisit par convention que la phase forte associée à la transition  $V_{cb}$  est nulle.  $\delta_B$  est donc la différence de phases fortes entre l'amplitude  $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$  et l'amplitude  $B^\pm \rightarrow \bar{D}^0 K^\pm$ . La convention usuelle pour la phase faible est utilisée et on néglige les déviations possibles de cette phase faible par rapport à  $\gamma$  car elles sont supprimées d'un facteur  $\lambda^4$  où  $\lambda$  est le sinus de l'angle de Cabibbo.

Les amplitudes de désintégration du  $D^0$  sont notées :

$$\begin{aligned} A(D^0 \rightarrow K_S\pi^-\pi^+) &= A_D(m_-^2, m_+^2), \\ A(\bar{D}^0 \rightarrow K_S\pi^-\pi^+) &= A_D(m_+^2, m_-^2), \end{aligned} \quad (4.19)$$

où  $A_D$  est donné par le modèle de Dalitz décrit dans la section 4.2.

En combinant, les équations précédentes, on obtient l'amplitude totale pour la désintégration  $B^- \rightarrow (K_S\pi\pi)_D K^-$  suivante :

$$A(B^\pm \rightarrow (K_S\pi\pi)_D K^\pm) = A_B \mathcal{P}_D(A_D(m_\pm^2, m_\mp^2) + r_B e^{i(\delta_B \pm \gamma)} A_D(m_\mp^2, m_\pm^2)), \quad (4.20)$$

où  $\mathcal{P}_D$  est le propagateur du méson  $D$ . L'expression pour la largeur partielle de désintégration devient donc :

$$\begin{aligned} d\Gamma(B^\pm \rightarrow (K_S\pi\pi)_D K^\pm) &= \left( A_D^2(m_\pm^2, m_\mp^2) + r_B^2 A_D^2(m_\mp^2, m_\pm^2) \right. \\ &\quad \left. + 2r_B \mathcal{R}e[A_D(m_\pm^2, m_\mp^2) A_D^*(m_\mp^2, m_\pm^2) e^{-i(\delta_B \pm \gamma)}] \right) dp, \end{aligned} \quad (4.21)$$

où  $dp$  est un élément de l'espace de phase de la désintégration. Cette expression est utilisée en tant que fonction de densité de probabilité pour décrire la distribution bidimensionnelle des masses invariantes  $m_-^2$  et  $m_+^2$  pour les événements  $B \rightarrow (K_S\pi\pi)_D K$ . La structure du diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$  est déterminée par l'ajustement sur les événements  $D^* \rightarrow D^0\pi$  décrites dans la section 4.3. En réalisant un ajustement sur les données, on peut donc extraire les paramètres  $r_B$ ,  $\delta_B$  et  $\gamma$ .

#### 4.4.2 Transposition au cas de la désintégration $B \rightarrow D^0 K^*$

La fonction de densité de probabilité décrite pour les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$  ne peut pas être utilisée directement pour les désintégrations  $B \rightarrow D^0 K^*$  car contrairement au  $K$ , la largeur du  $K^*$  n'est pas négligeable ( $\sim 50$  MeV) et il peut donc y avoir des interférences entre le  $K^*$  (892) et d'autres résonances  $K^*$  excitées ou une composante non-résonante,  $B \rightarrow D^0(K\pi)_{\text{non-}K^*}$ .

Reformulons les expressions de la section précédente pour tenir compte de ces contributions possibles. Les amplitudes des processus  $B \rightarrow (D^0 X_s)_p$ , où  $p$  est un point de l'espace de phase de l'état final et  $X_s$  un état d'étrangeté 1, ont pour expression :

$$\begin{aligned} A(B^- \rightarrow (D^0 X_s^-)_p) &= A_{cp} e^{i\delta_{cp}}, \\ A(B^+ \rightarrow (\bar{D}^0 X_s^+)_p) &= A_{cp} e^{i\delta_{cp}}, \\ A(B^- \rightarrow (\bar{D}^0 X_s^-)_p) &= A_{up} e^{i(\delta_{up}-\gamma)}, \\ A(B^+ \rightarrow (D^0 X_s^+)_p) &= A_{up} e^{i(\delta_{up}+\gamma)}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

où les indices  $c$  et  $u$  se réfèrent aux transitions  $b \rightarrow c$  et  $b \rightarrow u$  respectivement. Dans le cas général,  $A_c$ ,  $A_u$ ,  $\delta_c$  et  $\delta_u$  varient en fonction du point  $p$  de l'espace de phase considéré. Si on suppose que la particule  $X_s$  est un  $K$ , on peut négliger les variations des paramètres avec  $p$  et on retrouve les équations 4.18 avec  $A_B = A_{cp} e^{i\delta_{cp}}$ ,  $r_B = A_{up}/A_{cp}$  et  $\delta_B = \delta_{up} - \delta_{cp}$ .

En utilisant l'équation 4.19, on peut écrire l'amplitude du processus  $B^- \rightarrow ((K_S \pi \pi)_D X_s^-)_p$  comme :

$$A(B^\pm \rightarrow ((K_S \pi \pi)_D X_s^\pm)_p) = A_{cp} e^{i\delta_{cp}} A_D(m_\pm^2, m_\mp^2) + A_{up} e^{i(\delta_{up} \pm \gamma)} A_D(m_\mp, m_\pm). \quad (4.23)$$

La largeur partielle de ce processus devient donc :

$$\begin{aligned} d\Gamma(B^\pm \rightarrow ((K_S \pi \pi)_D X_s^\pm)_p) &= \left( A_{cp}^2 A_D^2(m_\pm^2, m_\mp^2) + A_{up}^2 A_D^2(m_\mp^2, m_\pm^2) \right. \\ &\quad \left. + 2 A_{cp} A_{up} \mathcal{R}e[A_D(m_\pm^2, m_\mp^2) A_D^*(m_\mp^2, m_\pm^2) e^{-i((\delta_{up}-\delta_{cp}) \pm \gamma)}] \right) dp. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Cette expression pourrait être utilisée comme fonction de densité de probabilité pour les désintégrations  $B \rightarrow D^0 K^*$ , mais pour simplifier et se ramener à une expression qui se rapproche plus du cas  $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ , on introduit les notations suivantes :

$$\begin{aligned} r_s^2 &= \frac{\Gamma(B \rightarrow \bar{D}^0 X_s)}{\Gamma(B \rightarrow D^0 X_s)} = \frac{\int A_{up}^2 dp}{\int A_{cp}^2 dp}, \\ k e^{i\delta_s} &= \frac{\int A_{cp} A_{up} e^{i(\delta_{up}-\delta_{cp})} dp}{\sqrt{\int A_{cp}^2 dp \int A_{up}^2 dp}}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

où  $k$  vérifie l'inégalité de Schwartz,  $0 \leq k \leq 1$ , et  $\delta_s \in [0, 2\pi]$ .

A partir de l'équation 4.25 et des notations précédentes, la fonction de densité de probabilité  $\mathcal{P}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\pm &\propto A_D^2(m_\pm^2, m_\mp^2) + r_s^2 A_D^2(m_\mp^2, m_\pm^2) + 2kr_s \mathcal{R}e[A_D(m_\pm^2, m_\mp^2) A_D^*(m_\mp^2, m_\pm^2) e^{-i(\delta_s \pm \gamma)}], \\ &\propto |f_\pm|^2 + r_s^2 |f_\mp|^2 + 2kr_s [\cos(\delta_s \pm \gamma) \mathcal{R}e(f_\pm f_\mp^*) + \sin(\delta_s \pm \gamma) \mathcal{I}m(f_\pm f_\mp^*)], \end{aligned} \quad (4.26)$$

où  $f_\pm = f(m_\pm^2, m_\mp^2)$  comme défini dans la section 4.2.

Dans la limite de la désintégration à deux corps  $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ , on a :

$$r_s \rightarrow r_B, \quad k \rightarrow 1 \quad \text{et} \quad \delta_s \rightarrow \delta_B \quad (4.27)$$

et on retrouve la fonction de densité de probabilité (Eq. 4.21) :

$$\mathcal{P}(B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm) \propto |f_\pm|^2 + r_B^2 |f_\mp|^2 + 2r_B [\cos(\delta_B \pm \gamma) \mathcal{R}e(f_\pm f_\mp^*) + \sin(\delta_B \pm \gamma) \mathcal{I}m(f_\pm f_\mp^*)]. \quad (4.28)$$

### 4.4.3 Sensibilité de la mesure au paramètre $\gamma$

Comme l'équation 4.21 le montre, la sensibilité sur  $\gamma$  dépend directement de la valeur de  $r_B$ , elle serait maximale si  $r_B$  était égale à 1 (s'il y avait autant d'événements  $B \rightarrow (K_S\pi\pi)_D K$  dans la voie  $V_{cb}$  que dans la voie  $V_{ub}$ ). Dans le cas du mode de désintégration  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$ , la valeur attendue de  $r_B$  est de l'ordre de 0.1. Il faut donc espérer que le terme  $A_D(s_{12}, s_{13})A_D^*(s_{13}, s_{12})$  soit grand ce qui se traduit au niveau du plan de Dalitz par des interférences importantes entre les différentes résonances.

La figure 4.13 montre l'évolution de la sensibilité sur le paramètre  $\gamma$  en fonction de la position sur le Dalitz. On peut avoir une idée de cette sensibilité car la matrice de covariance  $V$  obtenue après un ajustement par maximum de vraisemblance est directement reliée à la fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}$  par la formule :

$$(\hat{V}^{-1})_{ij} = - \left. \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right|_{\hat{\theta}}, \quad (4.29)$$

où  $\theta_i$  est un paramètre que l'on veut estimer [4].

L'incertitude sur le paramètre considéré  $\theta$  est donc :

$$\sigma_\theta = - \left( \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial \theta^2} \right)^{-1}. \quad (4.30)$$

Plus la dérivée seconde par rapport au paramètre considéré du logarithme de la fonction de vraisemblance est grand, plus l'incertitude sur ce paramètre est petite ce qui correspond à une meilleure sensibilité. Cette dérivée seconde est un bon quantificateur de la sensibilité.

Les points noirs de la figure 4.13 représentent un lot d'événements générés par méthode Monte Carlo. En comparant les zones où la concentration d'événements est importante et celles où la sensibilité est importante, on remarque par exemple que la zone de la résonance  $K^*(892)$  contribue peu à la mesure de  $\gamma$  alors que cette même résonance est abondante en terme de nombre d'événements. Au final, un nombre important d'événements dans les données donneront très peu d'information sur la mesure de  $\gamma$ .

La figure 4.14 confirme cette observation. Chaque événement Monte Carlo a été pondéré par la valeur de la dérivée seconde de la fonction de vraisemblance en ce point. Les zones où la sensibilité sera maximale sont donc localisées au niveau de l'interférence du  $\rho(770)$  avec lui-même et avec le  $K^*(892)$  DCS. La résonance  $K^*(892)$  contribue peu à la sensibilité comme la première figure semblait le montrer. Comme on le voit, il faut faire particulièrement attention à bien évaluer l'ensemble des paramètres qui décrivent la structure du diagramme de Dalitz et pas seulement ceux qui correspondent aux résonances dominantes. En effet le  $K^*(892)$  DCS contribue fortement à la sensibilité sur  $\gamma$  alors qu'il est doublement supprimé de Cabibbo.

### 4.4.4 Description des coordonnées polaires

Les paramètres que l'on ajuste grâce à la fonction de densité de probabilité (Equ. 4.28) sont  $r_B$ ,  $\delta_B$  et  $\gamma$ . Sous cette forme, ils sont appelés usuellement coordonnées polaires. Ce système de coordonnées est le plus satisfaisant d'un point de vue conceptuel car il permet d'ajuster directement les paramètres physiques sur les données.

Cependant il pose un problème technique lié à la forme de l'expression de la fonction de densité de probabilité. La valeur de  $r_B$  lors d'un ajustement de l'ensemble des coordonnées polaires est toujours surévaluée. Ce phénomène est communément appelé "problème de linéarité". La figure 4.15 montre l'évolution de la moyenne des valeurs ajustées de  $r_B$  en fonction de la valeur générée, obtenue grâce à une étude Monte Carlo. Pour différentes valeurs de  $r_B$ , 500 expériences avec toutes le même nombre d'événements générés à partir de la fonction de densité de probabilité (Eq. 4.28),



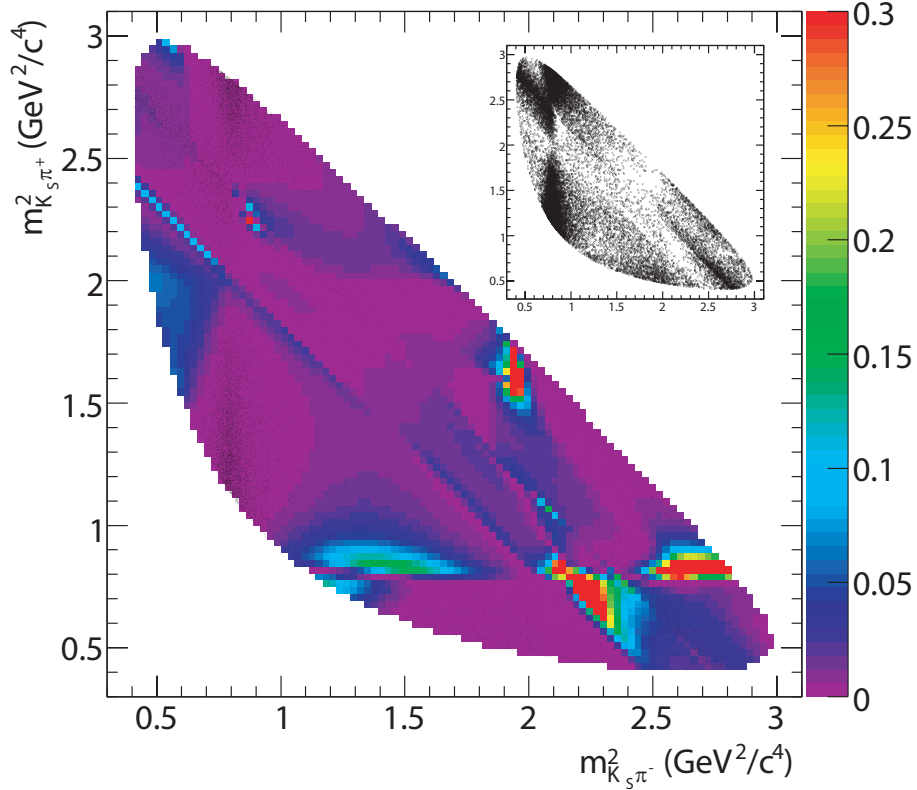


FIG. 4.13 – Distribution sur le plan de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  de la dérivée seconde par rapport à  $\gamma$  du logarithme de la fonction de vraisemblance :  $-\ln(\mathcal{L})$ , utilisée pour mesurer les paramètres  $CP$  des analyses  $B \rightarrow D^0 K^*$ . Les points noirs correspondent à la distribution d'un lot d'événements générés par méthode Monte Carlo. Le cartouche en haut à droite contient uniquement la distribution de ce lot d'événements.

sont ajustées en laissant libre l'ensemble des coordonnées polaires. La figure montre que plus le paramètre  $r_B$  généré est petit, plus l'écart de celui-ci avec la valeur mesurée augmente : l'évolution de  $r_B$  n'est pas linéaire.

La forme de l'expression de la fonction de densité de probabilité permet d'expliquer pourquoi le problème de linéarité apparaît. Dans l'équation 4.28, si  $r_B = 0$ , la valeur de la fonction  $\mathcal{P}$  ne dépend plus des valeurs de  $\delta_B$  et  $\gamma$ . Donc si on ajuste un lot d'événements générés pour  $r_B = 0$  en laissant libre les trois paramètres, il est possible de trouver un jeu de valeurs pour lesquelles  $r_B \neq 0$  et  $-\ln\mathcal{L}(r_B = 0) < -\ln\mathcal{L}(r_B \neq 0)$ . En effet pour une petite variation de  $r_B$  autour de 0, les deux degrés de liberté supplémentaires entre la fonction de densité de probabilité qui a effectivement servi pendant la génération et celle utilisée dans l'ajustement, permettent de trouver dans les fluctuations statistiques un jeu de valeur  $(\delta_B, \gamma)$  qui maximise la fonction de vraisemblance pour  $r_B \neq 0$ . La figure 4.16 illustre cette hypothèse. Pour 1000 lots d'événements Monte Carlo générés avec  $r_B = 0$ , la valeur de  $r_B$  donnée par l'ajustement n'est pas égale à 0 en moyenne. La distribution présente un double pic autour de 0 qui est dû à une ambiguïté de la fonction de densité de probabilité en fonction des paramètres :

$$\mathcal{P}(r_B, \delta_B \pm \gamma) = \mathcal{P}(-r_B, \delta_B \pm \gamma + \pi). \quad (4.31)$$

Le problème de linéarité donne toujours une valeur de  $r_B$  plus grande que la valeur réelle, il faut donc vérifier que la fonction de densité probabilité permet aussi d'expliquer les cas où  $r_B \neq 0$

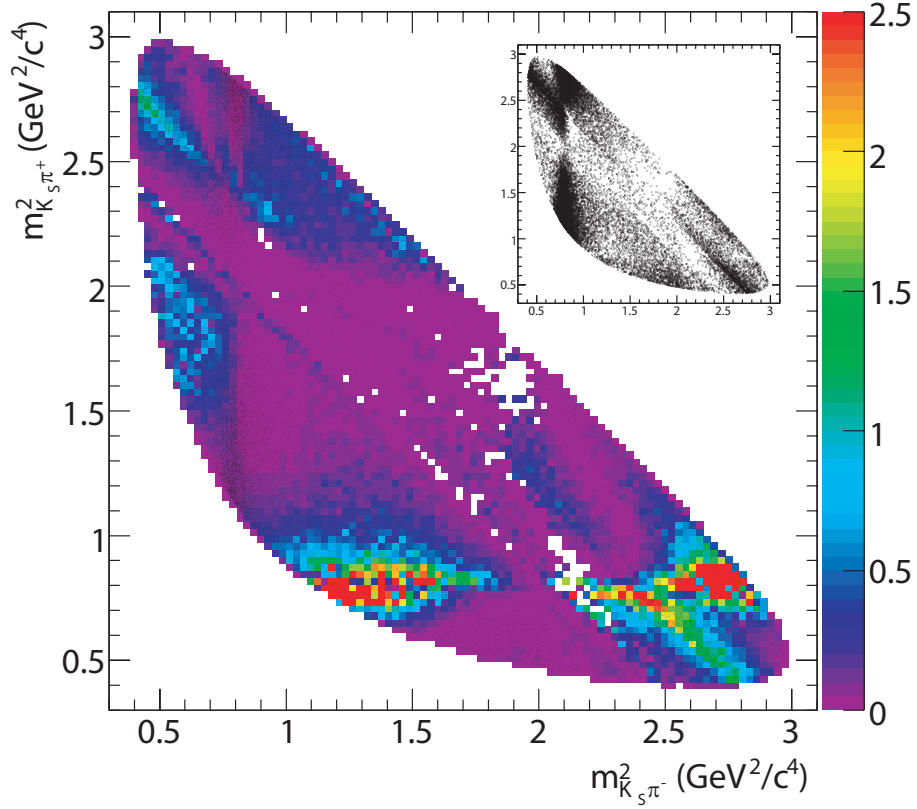


FIG. 4.14 – Distribution d'un lot à haute statistique d'événements Monte Carlo qui ont chacun un poids égal à la dérivée seconde par rapport à  $\gamma$  du logarithme de la fonction de vraisemblance :  $-\ln(\mathcal{L})$ , utilisée pour mesurer les paramètres  $CP$  des analyses  $B \rightarrow D^0 K^*$ . Les points noirs correspondent à la distribution de ce même lot d'événements avec un poids égal à 1 pour chacun. Le cartouche en haut à droite contient uniquement la distribution du lot d'événements générés par méthode Monte Carlo.

ainsi que le sens du biais trouvé. Si on considère une petite variation  $\delta r_B$  de  $r_B$ , avec  $|\delta r_B/r_B| \ll 1$  et  $r_B \neq 0$ , l'équation 4.28 devient à l'ordre  $\delta r_B$  :

$$(4.28) \rightarrow (4.28) + 2\delta r_B [\cos(\delta_B \pm \gamma) \mathcal{R}e(f_{\pm} f_{\mp}^*) + \sin(\delta_B \pm \gamma) \mathcal{I}m(f_{\pm} f_{\mp}^*)]. \quad (4.32)$$

Le cas précédent où lors de la génération  $r_B$  était égale à 0 se reproduit ici mais pour  $\delta r_B$ . Il est donc généralement possible de trouver un  $\delta r_B \neq 0$  pour lequel la fonction de vraisemblance basée sur la fonction de densité de probabilité réduite  $2\delta r_B g(\delta_B, \gamma)$ , est plus grande que pour  $\delta r_B = 0$ . L'effet général sur la valeur de  $r_B$  est compensé en partie par rapport au cas  $r_B = 0$  car les paramètres  $\delta_B$  et  $\gamma$  ont moins de latitude pour varier, ils sont contraints par le reste de la fonction de densité de probabilité (4.28). Plus  $r_B$  est grand, plus  $\delta_B$  et  $\gamma$  sont contraints, donc plus la compensation est importante. Le sens du biais est fixé car il n'y a plus comme auparavant la structure en double pic pour  $\delta r_B$  ( $\mathcal{P}(\delta r_B, \delta_B \pm \gamma) = \mathcal{P}(-\delta r_B, \delta_B \pm \gamma + \pi)$ ) et donc pour une ambiguïté  $\delta_B + \gamma$  fixée par le reste de la fonction de densité de probabilité,  $\delta r_B$  a un signe donné.

Aucun biais n'est visible sur  $\delta_B$  ou  $\gamma$  (Fig. 4.17) mais comme la sensibilité sur ces deux paramètres dépend de la valeur de  $r_B$ , leur incertitude est mal évaluée. La valeur ajustée de  $r_B$  est toujours plus grande que la valeur réelle, donc les incertitudes sont sous-estimées. La figure 4.18 montre la distribution du *pull* de  $\gamma$  pour 500 expériences Monte Carlo. Sa largeur est supérieure à

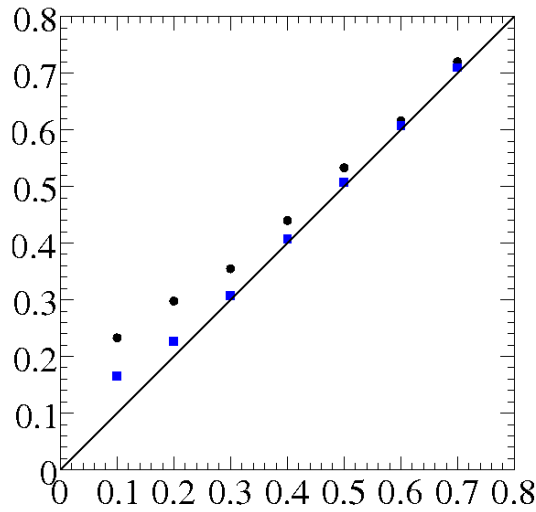


FIG. 4.15 – Evolutions de la moyenne des valeurs ajustées du paramètre  $r_B$  en fonction de la valeur générée. (Carré bleu) Lot d'expériences Monte Carlo avec chacune 100 événements de signal. (Rond noir) Lot d'expériences Monte Carlo avec chacune 30 événements de signal. L'erreur statistique sur la moyenne est plus petite que la taille des points.

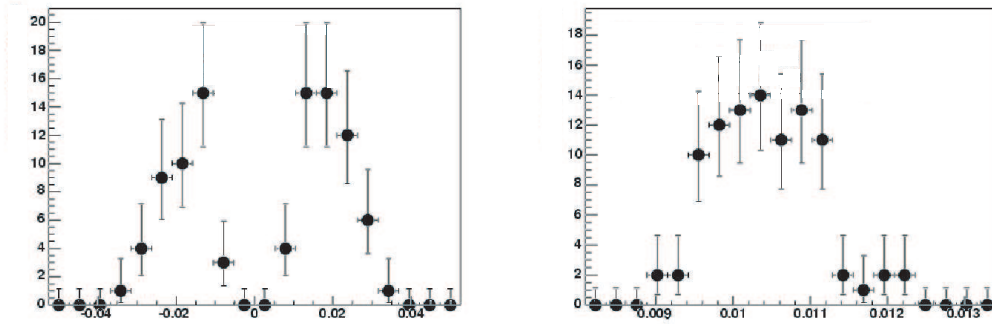


FIG. 4.16 – (Gauche) Distribution de la valeur ajustée de  $r_B$  pour un lot de 100 expériences générées par la méthode Monte Carlo avec  $r_B = 0$ . La structure en double pic est clairement visible, 0 n'est jamais une valeur mesurée par l'ajustement. Les valeurs négatives de  $r_B$  sont autorisées lors de l'ajustement car la fonction de densité de probabilité est définie à  $\pi$  près (Eq. 4.31). (Droite) Distribution de l'incertitude sur la valeur ajustée de  $r_B$  pour ces mêmes 100 expériences.

1 ce qui implique que la largeur de la distribution des valeurs ajustées de  $\gamma$  est plus grande que la moyenne des incertitudes ajustées.

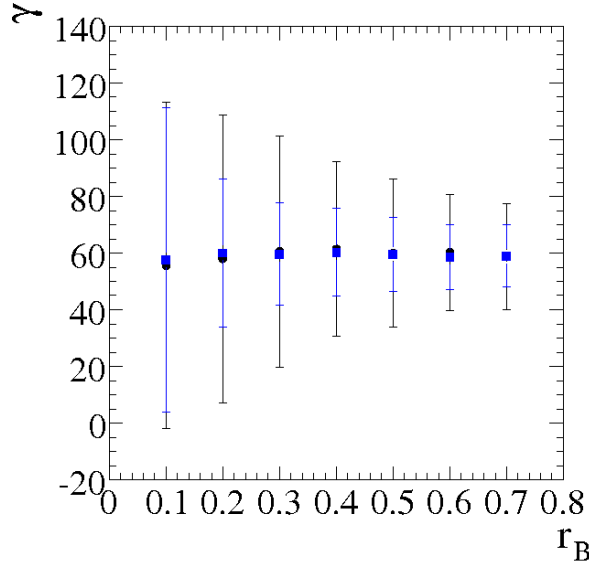


FIG. 4.17 – Evolution de la moyenne des valeurs ajustées du paramètre  $\gamma$  en fonction de la valeur générée de  $r_B$ . (Carré bleu) Lot d'expériences Monte Carlo avec chacune 100 événements de signal. (Rond noir) Lot d'expériences Monte Carlo avec chacune 30 événements de signal. L'incertitude reportée est la moyenne des incertitudes sur  $\gamma$  données par l'ajustement. La valeur de  $\gamma$  lors de la génération est de  $60^\circ$ , il n'y a donc pas de biais sur  $\gamma$  dû à l'ajustement.

#### 4.4.5 Passage aux coordonnées cartésiennes

Pour s'affranchir du problème de linéarité, une modification du système de coordonnées est nécessaire. Au lieu d'utiliser les coordonnées polaires, on applique le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} x_{\pm} &= r_B \cos(\delta_B \pm \gamma), \\ y_{\pm} &= r_B \sin(\delta_B \pm \gamma). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Les nouvelles coordonnées sont appelées coordonnées cartésiennes. La fonction de densité de probabilité de l'équation 4.28 devient alors :

$$\mathcal{P}(B^{\pm} \rightarrow D^0 K^{\pm}) \propto |f_{\pm}|^2 + (x_{\pm}^2 + y_{\pm}^2) |f_{\mp}|^2 + 2[x_{\pm} \mathcal{R}e(f_{\pm} f_{\mp}^*) + y_{\pm} \mathcal{I}m(f_{\pm} f_{\mp}^*)], \quad (4.34)$$

en utilisant la relation  $r_B^2 = x_{\pm}^2 + y_{\pm}^2$ .

L'expression de la fonction est modifiée de telle sorte qu'il n'est pas possible de trouver une valeur d'un des paramètres qui rende la fonction indépendante d'un ou plusieurs des autres paramètres. La figure 4.19 montre l'étude de linéarité pour les coordonnées cartésiennes. L'évolution de la valeur ajustée en fonction de la valeur réelle est cette fois linéaire. L'incertitude sur les paramètres est évaluée correctement comme le montrent les distributions des *pulls* sur la figure 4.20.

Le résultat de l'ajustement sur les données réelles est habituellement donné en terme des coordonnées cartésiennes dans la littérature. Pour extraire les paramètres physiques comme l'angle

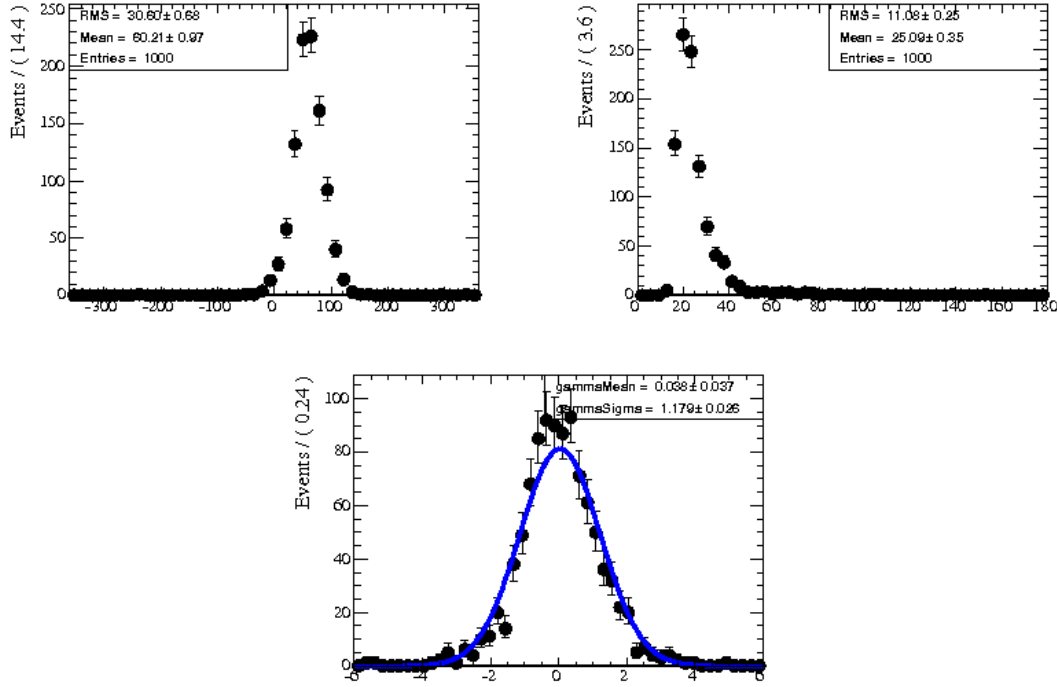


FIG. 4.18 – Distributions obtenues après une série d’ajustements de 1000 lots d’expériences générées par méthode Monte Carlo avec 37 événements  $r_B = 0.4$  et  $\gamma = 60^\circ$ . (En haut à gauche) Distribution de la valeur ajustée de  $\gamma$ . (En haut à droite) Distribution de l’incertitude statistique sur le paramètre  $\gamma$ . (En bas) Distribution du *pull* de  $\gamma$ . La largeur du *pull* est supérieur à 1 ( $1.179 \pm 0.026$ ), donc l’incertitude sur  $\gamma$  est sous-estimée.

$\gamma$ , une interprétation statistique des coordonnées cartésiennes en fonction des coordonnées polaires doit être réalisée. La méthode fréquentiste que j’expliquerai dans la suite est utilisée dans toutes les analyses du type  $B \rightarrow D^{0(*)}K^{(*)}$ .

Pour les désintégrations  $B \rightarrow D^0 K^*$ , le changement de variables pour passer aux coordonnées cartésiennes est le suivant :

$$\begin{aligned} x_{s\pm} &= kr_s \cos(\delta_s \pm \gamma), \\ y_{s\pm} &= kr_s \sin(\delta_s \pm \gamma). \end{aligned} \quad (4.35)$$

La relation  $r_s^2 = x_{s\pm}^2 + y_{s\pm}^2$  n’est pas valable dans ce cas à cause du terme  $k$  supplémentaire. Deux méthodes permettent de résoudre ce problème. La première, utilisée dans l’analyse  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$ , consiste à laisser libre  $r_s^2$  dans l’ajustement de la fonction de densité de probabilité :

$$\mathcal{P}(B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}) \propto |f_\pm|^2 + r_s^2 |f_\mp|^2 + 2[x_{s\pm} \text{Re}(f_\pm f_\mp^*) + y_{s\pm} \text{Im}(f_\pm f_\mp^*)]. \quad (4.36)$$

Et la seconde, utilisée dans l’analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ , consiste à réaliser l’ajustement des données par la fonction de densité de probabilité :

$$\mathcal{P}(B^0(\bar{B}^0) \rightarrow D^0 K^{*0}(\bar{K}^{*0})) \propto |f_\pm|^2 + (x_{s\pm}^2 + y_{s\pm}^2)/k^2 |f_\mp|^2 + 2[x_{s\pm} \text{Re}(f_\pm f_\mp^*) + y_{s\pm} \text{Im}(f_\pm f_\mp^*)], \quad (4.37)$$

avec  $k$  fixé et à évaluer une erreur systématique due à l’intervalle de variation possible du paramètre  $k$  estimé par une étude du diagramme de Dalitz  $B \rightarrow D^0 K \pi$  (Sec. 6.2).

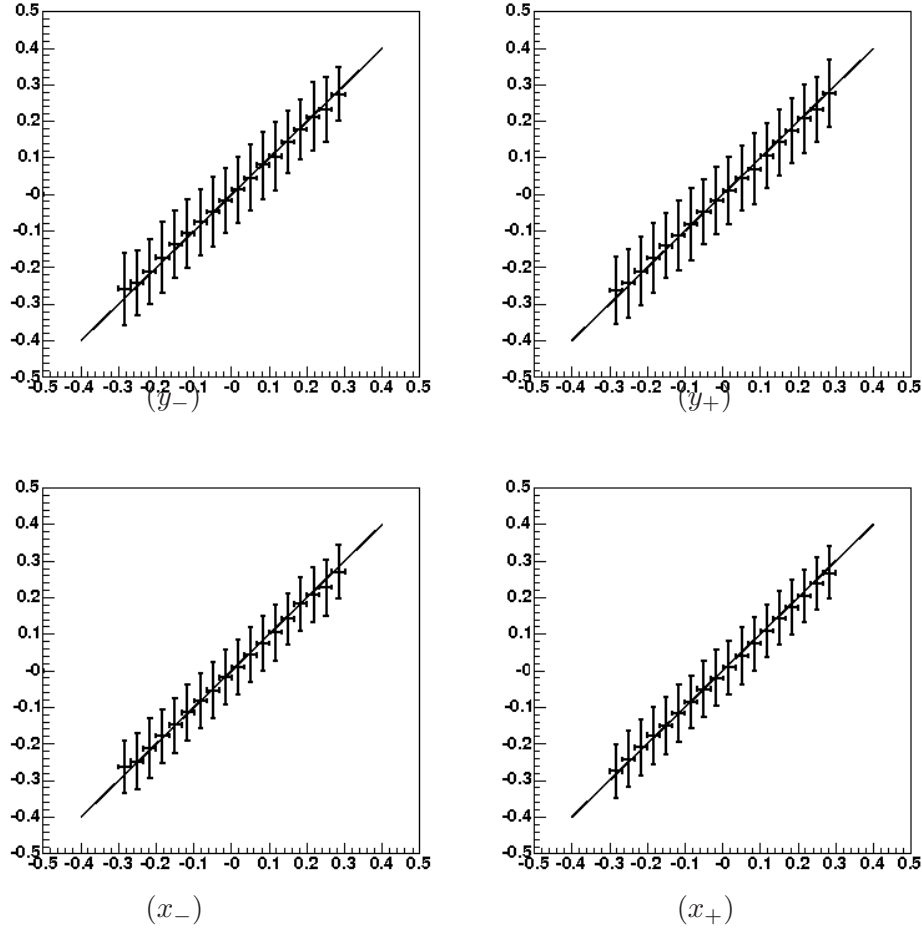


FIG. 4.19 – Evolutions de la moyenne des valeurs ajustées des coordonnées cartésiennes en fonction de leur valeur générée respective. Les valeurs générées de  $(x_{\pm}, y_{\pm})$  sont obtenues en tirant aléatoirement des valeurs pour  $r_B$ ,  $\delta_B$  et  $\gamma$  pour chacune des expériences Monte Carlo. L'incertitude verticale reportée est la largeur des distributions des valeurs ajustées. Les coordonnées cartésiennes ne souffrent pas du problème de linéarité.

#### 4.4.6 Normalisation de la fonction de densité de probabilité

Comme dans la section 4.2, le calcul de la normalisation est un point crucial de l'analyse du fait de l'utilisation de fonctions de densité de probabilité. Pour que chaque fonction de densité de probabilité soit bien définie, son intégrale par rapport aux observables doit être égale à 1. Trois observables sont utilisées dans la mesure des paramètres  $CP$ , les deux masses invariantes  $m_+^2$  et  $m_-^2$ , et la charge (ou saveur) du méson  $B$  qui se désintègre. La charge peut être exploitée de deux façons. Soit une unique fonction de densité de probabilité est ajustée, la normalisation doit donc être calculée en intégrant sur la charge. Ce cas sera appelé normalisation combinée dans la suite. Soit deux fonctions de densité de probabilité sont construites, une pour les  $B^+(B^0)$  et une autre pour les  $B^-(\bar{B}^0)$  avec leurs normalisations respectives. L'inconvénient de la seconde méthode est qu'elle ne tient pas compte des effets de violation de  $CP$  visibles en mesurant l'asymétrie  $B^+B^-$  (respectivement  $B^0\bar{B}^0$ ) mais elle a l'avantage d'éviter une évaluation de l'erreur systématique due à une possible différence d'efficacité de reconstruction des traces de particules chargées positivement par rapport aux traces de particules chargées négativement. Ce cas sera appelé normalisation

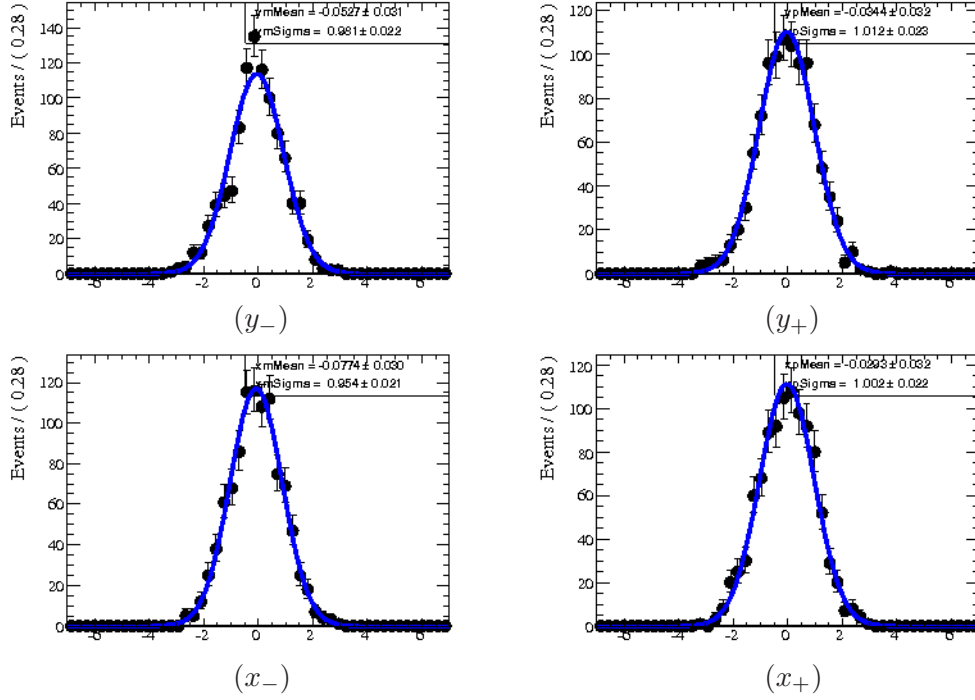


FIG. 4.20 – Distributions des *pulls* pour les coordonnées cartésiennes pour un lot d'expériences Monte Carlo générées chacune avec 300 événements et  $r_B = 0.1$ . Les coordonnées cartésiennes ne sont pas biaisées car le *pull* est centré en 0 et l'incertitude donnée par l'ajustement est correctement évaluée car la largeur du *pull* est compatible avec 1.

séparée à partir de maintenant.

Je vais détailler dans la suite les expressions nécessaires au calcul des normalisations pour le cas de la normalisation combinée car il inclut complètement l'autre cas au niveau formel. Le principe de calcul numérique ou analytique décrit dans la section 4.2 est repris ici. Certaines intégrales sont calculées au préalable par la méthode numérique et combinées linéairement ensuite pour obtenir la normalisation totale très rapidement.

Notons  $N$  la normalisation de la fonction de densité de probabilité totale dans la suite. On a alors :

$$N = \int (\mathcal{P}_+ + \mathcal{P}_-) d\mathcal{DP} \quad (4.38)$$

où  $\mathcal{P}_\pm = \mathcal{P}(B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm)$  et  $d\mathcal{DP}$  est une surface élémentaire d'intégration sur le plan de Dalitz. En utilisant l'équation 4.34, l'équation précédente devient :

$$N = \int \left( |f_+|^2 + |f_-|^2 + (x_+^2 + y_+^2)^2 |f_-|^2 + (x_-^2 + y_-^2)^2 |f_+|^2 + 2x_+ \mathcal{Re}(f_+ f_-^*) + 2x_- \mathcal{Re}(f_- f_+^*) + 2y_+ \mathcal{Im}(f_+ f_-^*) + 2y_- \mathcal{Im}(f_- f_+^*) \right) d\mathcal{DP}. \quad (4.39)$$

Supposons maintenant que le modèle de Dalitz est composé uniquement de deux résonances 1 et 2 ayant pour amplitudes complexes  $A_i = a_i e^{i\phi_i}$ . En reprenant et complétant les équations 4.12, on a :

$$|f_+|^2 = a_1^2 |BW_{1+}|^2 + a_2^2 |BW_{2+}|^2 + 2\mathcal{Re}(A_1 A_2^*) \mathcal{Re}(BW_{1+} BW_{2+}^*) - 2\mathcal{Im}(A_1 A_2^*) \mathcal{Im}(BW_{1+} BW_{2+}^*), \quad (4.40)$$

$$|f_-|^2 = a_1^2 |BW_{1-}|^2 + a_2^2 |BW_{2-}|^2 + 2\mathcal{R}e(A_1 A_2^*) \mathcal{R}e(BW_{1-} BW_{2-}^*) - 2\mathcal{I}m(A_1 A_2^*) \mathcal{I}m(BW_{1-} BW_{2-}^*), \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e(f_+ f_-^*) &= a_1^2 \mathcal{R}e(BW_{1+} BW_{1-}^*) + a_2^2 \mathcal{R}e(BW_{2+} BW_{2-}^*) \\ &+ \mathcal{R}e(A_1 A_2^*) \left( \mathcal{R}e(BW_{1+} BW_{2-}^*) + \mathcal{R}e(BW_{1-} BW_{2+}^*) \right) \\ &- \mathcal{I}m(A_1 A_2^*) \left( \mathcal{I}m(BW_{1+} BW_{2-}^*) + \mathcal{I}m(BW_{1-} BW_{2+}^*) \right), \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}m(f_+ f_-^*) &= a_1^2 \mathcal{I}m(BW_{1+} BW_{1-}^*) + a_2^2 \mathcal{I}m(BW_{2+} BW_{2-}^*) \\ &+ \mathcal{R}e(A_1 A_2^*) \left( \mathcal{I}m(BW_{1+} BW_{2-}^*) - \mathcal{I}m(BW_{1-} BW_{2+}^*) \right) \\ &+ \mathcal{I}m(A_1 A_2^*) \left( \mathcal{R}e(BW_{1+} BW_{2-}^*) - \mathcal{R}e(BW_{1-} BW_{2+}^*) \right). \end{aligned} \quad (4.43)$$

où  $BW_{i+}$  correspond au terme Breit-Wigner  $BW_i(m_+^2, m_-^2)$  et  $BW_{i-}$  au terme  $BW_i(m_-^2, m_+^2)$ .

L'intégrale de chacun des termes est donc factorisable en fonction des amplitudes et des phases. L'intégrale totale est donc développable en une somme de fonctions qui ne dépendent que des amplitudes et des phases, multipliées chacune par l'intégrale d'une fonction qui ne dépend que des termes Breit-Wigner. En utilisant les notations suivantes qui tiennent compte des symétries du diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$  par intervention de  $m_+^2$  et  $m_-^2$  :

$$\begin{aligned} S_i &= \int |BW_{i+}|^2 d\mathcal{DP} = \int |BW_{i-}|^2 d\mathcal{DP}, \\ S_i^{Re} &= \int \mathcal{R}e(BW_{i+} BW_{i-}^*) d\mathcal{DP}, \\ S_i^{Im} &= \int \mathcal{I}m(BW_{i+} BW_{i-}^*) d\mathcal{DP}, \\ C_{ij}^{Re} &= \int 2\mathcal{R}e(BW_{i+} BW_{j+}^*) d\mathcal{DP} = \int 2\mathcal{R}e(BW_{i-} BW_{j-}^*) d\mathcal{DP}, \\ C_{ij}^{Im} &= \int -2\mathcal{I}m(BW_{i+} BW_{j+}^*) d\mathcal{DP} = \int -2\mathcal{I}m(BW_{i-} BW_{j-}^*) d\mathcal{DP}, \\ C_{ij}^{ReRe} &= \int \left( \mathcal{R}e(BW_{i+} BW_{j-}^*) + \mathcal{R}e(BW_{i-} BW_{j+}^*) \right) d\mathcal{DP}, \\ C_{ij}^{ReIm} &= \int -\left( \mathcal{I}m(BW_{i+} BW_{j-}^*) + \mathcal{I}m(BW_{i-} BW_{j+}^*) \right) d\mathcal{DP}, \\ C_{ij}^{ImRe} &= \int \left( \mathcal{I}m(BW_{i+} BW_{j-}^*) - \mathcal{I}m(BW_{i-} BW_{j+}^*) \right) d\mathcal{DP}, \\ C_{ij}^{ImIm} &= \int \left( \mathcal{R}e(BW_{i+} BW_{j-}^*) - \mathcal{R}e(BW_{i-} BW_{j+}^*) \right) d\mathcal{DP}, \end{aligned} \quad (4.44)$$

on a pour  $N$  résonances avec  $r_{b\pm}^2 = x_{\pm}^2 + y_{\pm}^2$  :

$$\begin{aligned} \int (PDF_+ + PDF_-) d\mathcal{DP} &= \sum_{i=1}^N \left( (2 + r_{b+}^2 + r_{b-}^2) a_i^2 S_i + 2(x_+ + x_-) a_i^2 S_i^{Re} + 2(y_+ - y_-) a_i^2 S_i^{Im} \right) \\ &+ \sum_{j=2}^N \sum_{i < j} \left( (2 + r_{b+}^2 + r_{b-}^2) [\mathcal{R}e(A_i A_j^*) C_{ij}^{Re} + \mathcal{I}m(A_i A_j^*) C_{ij}^{Im}] \right) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \sum_{j=2}^N \sum_{i < j} \left( 2(x_+ + x_-) [\mathcal{R}e(A_i A_j^*) C_{ij}^{ReRe} + \mathcal{I}m(A_i A_j^*) C_{ij}^{ReIm}] \right) \\
& + \sum_{j=2}^N \sum_{i < j} \left( 2(y_+ - y_-) [\mathcal{R}e(A_i A_j^*) C_{ij}^{ImRe} + \mathcal{I}m(A_i A_j^*) C_{ij}^{ImIm}] \right). \quad (4.45)
\end{aligned}$$

Les termes 4.44 sont tous calculables à l'avance par la méthode numérique. Certains se simplifient en étudiant plus en détail les implications des symétries du plan de Dalitz.

## 4.5 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre comment à partir d'une description du diagramme de Dalitz de la désintégration  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ , il est possible de mesurer l'angle  $\gamma$  du Triangle d'Unitarité dans les désintégrations  $B \rightarrow D^0 K^*$ . Cette mesure bien que réalisable, n'est pas facile pour plusieurs raisons : le rapport  $r_B$  est faible, certaines zones du plan de Dalitz participent très peu à la sensibilité de la mesure, il faut travailler avec le système des coordonnées cartésiennes pour s'affranchir du problème de linéarité. Nous allons maintenant voir comment le principe de l'analyse décrit ici, est mis en oeuvre dans l'expérience *BABAR* pour le mode  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ .



## Chapitre 5

# Analyse du mode $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$

Dans ce chapitre, je décris l'analyse complète du mode de désintégration  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  qui est l'élément principal de ma thèse. Je donnerai également certains résultats sur les analyses  $B^\pm \rightarrow D^{(*)0} K^\pm$  pour lesquelles ma contribution s'est limitée à une participation aux réunions sur l'état d'avancement et sur les méthodes à mettre en oeuvre. Ces analyses sont étroitement liées à la mienne car elles utilisent des outils communs. En effet, l'extraction des paramètres de violation de  $CP$  est très similaire comme nous l'avons vue dans la section 4.4, et pour la partie technique, toutes ces analyses ont été réalisées en parallèle et utilisent le même programme d'ajustement.

### 5.1 Reconstruction des candidats $B$

Les événements que l'on cherche à identifier sont des mésons chargés  $B$  qui se désintègrent en  $D^0(K_S\pi\pi)K^*(K_S\pi)$ . On reconstruit donc les candidats  $B$  à partir d'un candidat  $D$  neutre associé à un candidat  $K^*$  chargé. Les  $K^*$  chargés se désintègrent pour deux tiers en  $K^0\pi$  (soit un tiers en  $K_S\pi$ ) et pour un tiers en  $K\pi^0$ . On a choisi de se limiter à l'utilisation des  $K^* \rightarrow K_S\pi$  car bien que les rapports d'embranchement soient similaires<sup>1</sup>, la reconstruction des  $\pi^0$  est bien moins efficace que celle des  $K_S$  en raison des deux photons qu'il faut identifier pour un  $\pi^0$ . Un  $K_S$  se désintègre en deux pions chargés assez faciles à reconstruire.

Les kaons neutres sont reconstruits à partir de deux candidats pions chargés de signe opposé. L'état final considéré est donc exclusivement constitué de pions chargés, 7 au total. En prenant compte des valeurs centrales des rapport d'embranchement<sup>2</sup> extraites du PDG [4], le rapport d'embranchement final vaut approximativement  $2.9 \times 10^{-6}$ .

#### 5.1.1 Reconstruction des candidats $K_S$

Les candidats  $K_S$  sont reconstruits à partir de deux pions chargés de signe opposé de la liste **ChargedTracks**. Toutes les traces de cette liste sont contraintes à avoir la masse d'un pion, elles sont donc directement utilisées pour la reconstruction des  $K_S$ . On teste toutes les possibilités de combiner deux pions et on ne retient que celles pour lesquelles la masse reconstruite satisfait une coupure de  $\pm 25$  MeV/ $c^2$  autour de la masse nominale d'un  $K_S$ . Il n'est pas possible d'utiliser des traces chargées de la liste **GoodTrackVeryLoose** car les  $K_S$  ont une durée de vie assez importante

---

<sup>1</sup>Le rapport d'embranchement  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  est de 98.8% alors que le rapport d'embranchement  $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$  est de 69%.

<sup>2</sup> $\text{BR}(B \rightarrow D^0 K^*)_{V_{cb}} = (6.3 \pm 0.8) \times 10^{-4}$ ,  $\text{BR}(D^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-) = (2.90 \pm 0.19) \times 10^{-2}$  et  $\text{BR}(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-) = (69.20 \pm 0.05) \times 10^{-2}$  [4].

pour voler dans le détecteur central, ainsi les traces issues de leur désintégration n'ont aucune raison de provenir du point d'interaction. La procédure de combinaison des pions est réalisée avec un ajustement cinématique et un ajustement géométrique utilisant l'algorithme **TreeFitter**. La figure 5.1 montre la distribution de masse reconstruite des candidats  $K_S$  pour le signal en fonction de la particule mère dont ils sont issus ( $D^0$  ou  $K^*$ ).

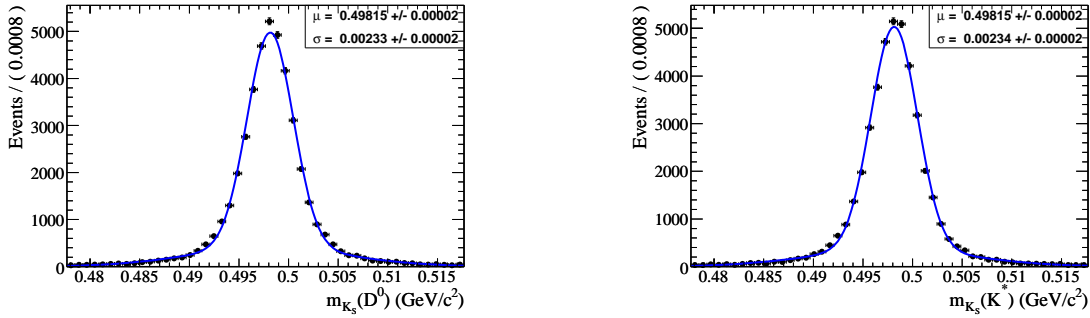


FIG. 5.1 – Distributions des masses reconstruites des  $K_S$  issus d'un  $D^0$  (à gauche) et issus d'un  $K^*$  (à droite) pour le Monte Carlo signal. Les courbes bleues correspondent à un ajustement de la masse par une gaussienne. Les largeurs ajustées sont en accord et valent 2.3 MeV.

### 5.1.2 Reconstruction des candidats $D^0$ et $K^*$

Les candidats  $D^0$  et  $K^*$  sont reconstruits à partir d'un candidat  $K_S$  défini précédemment et de deux pions chargés de signe opposé de la liste **GoodTrackVeryLoose** pour les  $D^0$  ou d'un pion chargé de la liste **GoodTrackVeryLoose** pour les  $K^*$ . Le signe du pion associé à un  $K^*$  donne le signe du  $K^*$  et par conséquent le signe du candidat  $B$ . En raison de leur durée de vie très faible, les  $K^*$  ne volent pas dans le détecteur et les  $D^0$  très peu donc les particules filles qu'ils engendrent ont toutes une trace qui passe très proche du point d'interaction d'où l'utilisation de pion de la liste **GoodTrackVeryLoose**. On notera également que pour la même raison, on considère que le vertex du  $K^*$  est le même que celui du  $B$ . On ne peut pas faire cette approximation pour le  $D^0$ . Un ajustement cinématique et un ajustement géométrique utilisant l'algorithme **TreeFitter** est appliqué pendant la reconstruction des candidats  $D^0$ . Pour les candidats  $K^*$ , en raison de leur largeur intrinsèque importante, seul un ajustement géométrique est appliqué. La figure 5.2 montre la distribution de masse reconstruite des candidats  $D^0$  après la coupure de présélection à  $\pm 40$  MeV/ $c^2$  autour de la masse nominale d'un  $D^0$ .

### 5.1.3 Reconstruction des candidats $B$

Les candidats  $B$  sont reconstruits à partir d'un candidat  $D^0$  associé à un candidat  $K^*$  en appliquant une contrainte de vertex dans l'algorithme de réajustement **TreeFitter**. Le vertex du  $B$  est contraint à être compatible avec le point de collision des faisceaux. Les variables standards,  $\Delta E$  et  $m_{ES}$ , sont alors calculées.

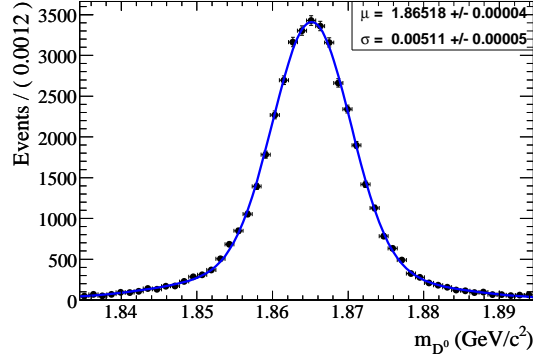


FIG. 5.2 – Distribution des masses reconstruites des  $D^0$  pour le Monte Carlo signal. La courbe bleue correspond à un ajustement de la masse par une gaussienne. La résolution ajustée est de 5.1 MeV.

## 5.2 Sélection des événements

L'étude du bruit de fond s'appuie sur plusieurs lots spécifiques d'événements générés par méthode Monte Carlo à partir du programme `Geant4` (Sec. 3.4.1). Le tableau 5.1 résume la quantité de Monte Carlo disponible pour chaque catégorie de bruit de fond dans l'analyse. Le Monte Carlo  $B \rightarrow D^0 a_1^- / \rho^-$  est utilisé pour étudier ces deux types de bruit de fond  $B\bar{B}$  particuliers.

Type d'événements	Nombre d'événements	Luminosité ( $\text{fb}^{-1}$ )
$B^+ B^-$ générique	$448 \times 10^6$	815.4
$B^0 \bar{B}^0$ générique	$476 \times 10^6$	865.5
continuum $c\bar{c}$	$463 \times 10^6$	356.1
continuum $uds$	$341 \times 10^6$	165.3
$B \rightarrow D^0 K^*, D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$	$719 \times 10^3$	-
$B \rightarrow D^0 a_1^- / \rho^-$	$719 \times 10^3$	-

TAB. 5.1 – Nombres d'événements de Monte Carlo disponibles pour les différents types de bruit de fond et pour le signal. La luminosité intégrée correspondante est aussi reportée.

L'étude du bruit de fond n'a de sens que si on le compare au signal. On cherche en effet à minimiser au maximum de bruit de fond tout en conservant le maximum d'événements de signal. Pour cela, il faut donc également avoir à disposition un lot d'événements Monte Carlo dans lequel un grand nombre d'événements de signal a été généré. Le tableau précédent 5.1 donne également la quantité de Monte Carlo signal disponible pour l'analyse.

Pour finir, comme nous l'avons vu dans la section 3.4.1, les données *offpeak* ne contiennent que des événements continuum et peuvent servir à obtenir certains paramètres du bruit de fond de continuum sans dépendre des différences entre le Monte Carlo et les données expérimentales. Malheureusement comme le montre le tableau 5.2, la quantité d'événements *offpeak* disponible est faible devant la quantité d'événements  $c\bar{c}$  et  $uds$  dans le Monte Carlo générique. Dans cette analyse comme nous le verrons, il n'est pas possible d'utiliser directement les données *offpeak* mais elles restent cependant utiles pour vérifier qu'il n'y a pas d'incohérence notable entre elles et le Monte Carlo. Le tableau 5.2 résume aussi la quantité de données *onpeak* utilisée dans l'analyse.

Données <i>onpeak</i> de départ	288.5fb <sup>-1</sup>
Données <i>onpeak</i> finales	316.3fb <sup>-1</sup>
Données <i>offpeak</i>	23.27fb <sup>-1</sup>

TAB. 5.2 – Luminosité intégrée des données utilisées pour l’analyse. Au début de l’analyse l’ensemble des données du *Run 5* n’était pas encore accessible, donc la luminosité qui a servi pour établir la sélection (288.5fb<sup>-1</sup>) n’est pas la même que la luminosité utilisée pour obtenir les résultats finaux (316.3fb<sup>-1</sup>)

### 5.2.1 Suppression du bruit de fond de continuum

En raison des contraintes cinématiques de la désintégration du  $\Upsilon(4S)$ , la topologie des événements  $B\bar{B}$  est différente de celle des événements continuum  $q\bar{q}$ . Les événements  $B\bar{B}$  ont une topologie sphérique car comme la masse de la résonance  $\Upsilon(4S)$  est juste un peu au-dessus du seuil de production  $b\bar{b}$ , les mésons  $B$  produits ont une impulsion très faible dans le centre de masse. Leurs produits de désintégration sont donc émis de façon quasi-isotrope dans le référentiel du centre de masse. Au contraire, les quarks légers  $u$ ,  $d$ ,  $s$  et  $c$  issus des processus  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ , emportent beaucoup d’énergie sous forme d’impulsion et ont une structure de jets dos-à-dos dans le centre de masse. La figure 5.3 illustre cette différence topologique.

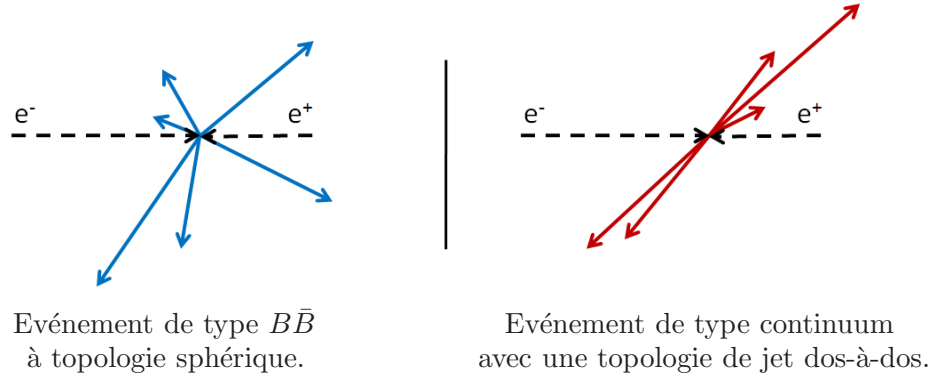


FIG. 5.3 – Schéma des deux topologie d’événements enregistrés par le détecteur *BABAR*. La sphéricité de l’événement permet de différencier le bruit de fond de continuum du bruit de fond  $B\bar{B}$ .

Plusieurs variables topologiques sont construites en s’appuyant sur cette constatation pour séparer le bruit de fond de continuum des événements contenant des vrais  $B$ . Elles sont ensuite combinées dans un discriminant de Fisher de telle sorte que l’on utilise au mieux l’information apportée par chacune séparément.

#### 5.2.1.1 Variables topologiques

Quatre variables topologiques sont utilisées pour séparer le bruit de fond de continuum des événements  $b\bar{b}$ . Pour définir la plupart d’entre elles, on a besoin de la notion de *thrust* (poussée) qui est défini par l’axe  $\vec{n}$  qui maximise la grandeur :

$$\frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{|\vec{n}| \sum_i |\vec{p}_i|}, \quad (5.1)$$

où la somme est définie sur l'ensemble des particules reconstruites chargées et neutres d'impulsion  $\vec{p}$  qui appartiennent au candidat  $B$ , au reste de l'événement ou à l'événement dans sa totalité.

On définit alors la quantité  $|\cos(\theta_{thr})|$  qui est le cosinus de l'angle entre la direction du *thrust* du candidat  $B$  et celle du *thrust* du reste de l'événement. Elle pique fortement à 1 pour les événements continuum (topologie de jet dos-à-dos) tandis que pour les événements  $b\bar{b}$ , la distribution est uniforme entre 0 et 1. La figure 5.4 montre les distributions de  $|\cos\theta_{thr}|$  pour les différents types de bruit de fond et pour le signal.

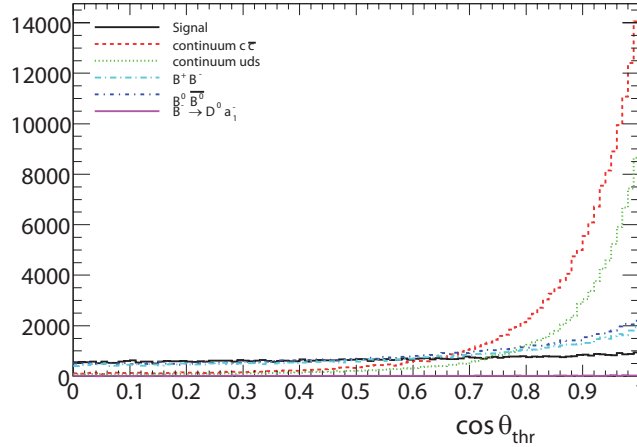


FIG. 5.4 – Distributions de  $|\cos(\theta_{thr})|$  pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

L'angle entre le *thrust* du candidat  $B$  et l'axe  $z$  de la direction des faisceaux,  $\theta_B$ , est aussi utilisé. La distribution de  $\cos(\theta_B)$  pour le signal suit une distribution en  $\sin^2(\theta_B)$ , alors que pour le bruit de fond, elle est uniforme. Dans l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ , le discriminant de Fisher était construit avec cette variable, donc pour rester cohérent au moment de la mesure combinée des paramètres  $CP$ , nous l'avons aussi utilisée. Cependant l'utilisation de  $\cos(\theta_B)$  dans le discriminant de Fisher n'est pas complètement appropriée car cette variable ne distingue pas le bruit de fond de continuum du bruit de fond  $B\bar{B}$ . La figure 5.5 montre les distributions de  $\cos(\theta_B)$  pour les différents types de bruit de fond et pour le signal.

Les deux dernières variables considérées sont les "polynômes" d'ordre 0 et d'ordre 2, qui s'expriment comme suit :

$$L_j = \sum_i^{ROE} p_i^* |\cos(\theta_i^*)|^j, \quad (5.2)$$

où la somme porte sur les particules qui composent le reste de l'événement et  $\cos(\theta_i^*)$  est l'angle d'une de ces particules avec l'axe du *thrust* du candidat  $B$ . Les distributions de ces deux variables sont données dans la figure 5.6.

### 5.2.1.2 Discriminant de Fisher

Le discriminant de Fisher [73] est un outil qui permet de différencier deux classes d'événements. Il est formé d'une combinaison linéaire de variables relatives aux événements, spécialement sélectionnées pour leur pouvoir discriminant entre les deux classes d'événements. Il est entraîné à partir

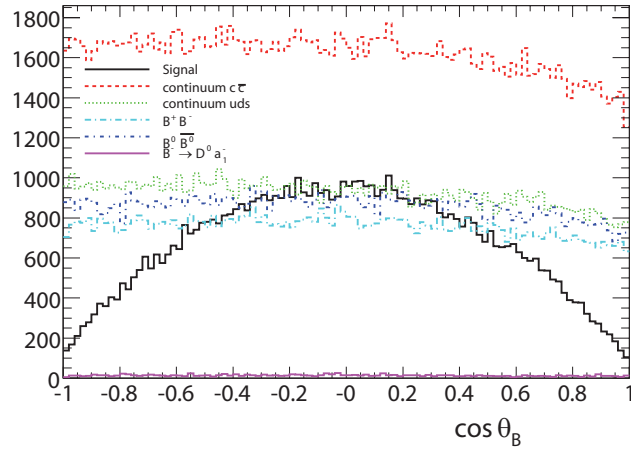


FIG. 5.5 – Distributions de  $\cos(\theta_B)$  pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

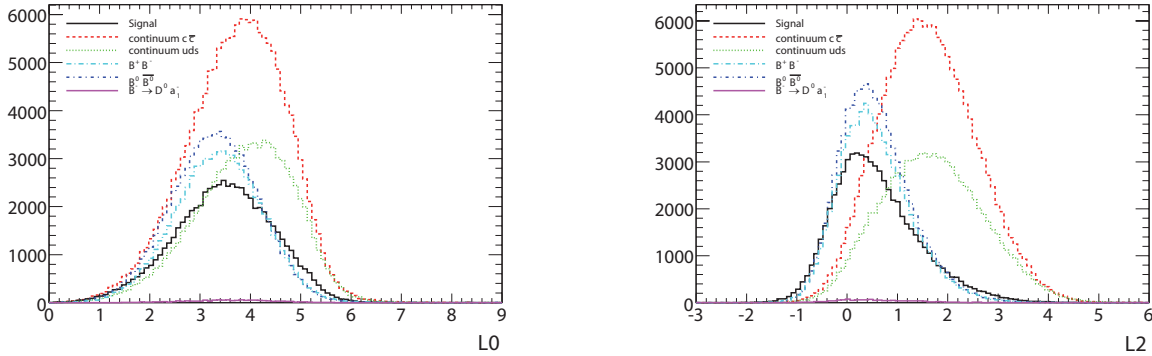


FIG. 5.6 – Distributions des "polynômes"  $L_0$  (à gauche) et  $L_2$  (à droite) pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

d'un lot d'événements de chaque classe pour maximiser la séparation linéaire entre celles-ci. Si les corrélations entre variables sont linéaires, le discriminant de Fisher est optimal, sinon il faut utiliser une technique plus avancée.

Les variables qui constituent le discriminant de Fisher de l'analyse, sont les 4 présentées précédemment :  $\cos(\theta_{thr})$ ,  $\cos(\theta_B)$  et les deux polynômes  $L_0$  et  $L_2$ . Il est entraîné à partir du Monte Carlo signal pour les événements de signal et le bruit de fond  $B\bar{B}$ , et à partir des données *off-peak* pour le bruit de fond de continuum. L'algorithme d'entraînement est présenté dans la référence [74]. Une coupure sur  $\cos(\theta_{thr})$  :  $|\cos(\theta_{thr})| < 0.8$ , est appliquée avant l'optimisation. Cette coupure supprime une très grande partie du bruit de fond de continuum comme on peut le



voir sur la figure 5.4.

La combinaison linéaire obtenue a pour expression :

$$\mathcal{F} = 0.6565 - 0.9160 \times |\cos(\theta_{thr})| + 0.0210 \times L_0 - 0.1186 \times L_2 - 0.3828 \times |\cos(\theta_B)|. \quad (5.3)$$

La figure 5.7 montre les distributions du discriminant de Fisher pour les différents types de bruit de fond et pour le signal.

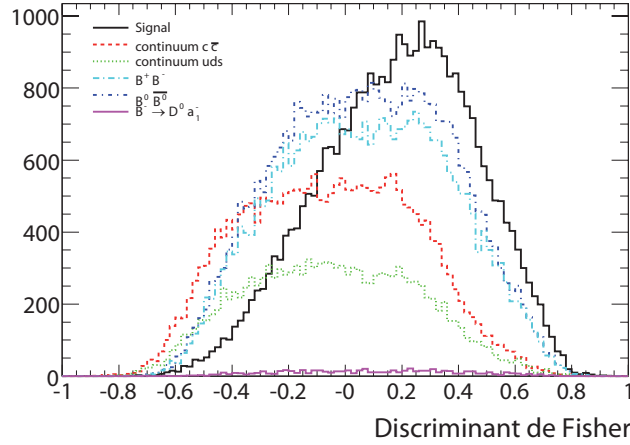


FIG. 5.7 – Distributions du discriminant de Fisher pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

### 5.2.2 Rejection du bruit de fond par des variables cinématique

Pour séparer le signal du bruit de fond, on utilise des variables dont la distribution pour le bruit de fond est différente de celle pour le signal, elles sont dites discriminantes. La sélection des événements de signal comprend :

- des variables topologiques, combinées comme nous venons de le voir dans un discriminant de Fisher, afin de séparer les  $B$  du continuum.
- des variables cinématiques, utilisées dans toutes les analyse *BABAR* pour séparer le signal du bruit de fond, et en particulier du bruit de fond  $B\bar{B}$ .

Attardons nous sur ces dernières.

#### 5.2.2.1 Variables $m_{ES}$ et $\Delta E$

Pour le signal,  $m_{ES}$  pique à la masse du  $B$ , sa distribution est en générale décrite par une gaussienne. Tandis que pour les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$ , la distribution est étalée jusqu'à une énergie égale à la moitié de l'énergie des faisceaux, soit 5.29 GeV. La distribution est modélisée par une fonction Argus utilisée pour la première fois par la collaboration ARGUS [75] et dont la forme analytique s'écrit :

$$f_{ARGUS}(m_{ES}, \xi, m_{max}) = \mathcal{N} \sqrt{1 - \frac{m_{ES}^2}{m_{max}^2}} e^{-\xi \left(1 - \frac{m_{ES}^2}{m_{max}^2}\right)}, \quad (5.4)$$

où  $\mathcal{N}$  est un facteur de normalisation,  $\xi$  est le paramètre de forme et  $m_{max}$  la valeur maximale que peut prendre  $m_{ES}$ . La figure 5.8 montre les distributions de  $m_{ES}$  pour le signal et les différentes composantes du bruit de fond. Aucune coupure n'est directement appliquée sur  $m_{ES}$  car on souhaite utiliser cette variable dans un ajustement par la suite. On restreint tout de même la fenêtre de  $m_{ES}$  à l'intervalle  $[5.2 \text{ GeV}/c^2, 5.29 \text{ GeV}/c^2]$  ce qui permet de conserver tout le signal et assez de bruit de fond pour ajuster les paramètres de forme des différentes fonctions Argus.

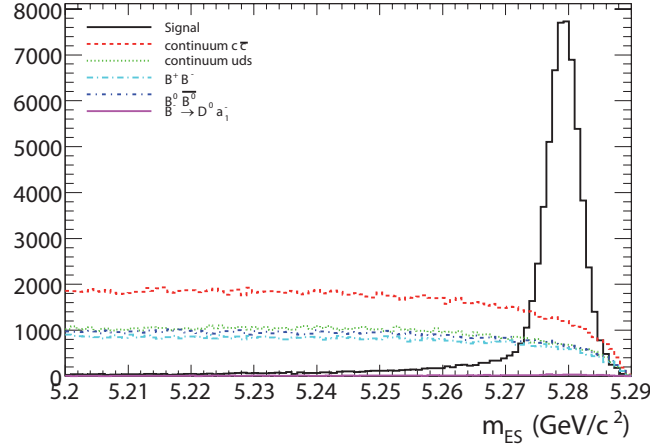


FIG. 5.8 – Distributions de  $m_{ES}$  pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

$\Delta E$  est centrée sur 0 pour le signal, sa largeur pour le canal  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  est de 10.8 MeV comme le montre l'ajustement par une fonction gaussienne de la figure 5.9. Pour le bruit de fond au contraire, la distribution de cette variable est uniforme (Fig. 5.10), elle est généralement modélisée par un polynôme du premier ordre. Comme pour  $m_{ES}$ ,  $\Delta E$  sera utilisée par la suite dans un ajustement.

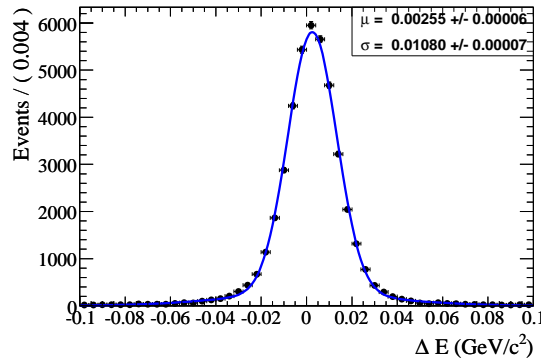


FIG. 5.9 – Distribution de  $\Delta E$  pour le Monte Carlo signal. La courbe bleue correspond à un ajustement de la variable par une gaussienne. La largeur ajustée est de 10.8 MeV.

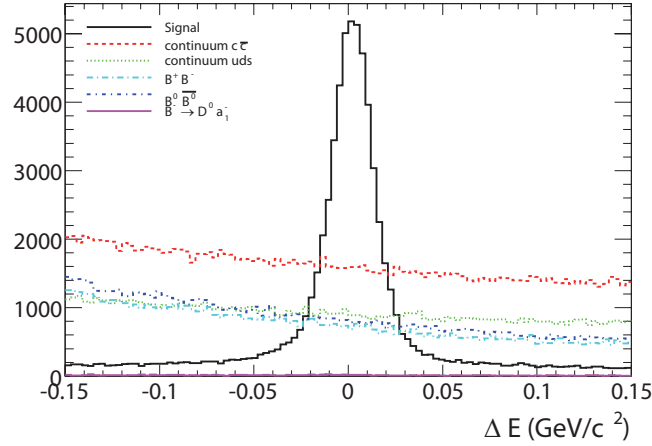


FIG. 5.10 – Distributions de  $\Delta E$  pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

### 5.2.2.2 Masses reconstruites

Les masses reconstruites des différentes particules de la chaîne de désintégration ont une forme différente pour le signal et pour les différents bruits de fond. Comme un événement de signal contient la particule recherchée, la masse reconstruite de cette particule pique autour de sa masse nominale. Pour le bruit de fond, il est très probable que la particule reconstruite ne corresponde pas réellement à la particule recherchée, et la masse reconstruite n'est donc absolument pas contrainte. Pour supprimer le bruit de fond, on applique donc des coupures pour les différentes masses reconstruites autour de la masse nominale de la particule recherchée.

Les différentes coupures sont résumées dans le tableau 5.3 en fonction de la particule considérée, elles tiennent compte de la résolution expérimentale sur chaque masse reconstruite. La coupure sur la masse reconstruite du  $K^*$  n'est pas présentée ici car elle entre dans un processus d'optimisation qui sera détaillé plus loin. Les figures 5.11 et 5.12 montrent les distributions des masses reconstruites en fonction du type d'événement, signal ou bruit de fond. On peut noter qu'il est possible qu'un événement de bruit de fond contienne réellement la particule reconstruite, la distribution de masse reconstruite présente alors un pic autour de la masse nominale au-dessus d'un fond plat.

Particule	Coupure	Résolution expérimentale
$K_S$ du $D^0$	$ m_{K_S} - m_{K_S}(PDG)  < 9 \text{ MeV}/c^2$	2.3 $\text{MeV}/c^2$
$K_S$ du $K^*$	$ m_{K_S} - m_{K_S}(PDG)  < 9 \text{ MeV}/c^2$	2.3 $\text{MeV}/c^2$
$D^0$	$ m_{D^0} - m_{D^0}(PDG)  < 12 \text{ MeV}/c^2$	5.1 $\text{MeV}/c^2$

TAB. 5.3 – Coupures appliquées sur les masses invariantes des  $K_S$  et des  $D^0$ . Les largeurs sont mesurées sur les distributions Monte Carlo.

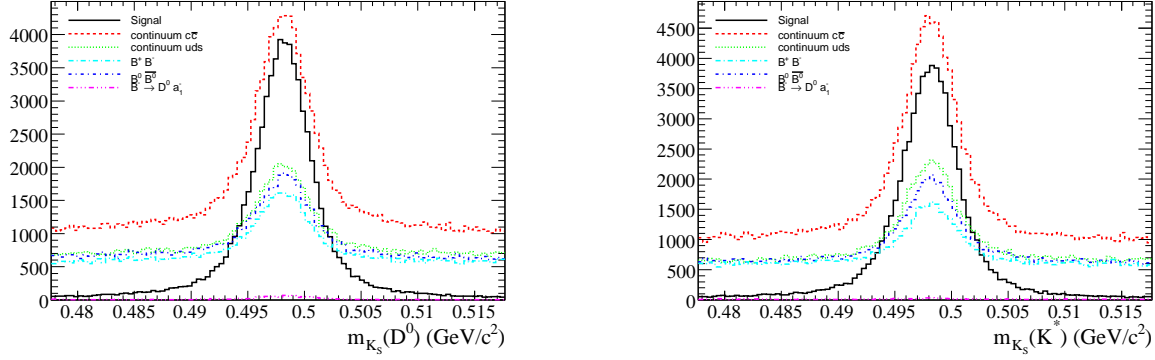


FIG. 5.11 – Distributions des masses reconstruites des  $K_S$  issus d'un  $D^0$  (à gauche) et des  $K_S$  issus d'un  $K^*$  (à droite) pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+ B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0 \bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

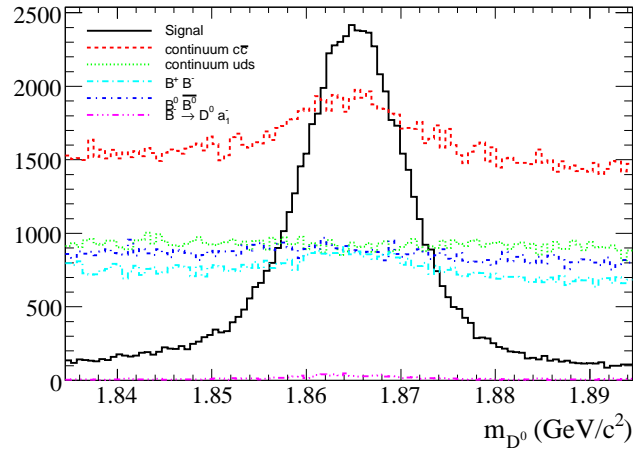


FIG. 5.12 – Distributions des masses reconstruites des  $D^0$  pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+ B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0 \bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

### 5.2.2.3 Variable $\cos(\alpha_{K_S})$

Pour supprimer au maximum les candidats  $D^0$  et  $K^*$  reconstruits avec des faux  $K_S$ , on définit la variable  $\alpha_{K_S}$  comme l'angle entre la ligne de vol du  $K_S$  et son impulsion. La ligne de vol est définie comme la droite passant par le vertex de la particule mère ( $D^0$  ou  $K^*$ ) et le vertex du  $K_S$ . Dans le cas du  $K^*$ , le vertex considéré est le vertex du  $B$  car le  $K^*$  ne vole pas dans le détecteur central. Si la particule reconstruite est un vrai  $K_S$ , la variable  $\cos(\alpha_{K_S})$  est très piquée vers 1 comme le montre la figure 5.13, ce n'est pas le cas pour les faux  $K_S$ .

Pour les  $K_S$  provenant d'un  $D^0$ , on applique la coupure  $\cos(\alpha_{K_S}) > 0.99$  et pour ceux provenant

d'un  $K^*$ , la coupure  $\cos(\alpha_{K_S}) > 0.997$ . Cette coupure est particulièrement utile pour supprimer certains bruit de fond  $B\bar{B}$  qui ont le même état final que le signal. On supprime ainsi en grande partie les canaux de désintégration  $B \rightarrow D^0(\rightarrow 4\pi)K^*$  et  $B \rightarrow D^0 a_1(\rightarrow 3\pi)$ .

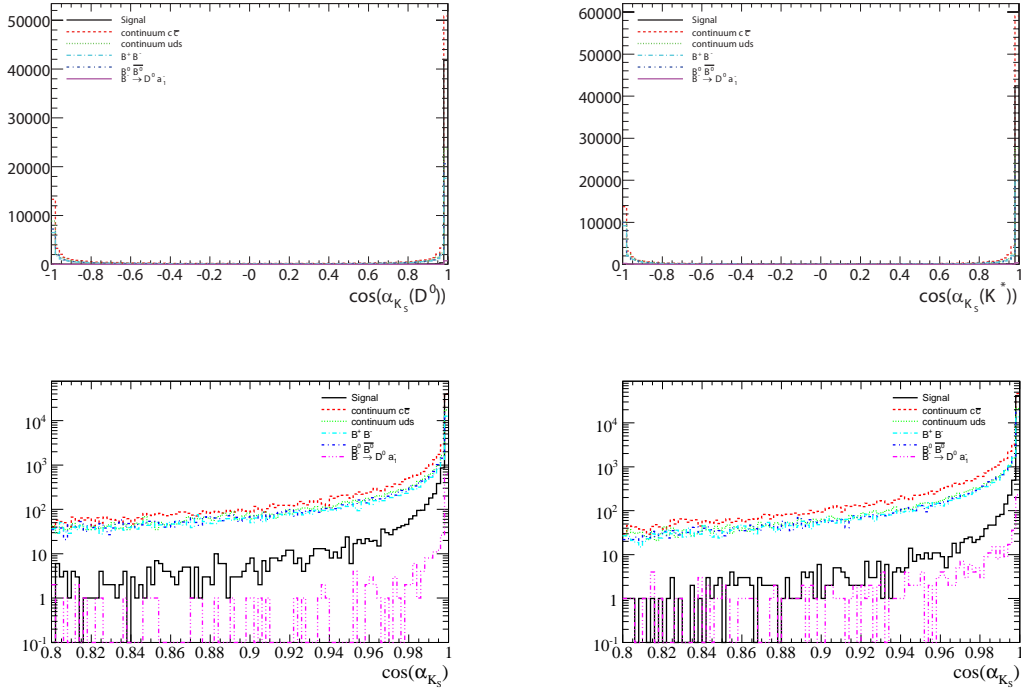


FIG. 5.13 – Distributions de  $\cos(\alpha_{K_S})$  pour les  $K_S$  issus d'un  $D^0$  (à gauche) et pour les  $K_S$  issus d'un  $K^*$  (à droite) pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+ B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0 \bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas). Les figures du haut correspondant à la totalité de la fenêtre du cosinus, alors que les figures du bas correspondent à un zoom dans l'intervalle  $[0.8, 1]$  en imposant une échelle logarithmique pour l'axe des ordonnées.

### 5.2.3 Caractérisation du bruit de fond $B\bar{B}$

Le bruit de fond  $B\bar{B}$  peut être très similaire au signal si l'état final est le même que celui du signal. En particulier, comme  $m_{ES}$  dépend peu des paramètres de l'événement reconstruit, il arrive souvent que certains bruits de fond  $B\bar{B}$  piquent en  $m_{ES}$  comme le signal. Ces événements peuvent être particulièrement dangereux. Si on n'évalue pas correctement leur contribution, ils peuvent être identifiés comme événements de signal par l'ajustement final. Dans ce cas, les paramètres de violation de  $CP$  seraient affectés par des événements qui ne sont pas sensibles à la violation de  $CP$  que l'on cherche à mesurer. Pour minimiser l'effet sur l'erreur systématique finale de tels événements, on cherche grâce au Monte Carlo, quels sont les canaux de désintégration potentiellement dangereux et s'il existe des coupures spécifiques qui les réduisent spécifiquement.

3 canaux de désintégrations ont été identifiés comme potentiellement dangereux dans le bruit de fond  $B\bar{B}$ . Ils ont tous le même état final que le signal. Pour les deux premiers, la statistique actuelle des données les rend négligeables. Tandis que pour le troisième, la procédure d'ajustement décrite dans la section 4.4.2 des paramètres  $CP$  inclut directement ces événements comme des événements

de signal.

- $B \rightarrow D^0(\rightarrow 4\pi)K^*$  : ce mode de désintégration à un rapport d'embranchement plus faible que celui du signal<sup>1</sup>. Sur l'ensemble du bruit de fond  $B^+B^-$  (758 fb<sup>-1</sup>), 1 seul événement passe l'ensemble des critères de sélection, on peut donc négliger ce canal. La coupure qui réduit significativement ce bruit de fond est comme nous l'avons déjà vu :  $\cos(\alpha_{K_S}(D^0)) > 0.99$ .
- $B \rightarrow D^0 a_1$  : le rapport d'embranchement pour ce canal est relativement grand comparé à celui du signal<sup>2</sup>. Une première analyse avait été réalisée en utilisant la coupure  $\cos(\alpha_{K_S}(K^*)) > 0.99$  pour réduire ce bruit de fond. Elle ne semble cependant pas suffisante car en l'appliquant avec tous les autres critères de sélection, 13 événements de ce canal restent présent sur l'ensemble du bruit de fond  $B^+B^-$ . Renforcer cette coupure jusqu'à  $\cos(\alpha_{K_S}(K^*)) > 0.997$  réduit ce nombre à 5 événements alors que la perte relative d'efficacité pour le signal n'est que de 1.2% (Fig. 5.14).
- $B \rightarrow D^0 K_S \pi$  : ce canal est très semblable au signal, au lieu de passer par une résonance intermédiaire de spin 1 ( $K^*(892)$ ), la désintégration passe soit par une autre résonance  $K^*$  excitée ou par un "état" non-résonant ( $K_S \pi$ )<sub>nr</sub>. Ce canal contient donc la même phase faible que le signal car l'état final peut être atteint par une voie  $b \rightarrow c$  et une voie  $b \rightarrow u$  qui interfèrent entre elles. Les amplitudes et phases fortes peuvent cependant être différentes mais le formalisme décrit dans la section 4.4.2 permet de tenir compte de cette possibilité directement dans l'ajustement final des paramètres  $CP$ . Cette catégorie d'événements est donc du signal dans notre analyse, mais je la met en lumière car les analystes de l'expérience concurrente Belle [76], la considère comme du bruit de fond et calcule une erreur systématique pour en tenir compte dans leur résultat.

Aucune contribution significative de bruit de fond dit *charmless* dans lequel le quark  $c$  n'intervient pas *c.a.d.* sans résonance  $D^0$  intermédiaire dans notre cas, n'a pu être mise en évidence en étudiant le Monte Carlo générique  $B\bar{B}$ . On considère donc de telles contributions comme négligeables.

#### 5.2.4 Optimisation des coupures sur la masse reconstruite et l'hélicité du $K^*$

Deux coupures particulières sont optimisées à partir d'événements Monte Carlo pour s'assurer d'obtenir le maximum d'information des données. Les deux variables considérées sont la masse reconstruite et le cosinus de l'angle d'hélicité du  $K^*$ . L'angle d'hélicité est défini comme l'angle entre la ligne de vol d'une des filles du  $K^*$  dans le centre de masse du  $K^*$ , et la ligne de vol du  $K^*$  lui-même dans le centre de masse du  $B$ . Le spin du  $K^*$  vaut 1 alors que les spins du  $B$  et du  $D^0$  valent tous les deux 0. Il en résulte que l'on a besoin d'un degré de moment angulaire orbital pour conserver le moment angulaire total dans la désintégration du  $B$ . La distribution angulaire du  $K^*$  n'est donc pas uniforme, elle suit la distribution suivante pour le signal :

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d(\cos\theta_h)} &\propto |d_{1,0}^1|^2 \\ &\propto \cos^2\theta_h, \end{aligned} \tag{5.5}$$

où le coefficient  $d_{1,0}^1$  est un élément de matrice de rotation de Wigner dont l'expression est donnée dans le PDG [4].

Pour le bruit de fond combinatoire, la distribution angulaire n'est pas contrainte par une quelconque relation dûe au spin des particules qui se désintègrent, elle est presque uniforme en  $\cos(\theta_h)$ .

<sup>1</sup>BR( $D^0 \rightarrow 4\pi$ ) =  $(7.3 \pm 0.5) \times 10^{-3}$  < BR( $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ ) =  $(2.9 \pm 0.1) \times 10^{-2}$

<sup>2</sup>BR( $B \rightarrow D^0 a_1(\rightarrow 3\pi)$ ) =  $(4 \pm 4) \times 10^{-3}$  > BR( $B \rightarrow D^0 K^*(\rightarrow K_S \pi)$ ) =  $(1.5 \pm 0.2) \times 10^{-4}$

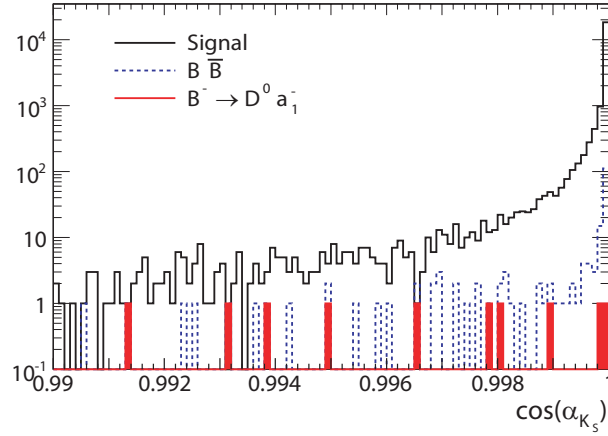


FIG. 5.14 – Distributions de  $\cos(\alpha_{K_S})$  pour les  $K_S$  issus d'un  $K^*$  après avoir appliqué l'ensemble des coupures de sélection sur le Monte Carlo signal et  $B\bar{B}$ . L'histogramme rouge correspond aux événements de type  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$ . En appliquant la coupure  $\cos(\alpha_{K_S}) > 0.997$  plutôt que  $\cos(\alpha_{K_S}) > 0.99$ , les événements de ce type sont significativement supprimés (5 sur 13 subsistent avec la statistique accessible) alors que le signal est très peu réduit.

On peut ainsi différencier le signal du bruit de fond en utilisant cette variable. Les figures 5.15 et 5.16 montrent les distributions de masse reconstruite du  $K^*$  et de  $\cos(\theta_h)$  pour les différents types d'événements Monte Carlo.

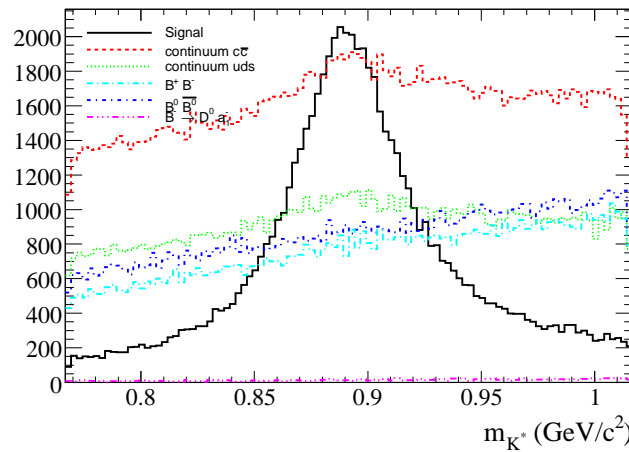


FIG. 5.15 – Distributions des masses reconstruites des  $K^*$  pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

L'optimisation des coupures sur ces deux variables est réalisée en maximisant la signification statistique du signal. La grandeur pertinente est alors le rapport  $S/\sqrt{S+B}$  où  $S$  est le nombre d'événements de signal et  $B$  le nombre d'événements de bruit de fond rapportés à la luminosité intégrée des données.

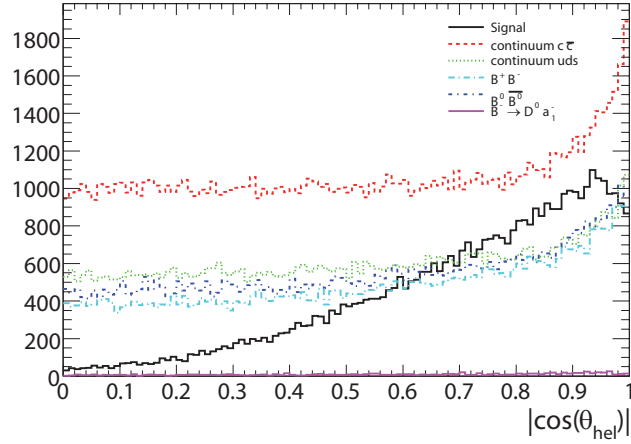


FIG. 5.16 – Distributions de  $\cos(\theta_h)$  pour le signal (Trait plein noir) et chaque composante de bruit de fond : continuum  $c\bar{c}$  (Tirets rouges), continuum  $uds$  (Pointillés verts),  $B^+B^-$  (Tirets longs - Pointillés cyans),  $B^0\bar{B}^0$  (Tirets courts - Pointillés bleus),  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Tirets - Triples pointillés magentas).

La figure 5.17 donne le résultat de l'optimisation dans le plan  $(m_{K^*}, \cos(\theta_h))$ .  $S/\sqrt{S+B}$  est maximum (égale à 5.2) quand on choisit les coupures suivantes :  $|m_{K^*} - m_{K^*}(PDG)| < 55 \text{ MeV}/c^2$  et  $|\cos(\theta_h)| > 0.35$ .

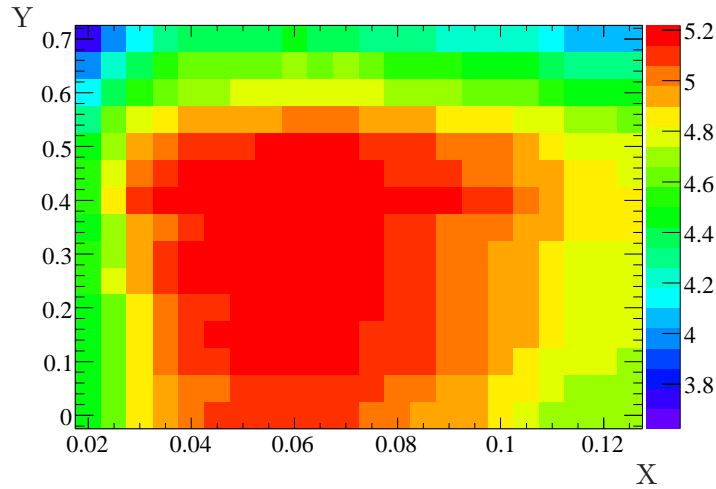


FIG. 5.17 – Evolution de la quantité  $S/\sqrt{S+B}$  sur le plan  $(X, Y)$  où  $X$  est la valeur choisie pour la coupure sur la masse reconstruite des  $K^*$  et  $Y$  la valeur choisie pour la coupure sur l'angle d'hélicité :  $|m_{K^*} - m_{K^*}(PDG)| < X$  et  $|\cos(\theta_h)| > Y$ . L'échelle de couleur représente la valeur de  $S/\sqrt{S+B}$ .

Pour que la combinaison avec les analyses  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^-$  soit la plus simple possible, aucune optimisation particulière n'a été réalisée sur les autres variables. Les différentes sélections sont les plus semblables possible d'une analyse à l'autre, et la seule marge de manoeuvre possible pour



l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  était de s'intéresser aux paramètres du  $K^*$ .

### 5.2.5 Evaluation finale de l'efficacité des coupures

L'ensemble des coupures et leur effet sur les nombres d'événements dans le Monte Carlo sont résumés dans le tableau 5.4. Les deux coupures sur la probabilité de  $\chi^2$  sont relatives aux résultats des ajustements cinématiques et/ou géométriques réalisés pour les  $B$  et les  $D^0$ . Cette variable est positive quand l'ajustement a convergé. Les valeurs du tableau sont données dans la zone du signal définie par  $m_{ES} > 5.272 \text{ GeV}/c^2$ . L'efficacité finale dans la zone du signal est de  $(6.8 \pm 0.1)\%$  pour une valeur du rapport signal sur bruit,  $S/\sqrt{S+B}$ , de 5.7.

Les nombres d'événements indiqués dans le tableau sont rapportés pour une luminosité intégrée des données de  $288.5 \text{ fb}^{-1}$ , on s'attend donc à trouver dans les données utilisées réellement (soit  $316.3 \text{ fb}^{-1}$ )  $69 \pm 8$  événements de signal si le Monte Carlo reproduit bien les données.

Coupure	Signal	$B^0 \bar{B}^0$	$B^+ B^-$	$uds$	$c\bar{c}$
Présélection (efficacité)	17.1%	$2.65 \times 10^{-5}$	$2.43 \times 10^{-5}$	$3.56 \times 10^{-5}$	$7.36 \times 10^{-5}$
$ \cos(\theta_{thr})  < 0.8$	119	2675	2474	4381	5759
$ m_{K_S}(D^0) - m_{K_S}(PDG)  < 9 \text{ MeV}/c^2$	105	1088	1110	1844	2538
$ m_{D^0} - m_{D^0}(PDG)  < 12 \text{ MeV}/c^2$	100	600	674	978	1478
$P(\chi^2, D^0) > 0.$	99	445	530	699	1132
$\cos(\alpha_{K_S}(D^0)) > 0.99$	94	213	319	342	685
$P(\chi^2, B) > 0.$	92	169	256	247	531
$ m_{K_S}(K^*) - m_{K_S}(PDG)  < 9 \text{ MeV}/c^2$	88	98	125	145	322
$\cos(\alpha_{K_S}(K^*)) > 0.997$	85	50	49	90	214
$ m_{K^*} - m_{K^*}(PDG)  < 55 \text{ MeV}/c^2$	71	28	24	39	102
$ \cos(\theta_h)  > 0.35$	66	22	20	20	71
$ \Delta E  < 25 \text{ MeV}$	<b>63</b>	<b>8</b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>27</b>
$m_{ES} \in [5.20 - 5.29] \text{ GeV}/c^2$	63	44	37	113	227

TAB. 5.4 – Nombres d'événements de Monte Carlo renormalisés pour correspondre à la luminosité intégrée des données ( $288.5 \text{ fb}^{-1}$ ), qui passent l'ensemble des coupures jusqu'à celle de la ligne considérée. La première ligne est l'efficacité de reconstruction avec uniquement les quelques coupures de présélection. Les valeurs de la dernière ligne sont données pour  $m_{ES} \in [5.20 - 5.29] \text{ GeV}/c^2$ .

### 5.2.6 Sélection du meilleur candidat

Il peut arriver que pour un événement donné plusieurs candidats  $B$  passent l'ensemble des critères de sélection. Il faut donc définir une procédure qui définit un candidat unique par événement que l'on appellera meilleur candidat. La multiplicité moyenne du nombre de candidats par événement pour l'analyse est  $N_{cand} = 1.066 \pm 0.024$  dans la zone de signal ( $m_{ES} > 5.272 \text{ GeV}/c^2$  et  $|\Delta E| < 25 \text{ MeV}$ ) et après application de l'ensemble des coupures.

Le critère de sélection choisi est basé sur le  $\chi^2$  suivant :

$$\chi^2(m_{D^0}, m_{K^*}) = \frac{(m_{D^0} - m_{D^0}^{PDG})^2}{\sigma_{D^0}^2} + \frac{(m_{K^*} - m_{K^*}^{PDG})^2}{\sigma_{K^*}^2 + \Gamma_{K^*}^2}, \quad (5.6)$$

où  $\sigma$  correspond à la résolution expérimentale sur la masse reconstruite considérée et  $\Gamma_{K^*}$  est la largeur intrinsèque du  $K^*$ . On sélectionne le candidat avec le  $\chi^2$  le plus petit donc celui pour lequel

les masses reconstruites du  $D^0$  et du  $K^*$  sont les plus proches de la masse nominale. Pour des événements de Monte Carlo signal, ce critère permet de sélectionner le bon candidat quand c'est nécessaire, avec une efficacité de 64%.

### 5.2.7 Comparaison données/Monte Carlo

Pour s'assurer que le Monte Carlo est proche des données et que les coupures n'introduisent pas de différence entre les deux, on compare les distributions pour quelques variables importantes pour les données et le Monte Carlo repondéré pour que sa luminosité corresponde à celle des données. La figure 5.18 montre cette comparaison pour les variables  $m_{ES}$ ,  $\Delta E$  et  $m_{K^*}$ . L'accord est bon, aucun biais significatif n'est visible.

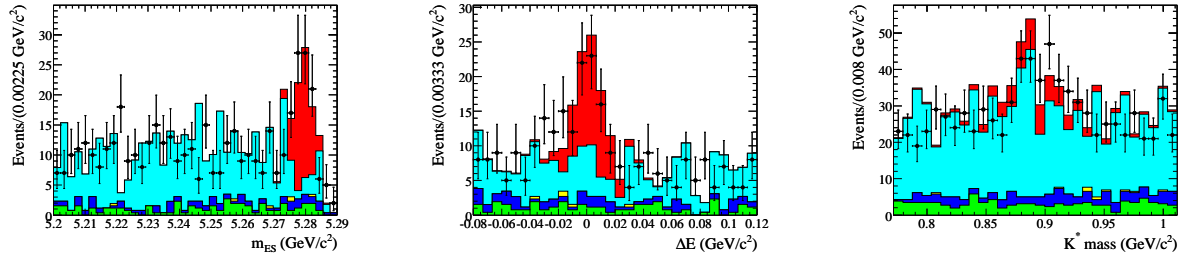


FIG. 5.18 – Distributions de  $m_{ES}$  (à gauche),  $\Delta E$  (au centre) et  $m_{K^*}$  (à droite) pour les données (points noirs) et le Monte Carlo. Toutes les coupures sont appliquées sauf celle concernant la variable représentée. Chaque composante du Monte Carlo est repondérée pour que sa luminosité corresponde à celle des données ( $288.5\text{fb}^{-1}$ ). Le Monte Carlo signal est en rouge, le Monte Carlo continuum en cyan, le Monte Carlo  $B^+B^-$  en bleu, le Monte Carlo  $B^0\bar{B}^0$  en vert et le Monte Carlo  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  en jaune.

## 5.3 Ajustement des paramètres $CP$

L'ajustement final des données est un ajustement non-binné et simultané des lots  $B \rightarrow D^{(*)0}K$  et  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  par maximum de vraisemblance. Il permet de mesurer à la fois les paramètres  $CP$  ( $x_\pm^{(*)}, y_\pm^{(*)}$ ) pour  $B \rightarrow D^{(*)0}K$ , ( $x_{s\pm}, y_{s\pm}, r_s^2$ ) pour  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$  et les nombres d'événements associés au signal et aux différents bruit de fond. Je décris dans cette partie les différentes fonctions de densité de probabilité qui interviennent dans cet ajustement en me focalisant uniquement sur les paramètres concernant la désintégration  $B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$ .

L'intérêt de réaliser un ajustement simultané réside principalement dans le fait que certaines erreurs systématiques sont indépendantes de la désintégration considérée, comme par exemple l'erreur systématique associée au modèle de Dalitz utilisé. Cependant pour le reste, le principe de l'ajustement est exactement le même quelque soit la désintégration considérée et rien n'empêcherait de faire un ajustement spécifique pour chaque canal.

### 5.3.1 Description générale de l'ajustement

L'ajustement prend comme paramètres d'entrée 5 variables :  $m_{ES}$ ,  $\Delta E$ , le discriminant de Fisher  $\mathcal{F}$  et les deux masses invariantes carrées  $m_{\pm}^2$ . La sensibilité sur les nombres d'événements provient principalement des trois premières variables,  $m_{ES}$  et  $\Delta E$  différencient le signal du bruit de fond et le discriminant de Fisher permet de distinguer le bruit de fond de continuum du bruit de fond  $B\bar{B}$ . Les deux masses invariantes carrées offrent une sensibilité aux paramètres  $CP$  en utilisant le modèle de Dalitz pour le  $D^0$  décrit dans la section 4.2.

Pour chacune de ces 5 variables une fonction de densité de probabilité associée est construite. Chacune d'elles comporte 3 composantes, une pour le signal (*Sig*), une pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  ( $B\bar{B}$ ) et enfin une pour le bruit de fond de continuum (*Cont*). Chaque composante est une fonction de densité de probabilité à part entière. On a donc à ce stade 15 fonctions de densité de probabilité distinctes qui permettent de définir la fonction de vraisemblance.

Le bruit de fond est subdivisé en deux catégories définies par la présence ou non d'un vrai  $D^0$ . Le bruit de fond contenant un vrai  $D^0$  peut être particulièrement dangereux car la distribution sur le plan de Dalitz de tels événements est similaire à celle du signal. Ils peuvent donc biaiser le résultat sur les paramètres  $CP$  s'ils sont associés par la fonction de densité de probabilité du Dalitz à un événement de signal. Une distinction supplémentaire est ajoutée pour le bruit de fond contenant un vrai  $D^0$  en fonction de la corrélation entre la saveur du  $D^0$  et la charge du  $K^*$ . On définit la composante *right sign* pour laquelle la corrélation est du type  $b \rightarrow c$  ( $D^0 K^{*-}$  ou  $\bar{D}^0 K^{*+}$ ) et la composante *wrong sign* pour laquelle la corrélation est du type  $b \rightarrow u$  ( $D^0 K^{*+}$  ou  $\bar{D}^0 K^{*-}$ ).

La fonction de densité de probabilité totale s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} = & N_{Sig} \mathcal{P}_{Sig}(m_{ES}, \Delta E, \mathcal{F}) \mathcal{P}_{Sig}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + \\ & N_{Cont} \mathcal{P}_{Cont}(m_{ES}, \Delta E, \mathcal{F}) \left[ (1 - R_{Cont}) \mathcal{P}_{Cont}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + \right. \\ & \quad \left. R_{Cont} \left( R_{Cont}^{RS} \mathcal{P}_{Cont}^{RS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + (1 - R_{Cont}^{RS}) \mathcal{P}_{Cont}^{WS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) \right) \right] + \\ & N_{B\bar{B}} \mathcal{P}_{B\bar{B}}(m_{ES}, \Delta E, \mathcal{F}) \left[ (1 - R_{B\bar{B}}) \mathcal{P}_{B\bar{B}}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + \right. \\ & \quad \left. R_{B\bar{B}} \left( R_{B\bar{B}}^{RS} \mathcal{P}_{B\bar{B}}^{RS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + (1 - R_{B\bar{B}}^{RS}) \mathcal{P}_{B\bar{B}}^{WS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) \right) \right], \end{aligned} \quad (5.7)$$

où :

- $\mathcal{P}_i(m_{ES}, \Delta E, \mathcal{F}) = \mathcal{P}_i(m_{ES}) \mathcal{P}_i(\Delta E) \mathcal{P}_i(\mathcal{F})$ ,
- $N_i$  est le nombre d'événements de la catégorie  $i$ ,
- $R_i$  est la fraction d'événements contenant un vrai  $D^0$  dans la composante  $i$  du bruit de fond,
- $R_i^{RS}$  est la fraction d'événements contenant un vrai  $D^0$  avec la corrélation *right sign* dans la composante  $i$  du bruit de fond.

Pour réaliser l'ajustement, il faut maintenant déterminer l'ensemble des formes et paramètres des fonctions de densité de probabilité qui constituent la fonction de vraisemblance. Pour cela la procédure complète d'ajustement est divisée en deux grandes étapes. La première permet d'obtenir l'ensemble des formes et paramètres des fonctions de densité de probabilité relatives aux variables  $m_{ES}$ ,  $\Delta E$  et  $\mathcal{F}$ . Pour cela, un ajustement préliminaire des nombres d'événements est réalisé en n'utilisant pas les distributions sur le plan de Dalitz. L'ensemble des paramètres ainsi définis sont ensuite fixés dans la seconde étape qui est l'ajustement des paramètres  $CP$  à proprement parler. La fonction de densité de probabilité du Dalitz est, pour le signal, celle qui est décrite dans la section 4.4.5 (Equ. 4.36) et, pour le bruit de fond, une combinaison de deux fonctions de densité de probabilité identiques à celle décrite dans la section 4.2.4 (Equ. 4.9) décrivant les vrais  $D^0$ , et d'une fonction polynomiale. On utilise la normalisation combinée dans cette analyse (Sec. 4.4.6).

Je décris dans la suite ces deux grandes étapes ainsi que la validation de notre procédure d'ajustement à partir d'événements générés par méthode Monte Carlo.

### 5.3.2 Mesure des paramètres des fonctions de densité de probabilité pour $m_{ES}$ , $\Delta E$ et $\mathcal{F}$

Pour définir les fonctions de densité de probabilité pour les trois variables  $m_{ES}$ ,  $\Delta E$  et  $\mathcal{F}$ , on réalise un ajustement simplifié des données en utilisant la fonction suivante :

$$\mathcal{P}_i(m_{ES}, \Delta E, \mathcal{F}) = \mathcal{P}_i(m_{ES})\mathcal{P}_i(\Delta E)\mathcal{P}_i(\mathcal{F}), \quad (5.8)$$

où l'indice  $i$  fait référence à une des trois catégories d'événements : signal, bruit de fond  $B\bar{B}$  ou bruit de fond de continuum. L'ajustement est réalisé dans un intervalle large pour  $\Delta E$ ,  $[-80, 120]$  MeV, en maximisant la fonction de vraisemblance :

$$\mathcal{L} = \frac{e^{-\eta}\eta^N}{N!} \prod_{j=1}^N \mathcal{P}(j), \quad (5.9)$$

où  $N$  est le nombre total d'événements observés,  $\eta$  est le nombre attendu de ces événements suivant une statistique de Poisson et  $\mathcal{P}$  est la fonction de densité de probabilité totale qui dépend des nombres d'événements dans chaque catégorie. Les formes analytiques des différentes fonctions de densité de probabilité choisies, sont résumées dans le tableau 5.5.

PDF	Paramétrisation
$\mathcal{P}_{Sig}(m_{ES})$	Gaussienne ( $G_1$ )
$\mathcal{P}_{Sig}(\Delta E)$	Gaussienne ( $G_2$ )
$\mathcal{P}_{Sig}(\mathcal{F})$	Double gaussienne bifurquée ( $f_3BG_3 + (1 - f_3)BG_4$ )
$\mathcal{P}_{Cont}(m_{ES})$	Fonction Argus ( $A_1$ )
$\mathcal{P}_{Cont}(\Delta E)$	Polynôme d'ordre 1 ( $P_1$ )
$\mathcal{P}_{Cont}(\mathcal{F})$	Double gaussienne ( $f_5G_5 + (1 - f_5)G_6$ )
$\mathcal{P}_{B\bar{B}}(m_{ES})$	Gaussienne bifurquée et fonction Argus ( $f_7BG_7 + (1 - f_7)A_2$ )
$\mathcal{P}_{B\bar{B}}(\Delta E)$	Polynôme d'ordre 2 ( $P_2$ )
$\mathcal{P}_{B\bar{B}}(\mathcal{F})$	double gaussienne bifurquée ( $f_3BG_3 + (1 - f_3)BG_4$ )

TAB. 5.5 – Formes des fonctions de densité de probabilité choisies pour chaque catégorie d'événements et chaque variable de l'ajustement préliminaire. La paramétrisation du discriminant de Fisher pour le signal et le bruit de fond  $B\bar{B}$  est la même. La composante gaussienne de  $m_{ES}$  pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  est centrée sur la même valeur que la gaussienne pour le signal. La limite cinématique des fonctions Argus est fixée à 5.29 GeV/ $c^2$ . Une gaussienne bifurquée est une gaussienne avec une largeur à gauche différente de la largeur à droite.

Les paramètres des fonctions de densité de probabilité de  $m_{ES}$  et  $\Delta E$  pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  sont obtenus à partir du Monte Carlo générique car on ne peut pas les mesurer directement sur les données. Ils sont fixés lors de l'ajustement. La figure 5.19 montre l'ajustement réalisé sur le Monte Carlo  $B\bar{B}$  générique pour mesurer ces paramètres. La fraction d'événements piquant en  $m_{ES}$  est laissée libre lors de l'ajustement préliminaire.

Un lot d'événements  $B \rightarrow D^0(\rightarrow K_S\pi\pi)a_1$  a été reconstruit comme lot de contrôle. Un candidat  $a_1$  est reconstruit comme une combinaison d'un pion chargé de la liste **GoodTrackVeryLoose** et d'un candidat  $\rho^0$ , lui même reconstruit à partir de deux pions chargés de la liste **GoodTrackVeryLoose**. Un réajustement géométrique et cinématique utilisant l'algorithme **TreeFitter** est appliqué lors de la reconstruction des candidats  $\rho^0$  puis  $a_1$ . Pour réduire la contribution du bruit de fond, en plus

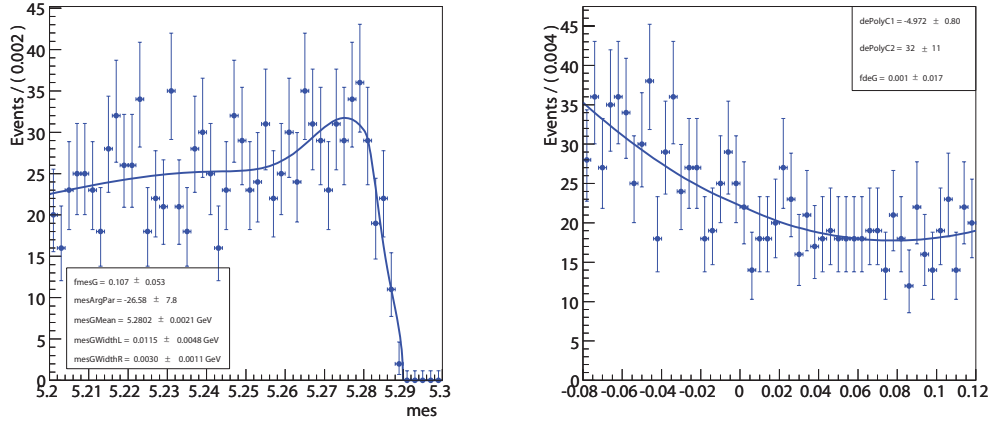


FIG. 5.19 – Résultats de l’ajustement de  $m_{ES}$  (à gauche) et de  $\Delta E$  (à droite) pour les événements de bruit de fond  $B\bar{B}$ . La paramétrisation obtenue est utilisée pour définir la fonction de densité de probabilité finale pour le bruit de fond  $B\bar{B}$ .

des coupures décrites pour la sélection du mode  $B \rightarrow D^0 K^*$  relatives au  $B$  et au  $D^0$ , une fenêtre de  $150 \text{ MeV}/c^2$  est sélectionnée autour de la masse nominale du  $\rho^0$  et la masse reconstruite des  $a_1$  est réduite à l’intervalle  $[1.0, 1.6] \text{ GeV}/c^2$ .

L’état final reconstruit est exactement le même que celui du signal, la distribution de  $m_{ES}$  est donc identique. Les réajustements lors de la reconstruction du signal sur le  $K_S$  et le  $K^*$  sont à mettre en miroir avec ceux réalisés lors de la reconstruction du mode  $B \rightarrow D^0 a_1$  sur le  $\rho^0$  et le  $a_1$  respectivement. Cette seule différence entre les deux reconstructions n’a pas d’effet notable sur la résolution de  $\Delta E$  et sa distribution est donc identique pour les deux modes<sup>1</sup>. On peut donc mesurer les paramètres des fonctions de densité de probabilité sur le lot d’événements  $B \rightarrow D^0 a_1$  et les fixer aux valeurs trouvées lors de l’ajustement préliminaire du lot  $B \rightarrow D^0 K^*$ . Le rapport d’embranchement du mode de désintégration  $B \rightarrow D^0 (\rightarrow K_S \pi \pi) a_1$  est grand comparé à celui du signal comme nous l’avons vu dans la section 5.2.3. Il y a donc un nombre suffisant d’événements dans les données pour obtenir directement les paramètres des fonctions de densité de probabilité sans utiliser le Monte Carlo. Il a été vérifié sur le Monte Carlo que l’on pouvait négliger le bruit de fond piquant dans l’ajustement et utiliser par conséquent une paramétrisation simplifiée des fonctions de densité de probabilité du bruit de fond. Les résultats de l’ajustement sont visibles sur la figure 5.20 et les valeurs des paramètres obtenues sont reportées dans le tableau 5.6.

Paramètres	Valeurs ajustées
$\mu(m_{ES})$	$(5.27893 \pm 0.00009) \text{ GeV}/c^2$
$\sigma(m_{ES})$	$(2.65 \pm 0.09) \text{ MeV}/c^2$
$\mu(\Delta E)$	$(-0.0022 \pm 0.0005) \text{ GeV}$
$\sigma(\Delta E)$	$(11.5 \pm 0.6) \text{ MeV}$

TAB. 5.6 – Résultats de l’ajustement du lot de contrôle  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  qui définissent les fonctions de densité de probabilité gaussiennes utilisées dans l’ajustement final pour  $m_{ES}$  et  $\Delta E$ .

<sup>1</sup>Sur le Monte Carlo signal  $B \rightarrow D^0 K^*$ , on trouvait une résolution de  $\sigma_{\Delta E} = 10.8 \pm 0.1 \text{ MeV}$  (Fig. 5.9) et on trouve sur le lot de contrôle,  $\sigma_{\Delta E} = 11.5 \pm 0.6 \text{ MeV}$ .

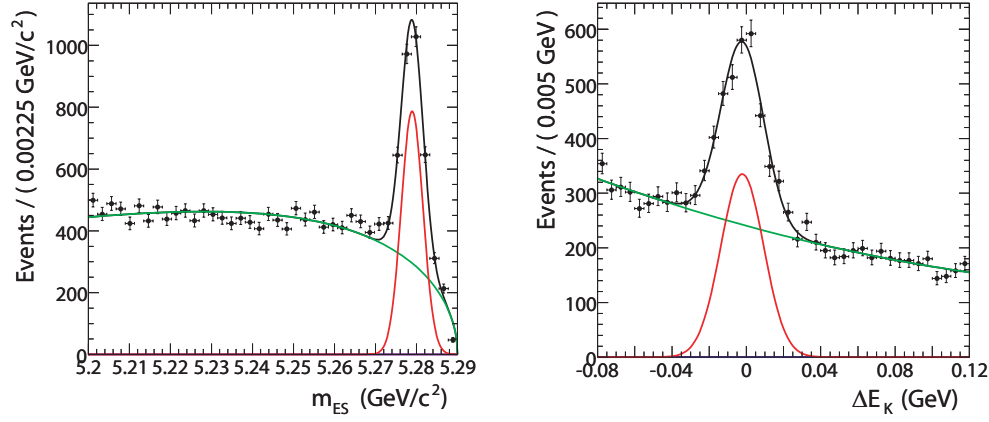


FIG. 5.20 – Résultats de l’ajustement de  $m_{ES}$  (à gauche) et de  $\Delta E$  (à droite) pour les événements  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$ . La courbe rouge est la fonction de densité de probabilité du signal, la courbe verte, celle du bruit de fond et la courbe noire, la fonction de densité de probabilité totale. La distribution de  $m_{ES}$  est obtenue en appliquant toutes les coupures de sélection et la coupure  $|\Delta E| < 25$  MeV. De même la distribution de  $\Delta E$  est obtenue en appliquant toutes les coupures de sélection et la coupure  $m_{ES} > 5.272$  GeV/ $c^2$ .

Les paramètres qui n’ont pas encore été décrits dans ce qui précède, sont laissés libres lors de l’ajustement préliminaire. Les résultats de cet ajustement pour les fonctions de densité de probabilité de  $m_{ES}$ ,  $\Delta E$  et  $\mathcal{F}$  sont résumés dans les tableaux 5.7, 5.8 et 5.9 respectivement. La figure 5.21 montre le résultat de l’ajustement préliminaire sur les données de l’analyse ( $316.3 \text{ fb}^{-1}$ ), chaque catégorie d’événements est représentée par une couleur différente, le signal est en rouge, le bruit de fond  $B\bar{B}$  en vert et le bruit de fond de continuum en magenta. Les nombres d’événements ajustés sont résumés dans le tableau 5.10. Les nombres d’événements mesurés sont en accord avec ce qui était attendu en étudiant les événements Monte Carlo. Pour le signal par exemple, le nombre attendu était de  $69 \pm 8$  événements (Sec. 5.2.5) et nous mesurons  $71 \pm 11$ .

Paramètres	Valeurs ajustées
$\xi_{Cont}^1$	$-14.322 \pm 4.476$
$\xi_{B\bar{B}}^2$	$-26.58 \pm 7.8$ (Fixé à la valeur du Monte Carlo)
$\mu_{B\bar{B}}$	$(5.27893 \pm 0.00009)$ GeV/ $c^2$ (Fixé à la valeur du signal)
$\sigma_{B\bar{B}}^7$ (gauche)	$(0.0115 \pm 0.0048)$ GeV/ $c^2$ (Fixé à la valeur du Monte Carlo)
$\sigma_{B\bar{B}}^7$ (droite)	$(0.0030 \pm 0.0011)$ GeV/ $c^2$ (Fixé à la valeur du Monte Carlo)
$f_7$	$0.1606 \pm 0.0069$

TAB. 5.7 – Paramètres de la fonction de densité de probabilité de  $m_{ES}$  mesurés lors de l’ajustement préliminaire pour les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$ . Pour le bruit de fond  $B\bar{B}$ , certains paramètres ne sont pas ajustés mais fixés à la valeur qu’ils ont dans le Monte Carlo. Une erreur systématique spécifique sera calculée en réitérant l’ajustement sans fixer ces paramètres.

Paramètres	Valeurs ajustées
$c0_{Cont}^1$	0. (Fixé)
$c1_{Cont}^1$	$-0.3053 \pm 0.4812$
$c0_{Cont}^2$	0. (Fixé)
$c1_{Cont}^2$	$-4.97 \pm 0.80$ (Fixé à la valeur du Monte Carlo)
$c2_{Cont}^2$	$32 \pm 11$ (Fixé à la valeur du Monte Carlo)

TAB. 5.8 – Paramètres de la fonction de densité de probabilité de  $\Delta E$  mesurés lors de l’ajustement préliminaire pour les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$ . Pour le bruit de fond  $B\bar{B}$ , certains paramètres ne sont pas ajustés mais fixés à la valeur qu’ils ont dans le Monte Carlo.

Paramètres	Valeurs ajustées
$\mu_{Sig}^3$	$(-7.885 \pm 0.963) \times 10^{-2}$
$\sigma_{Sig}^3$ (gauche)	$(1.773 \pm 0.049) \times 10^{-1}$
$\sigma_{Sig}^3$ (droite)	$(2.644 \pm 0.126) \times 10^{-1}$
$\mu_{Sig}^4$	$(5.004 \pm 0.093) \times 10^{-1}$
$\sigma_{Sig}^4$ (gauche)	$(2.775 \pm 0.233) \times 10^{-1}$
$\sigma_{Sig}^4$ (droite)	$(1.232 \pm 0.047) \times 10^{-1}$
$f_3$	$0.5978 \pm 0.0311$
$\mu_{Cont}^5$	$(-2.470 \pm 0.049) \times 10^{-1}$
$\sigma_{Cont}^5$	$(1.543 \pm 0.023) \times 10^{-1}$
$\mu_{Cont}^6$	$(1.186 \pm 0.190) \times 10^{-1}$
$\sigma_{Cont}^6$	$(2.350 \pm 0.068) \times 10^{-1}$
$f_5$	$0.6513 \pm 0.0222$
Les paramètres pour le bruit de fond $B\bar{B}$ sont les mêmes que ceux du signal.	

TAB. 5.9 – Paramètres de la fonction de densité de probabilité du discriminant de Fisher mesurés lors de l’ajustement préliminaire pour le signal et les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$ . Les paramètres sont les mêmes pour le signal et le bruit de fond  $B\bar{B}$ .

Paramètres	Valeurs ajustées
$N_{Sig}$	$71 \pm 11$
$N_{Cont}$	$1594 \pm 67$
$N_{B\bar{B}}$	$395 \pm 58$

TAB. 5.10 – Résultats sur les nombres d’événements mesurés lors de l’ajustement préliminaire pour chaque catégorie.

### 5.3.3 Détermination des fonctions de densité de probabilité pour les événements sans vrai $D^0$

Les fonctions de densité de probabilité associées au Dalitz pour le bruit de fond se décomposent en trois parties distinctes. Les deux composantes relatives aux vrais  $D^0$  utilisent le modèle de Dalitz pour la désintégration  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  décrit dans la section 4.3. La composante pour les événements restants est paramétrée par un polynôme d’ordre 3 à deux dimensions suivant la formule analytique :

$$\mathcal{P}_{BdF} \propto 1 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + a_6 x^3 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 y^3, \quad (5.10)$$



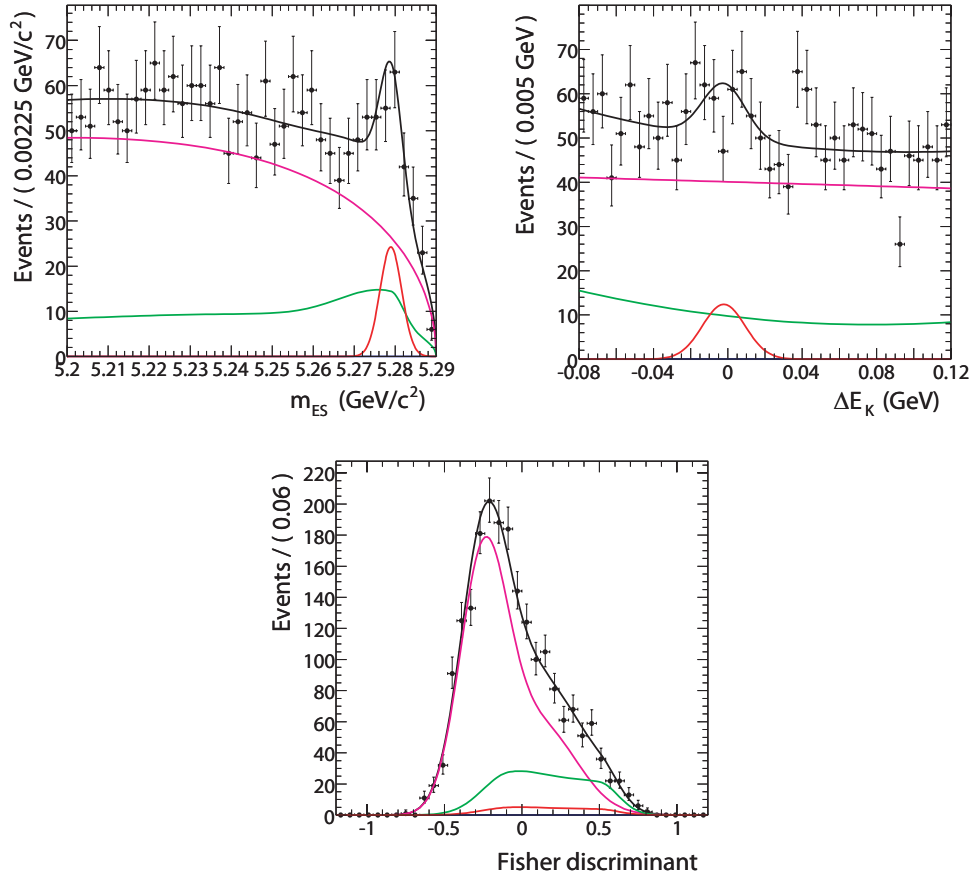


FIG. 5.21 – Résultats de l’ajustement préliminaire qui permet de définir les paramétrisations des fonctions de densité de probabilité pour  $m_{ES}$  (en haut à gauche),  $\Delta E$  (en haut à gauche) et le discriminant de Fisher (en bas). La courbe rouge représente la fonction de densité de probabilité du signal, la courbe verte, celle du bruit de fond  $B\bar{B}$ , la courbe magenta, celle du bruit de fond de continuum et la courbe noire, la fonction de densité de probabilité totale.

où  $x$  et  $y$  représentent les masses invariantes carrées  $m_+^2$  et  $m_-^2$  respectivement. Aucun argument physique n’est considéré dans le choix de cette paramétrisation, elle est comparée à une distribution uniforme lors de l’évaluation des erreurs systématique.

Pour obtenir les coefficients de ces deux polynômes (un pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  et un autre pour le bruit de fond de continuum), deux ajustements sont réalisés sur le Monte Carlo générique  $B\bar{B}$  et  $q\bar{q}$  respectivement, en ayant pris soin de retirer au préalable les événements avec un vrai  $D^0$ . Ceci est réalisable car l’information sur le type d’événement réellement généré par la simulation, est stockée dans le Monte Carlo. Les résultats de ces ajustements sont reportés dans les tableaux 5.11 et 5.12, et tracés sur les figures 5.22 et 5.23. Pour s’assurer que le Monte Carlo est fidèle aux données, un ajustement a également été réalisé sur les données réelles en sélectionnant les événements en dehors de la bande du  $D^0$  et avec  $m_{ES} < 5.27 \text{ GeV}/c^2$ . Il peut subsister quelques événements avec des vrais  $D^0$  et pour en tenir compte, on a ajouté une résonance  $K^*(892)$ <sup>1</sup> au polynôme. Les résultats montrent que la fraction de vrais  $D^0$  est négligeable et que tous les paramètres obtenus sont en accord avec ceux trouvés pour le Monte Carlo (Fig. 5.24). On n’utilise pas directement les

<sup>1</sup>La résonance  $K^*(892)$  est la plus représentée sur le Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ , on suppose que l’on peut négliger toutes les autres résonances sachant que le nombre d’événements avec un vrai  $D^0$  est très faible.



résultats de ce deuxième ajustement car la statistique est trop limitée.

Coefficients	Valeurs ajustées
$a_1(B\bar{B})$	$(-9.290 \pm 1.402) \times 10^{-1}$
$a_2(B\bar{B})$	$(-11.664 \pm 1.034) \times 10^{-1}$
$a_3(B\bar{B})$	$(2.905 \pm 0.989) \times 10^{-1}$
$a_4(B\bar{B})$	$(7.852 \pm 1.062) \times 10^{-1}$
$a_5(B\bar{B})$	$(4.266 \pm 0.737) \times 10^{-1}$
$a_6(B\bar{B})$	$(-2.569 \pm 2.115) \times 10^{-2}$
$a_7(B\bar{B})$	$(-1.191 \pm 0.294) \times 10^{-1}$
$a_8(B\bar{B})$	$(-1.604 \pm 0.336) \times 10^{-1}$
$a_9(B\bar{B})$	$(-3.782 \pm 2.204) \times 10^{-2}$

TAB. 5.11 – Valeurs des coefficients du polynôme d'ordre 3 (Eq. 5.10) qui définit la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour les événements  $B\bar{B}$  sans vrai  $D^0$ . Les valeurs sont obtenues par un ajustement du Monte Carlo  $B\bar{B}$ .

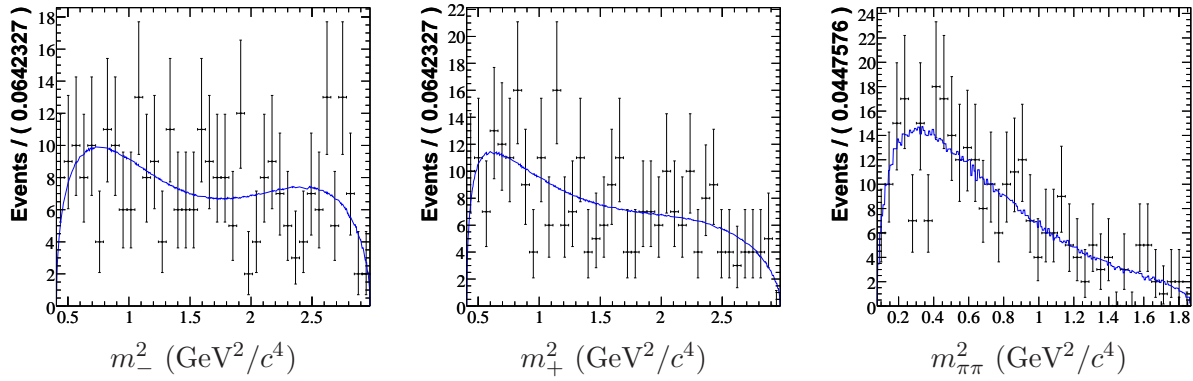


FIG. 5.22 – Ajustement par un polynôme d'ordre 3 à 2 dimensions du Monte Carlo  $B\bar{B}$  sans vrai  $D^0$ . La paramétrisation obtenue est utilisée dans la fonction finale de densité de probabilité du Dalitz pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  sans vrai  $D^0$ .

### 5.3.4 Evaluation des fractions de vrais $D^0$ et d'événements *right sign*

La statistique actuelle des données ne permet pas de déterminer directement grâce à celles-ci, la fraction de vrais  $D^0$  dans le bruit de fond. La valeur est fixée dans l'ajustement des paramètres  $CP$  à celle mesurée dans le Monte Carlo.

Une méthode de comptage est employée pour obtenir la valeur de la fraction de vrais  $D^0$ . Les fractions sont alors définies comme :

$$R_{Cont} = \frac{N_{c\bar{c}}^{D^0} + N_{c\bar{c}}^{\bar{D}^0}}{[N_{c\bar{c}} + N_{c\bar{c}}] + \frac{\mathcal{L}_{c\bar{c}}}{\mathcal{L}_{uds}} [N_{uds} + N_{uds}]}, \quad (5.11)$$

$$R_{B\bar{B}} = \frac{N_{B^+B^-}^{D^0} + N_{B^+B^-}^{\bar{D}^0} + N_{B^0\bar{B}^0}^{D^0} + N_{B^0\bar{B}^0}^{\bar{D}^0}}{[N_{B^+B^-} + N_{B^+B^-}] + \frac{\mathcal{L}_{B^+B^-}}{\mathcal{L}_{B^0\bar{B}^0}} [N_{B^0\bar{B}^0} + N_{B^0\bar{B}^0}]}, \quad (5.12)$$

Coefficients	Valeurs ajustées
$a_1(Cont)$	$(-2.475 \pm 4.027) \times 10^{-1}$
$a_2(Cont)$	$(-3.127 \pm 4.960) \times 10^{-1}$
$a_3(Cont)$	$(-3.562 \pm 3.000) \times 10^{-1}$
$a_4(Cont)$	$(3.256 \pm 4.689) \times 10^{-1}$
$a_5(Cont)$	$(-1.419 \pm 3.337) \times 10^{-1}$
$a_6(Cont)$	$(1.600 \pm 0.803) \times 10^{-1}$
$a_7(Cont)$	$(-0.955 \pm 1.301) \times 10^{-1}$
$a_8(Cont)$	$(0.611 \pm 1.330) \times 10^{-1}$
$a_9(Cont)$	$(5.424 \pm 6.747) \times 10^{-2}$

TAB. 5.12 – Valeurs des coefficients du polynôme d'ordre 3 (Eq. 5.10) qui définit la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour les événements continuum sans vrai  $D^0$ . Les valeurs sont obtenues par un ajustement du Monte Carlo continuum.

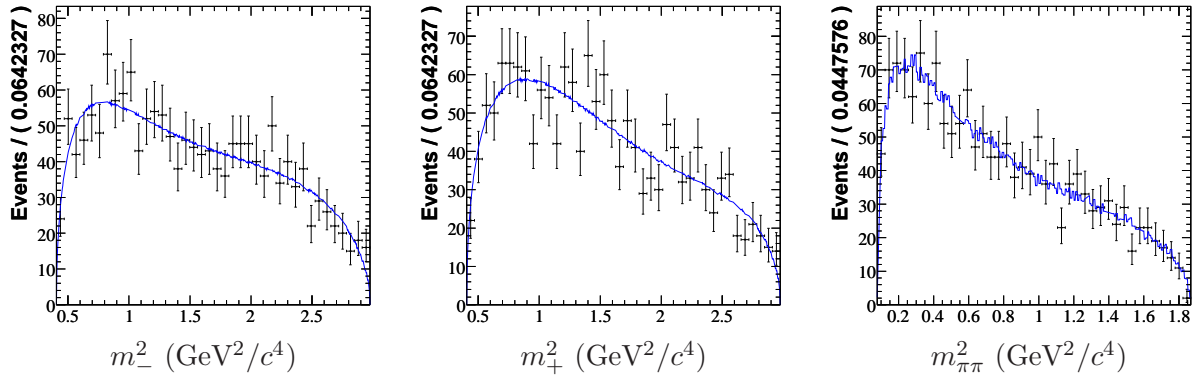


FIG. 5.23 – Ajustement par un polynôme d'ordre 3 à 2 dimensions du Monte Carlo continuum sans vrai  $D^0$ . La paramétrisation obtenue est utilisée dans la fonction finale de densité de probabilité du Dalitz pour le bruit de fond de continuum sans vrai  $D^0$ .

où  $\mathcal{L}$  est la luminosité de chaque lot d'événements Monte Carlo. Les valeurs obtenues sont résumées dans le tableau 5.13 et comparées à une évaluation sur les données en dehors de la zone de signal. Cette évaluation est réalisée pour  $m_{ES} < 5.27 \text{ GeV}/c^2$  en ajustant la distribution de masse reconstruite du  $D^0$  par la somme d'une fonction gaussienne et d'une fonction uniforme. La gaussienne est centrée sur la masse nominale d'un  $D^0$  ( $1864.5 \text{ MeV}/c^2$ ) et a une largeur de  $5.1 \text{ MeV}$  égale à celle mesurée dans le Monte Carlo signal (Fig. 5.2). La fenêtre de masse reconstruite du  $D^0$  est élargie lors de cet ajustement et le résultat pondéré pour correspondre à la fenêtre habituelle de  $m_{D^0}$ . Le résultat de l'ajustement est visible sur la figure 5.25. On ne peut pas séparer les deux types de bruit de fond pour cette mesure, la fraction mesurée concerne donc à la fois le bruit de fond de continuum et le bruit de fond  $B\bar{B}$ . Comme on le voit dans le tableau 5.13, elle est compatible avec la valeur trouvée pour le Monte Carlo.

Pour les vrais  $D^0$ , la fraction d'événements *right sign* (c.f. Sec. 5.3.1) est évaluée sur le Monte Carlo en retrouvant pour chaque  $D^0$  ( $K^*$ ) reconstruit qu'elle était sa saveur (charge) au moment

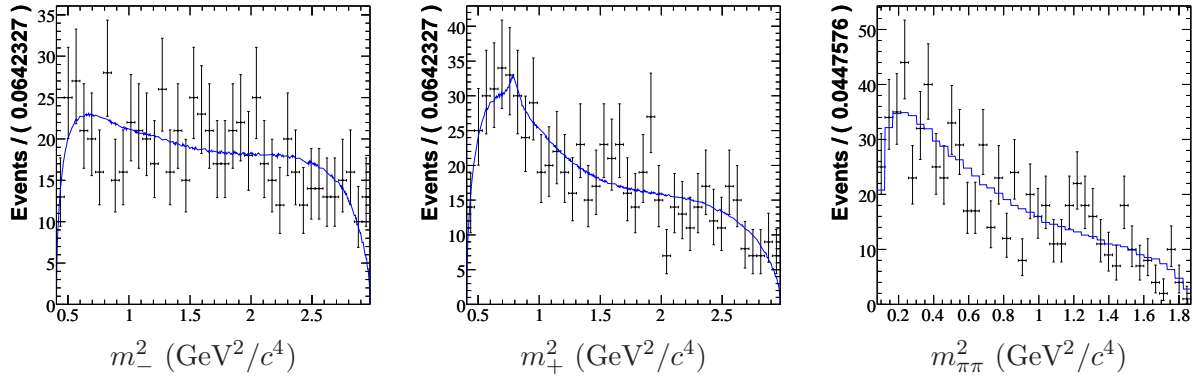


FIG. 5.24 – Ajustement par un polynôme d'ordre 3 à 2 dimensions des données pour lesquelles la fenêtre de masse du  $D^0$  est coupée et  $m_{ES} < 5.27 \text{ GeV}/c^2$ . Les paramètres ajustés sont en accord avec ceux trouvés précédemment sur le Monte Carlo pour les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$ , mais l'erreur statistique est plus grande en raison du faible nombre d'événements disponibles.

Fractions	Estimation sur le Monte Carlo	Estimation sur les données
$R_{Cont}$	$0.164 \pm 0.019$	-
$R_{B\bar{B}}$	$0.113 \pm 0.019$	-
$R_{BdF}$	$0.158 \pm 0.016$	$0.207 \pm 0.062$
$R_{Cont}^{RS}$	$0.557 \pm 0.056$	-
$R_{B\bar{B}}^{RS}$	$0.563 \pm 0.088$	-

TAB. 5.13 – Fractions de vrais  $D^0$  et de  $D^0$  *right sign* pour les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$ . Pour les vrais  $D^0$ , une valeur pour les données avec  $m_{ES} < 5.27 \text{ GeV}/c^2$  est aussi donnée.

de la génération. On a alors :

$$R_i^{RS} = \frac{N_i^{D^0 K^{*-}} + N_i^{\bar{D}^0 K^{*+}}}{N_i^{D^0 K^{*-}} + N_i^{\bar{D}^0 K^{*+}} + N_i^{\bar{D}^0 K^{*-}} + N_i^{D^0 K^{*+}}}, \quad (5.13)$$

où l'indice  $i$  fait référence à un des deux types de bruit de fond. Les valeurs mesurées sont également reportées dans le tableau 5.13.

### 5.3.5 Variation de l'efficacité sur le plan de Dalitz pour les $D^0$

L'efficacité finale sur le plan de Dalitz pour les  $D^0$  peut être non-uniforme en raison de l'ensemble des effets liés au détecteur, à la reconstruction et à la sélection. Il faut tenir compte de ces possibles variations et pondérer le modèle de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  décrit dans la section 4.3 en conséquence. Pour cela nous avons étudié un lot d'événements Monte Carlo dans lequel la désintégration  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  est générée de façon isotrope sur le plan de Dalitz. En supposant que la simulation et la reconstruction rendent bien compte de ce qui se passe réellement pour les données, après avoir appliqué l'ensemble des critères de sélection, on obtient le poids en chaque point du plan de Dalitz qui permet de corriger le modèle.

Le lot précédent d'événements est ajusté par un polynôme d'ordre 3 symétrique en  $x = m_+^2$  et

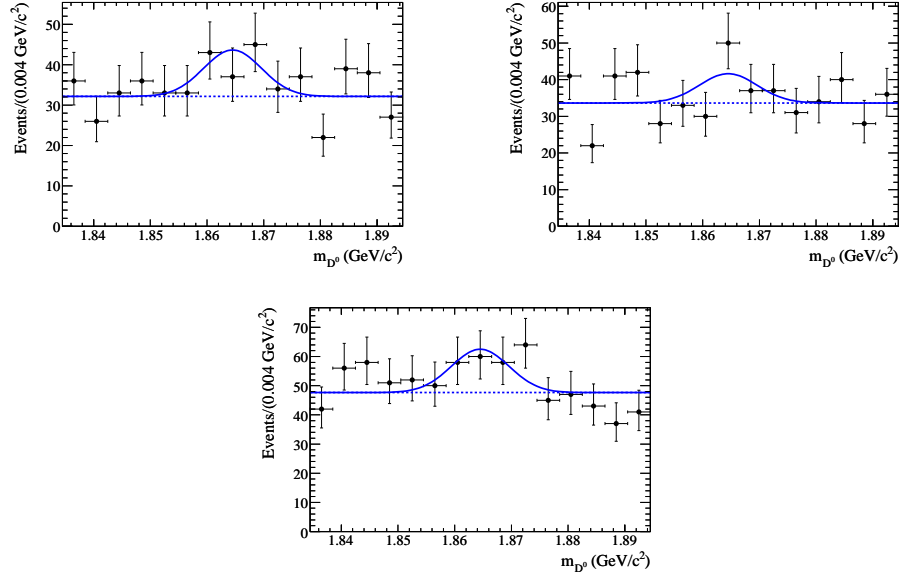


FIG. 5.25 – Ajustements de la distribution de masse reconstruite du  $D^0$  par la somme d’une gaussienne et d’un polynôme d’ordre 1. La fraction de la gaussienne repondérée pour correspondre à l’intervalle de masse de la coupure nominale donne la fraction de vrai  $D^0$  pour la composante considérée. (a) Ajustement pour le bruit de fond de continuum (b) Ajustement pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  (c) Ajustement pour les données ( $m_{ES} < 5.27 \text{ GeV}/c^2$ ).

$y = m_-^2$  de la forme :

$$\epsilon(x, y) = 1 + a_1(x + y) + a_2(x^2 + xy + y^2) + a_3(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3). \quad (5.14)$$

Le polynôme est symétrique car on considère que l’efficacité de reconstruction des  $\pi^+$  et la même que celle des  $\pi^-$ . Le tableau 5.14 donne les résultats de cet ajustement. La figure 5.26 montre les distributions de  $m_+^2$  et  $m_-^2$  ainsi que les projections du polynôme sur ces deux masses invariantes carrées. En dehors des bords de la région cinématique, la distribution obtenue est très proche d’une distribution uniforme.

Coefficients	$a_1$	$a_2$	$a_3$
Valeurs ajustées	$1.093 \pm 0.162$	$-0.217 \pm 0.049$	$0.013 \pm 0.007$

TAB. 5.14 – Valeurs des coefficients du polynôme d’ordre 2 symétrique (Eq. 5.14) qui définit l’efficacité de reconstruction sur le plan de Dalitz des événements avec  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ . Les valeurs sont obtenues par un ajustement du Monte Carlo signal généré suivant l’espace de phase.

### 5.3.6 Validation de la procédure d’ajustement

Pour s’assurer que l’ajustement des paramètres fonctionne correctement, on étudie de nombreux lots d’événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité totale. Pour rappel (c.f. Sec. 4.4.5), la fonction de densité de probabilité sur le plan de Dalitz pour le signal dépend de 5 paramètres :  $x_{s\pm}$ ,  $y_{s\pm}$  et  $r_s^2$ . Ces 5 paramètres sont laissés libres dans l’ajustement, ainsi que les 3 nombres d’événements  $N_{Sig}$ ,  $N_{Cont}$  et  $N_{B\bar{B}}$ . On va donc vérifier que la fonction de

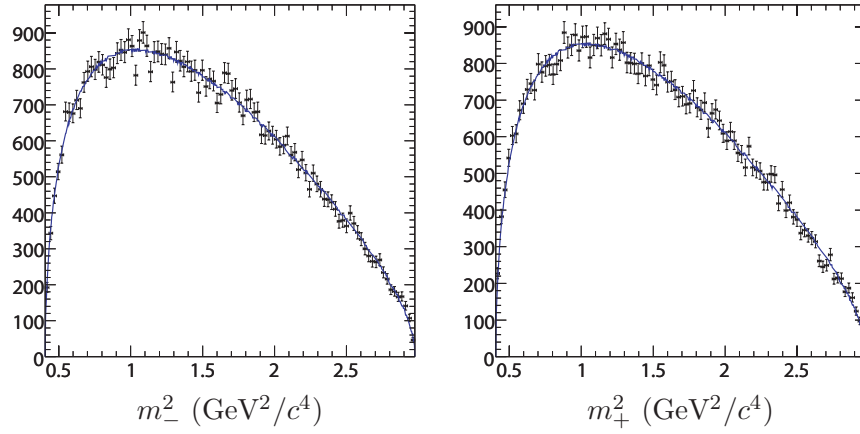


FIG. 5.26 – Résultat de l’ajustement par un polynôme d’ordre 3 symétrique à deux dimensions du Monte Carlo signal. La paramétrisation obtenue permet de définir l’efficacité de reconstruction expérimentale sur le plan de Dalitz pour  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$ . La fonction de densité de probabilité pour le diagramme de Dalitz des événements contenant un vrai  $D^0$  est pondérée par cette efficacité.

densité de probabilité utilisée n’introduit pas de biais notables sur certains de ces 8 paramètres.

On étudie pour cela la distribution des *pulls* des différents paramètres. On génère donc plusieurs lots d’événements à partir de la fonction de densité de probabilité maintenant complètement déterminée. Les nombres d’événements générés sont distribués selon une loi de Poisson autour des valeurs mesurées lors de l’ajustement préliminaire. Les coordonnées cartésiennes et  $r_s^2$  ont des valeurs générées compatibles avec les précédents résultats de l’analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ . Les figures 5.27 et 5.28 montrent les distributions du résidu (différence entre la valeur ajustée et la valeur générée), de l’incertitude et du *pull* pour les nombres d’événements et les coordonnées cartésiennes respectivement.

Les nombres d’événements sont bien évalués comme le montre leur *pull*. On peut remarquer une petite déviation par rapport à zéro pour les événements  $B\bar{B}$  et continuum que l’on peut expliquer en regardant les corrélations entre les nombres d’événements rapportées dans le tableau 5.15. Cette corrélation n’est pas négligeable pour les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$ , il y a donc un transfert d’événements de la catégorie  $B\bar{B}$  vers la catégorie continuum. Ces deux catégories sont distinguées par le discriminant de Fisher qui n’a donc pas un pouvoir discriminant suffisant dans notre cas. Cet effet n’est cependant pas gênant car c’est l’estimation correcte du nombre total d’événements de bruit de fond qui compte dans la mesure de  $\gamma$  et non comment ils se distribuent dans ces deux sous-catégories.

Paramètre	$n_{Sig}$	$n_{Cont}$	$n_{B\bar{B}}$
$n_{Sig}$	1	0.062	-0.219
$n_{Cont}$		1	-0.617
$n_{B\bar{B}}$			1

TAB. 5.15 – Corrélations entre les nombres d’événements mesurées par l’ajustement des paramètres  $CP$ .

En ce qui concerne les coordonnées cartésiennes, la moyenne de la distribution du *pull* et sa largeur ne sont pas toujours en accord avec les valeurs attendues. Pour certaines coordonnées, une déviation de la moyenne de la distribution du *pull* par rapport à zéro apparaît et l’incertitude

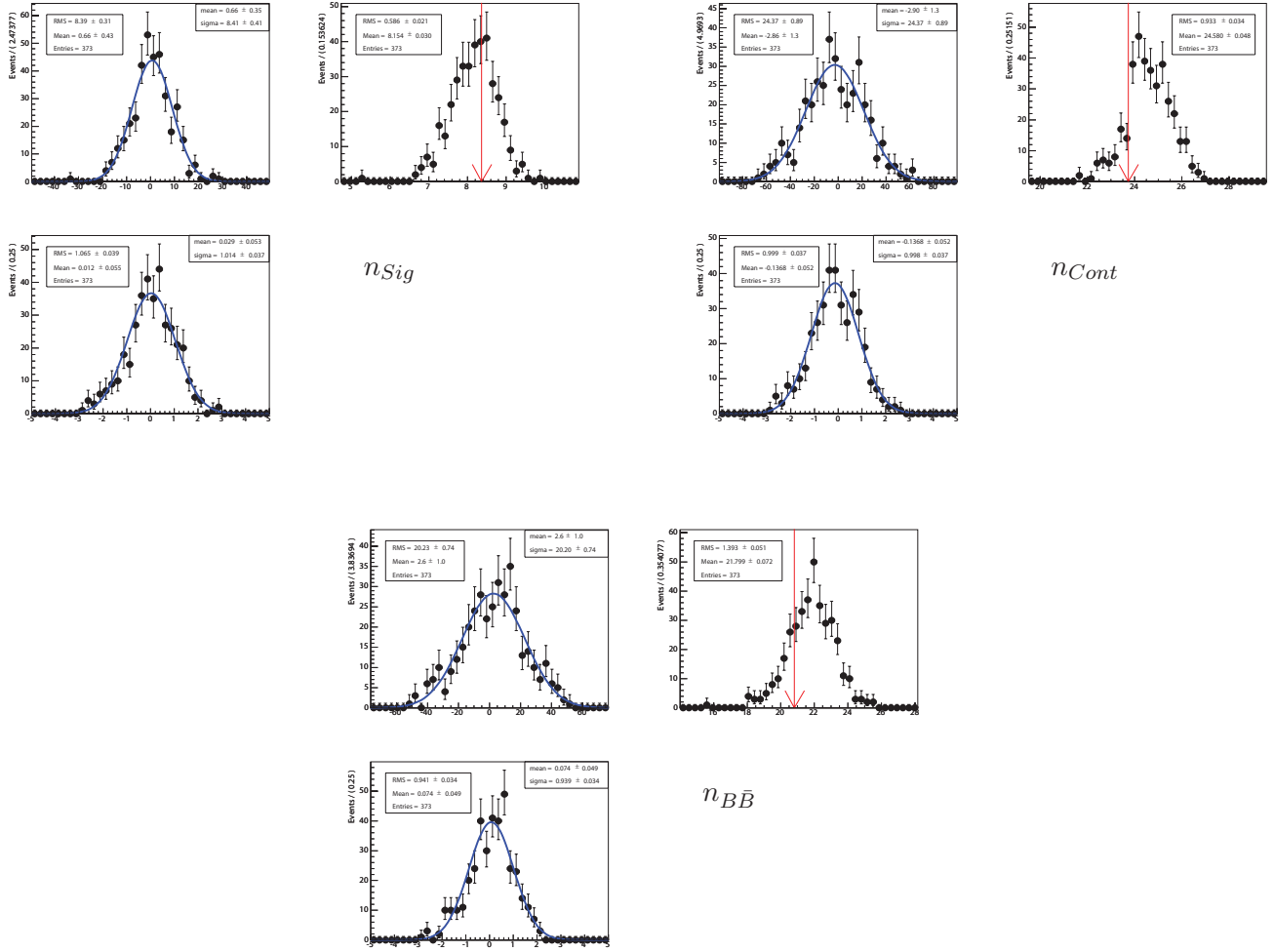


FIG. 5.27 – Distributions du résidu (en haut à gauche), de l'incertitude (en haut à droite) et du *pull* (en bas à gauche) obtenues lors de l'ajustement de 400 lots d'événements Monte Carlo simulés grâce à la fonction de densité de probabilité totale. Les distributions sont données pour trois observables ajustées : le nombre d'événements de signal ( $n_{Sig}$ ), le nombre d'événements continuum ( $n_{Cont}$ ) et le nombre d'événements  $B\bar{B}$  ( $n_{B\bar{B}}$ ). La flèche rouge représente la valeur de l'incertitude obtenue lors de l'ajustement des données.

est en générale un peu sous-évaluée. Les paramètres mal ajustés dépendent des valeurs qu'on leur donne lors de la génération. Les distributions de la figure 5.28 ne sont donc qu'un exemple d'une configuration dans laquelle  $x_{s+}$  et  $y_{s+}$  sont biaisés. Dans une autre configuration, ce pourrait être un jeu de coordonnées totalement différent qui présenterait un problème. Ce qu'il faut en retenir est que certaines coordonnées cartésiennes sont biaisées quelle que soit la configuration, mais qu'il n'est pas possible de savoir avec une mesure unique quelles sont les coordonnées biaisées et donc, qu'il n'est pas possible de corriger de ce biais dans le résultat final.

Cet effet n'avait pas été considéré lors de la première analyse en 2005 avec les données des *Runs* 1 à 4 (correspondant à une luminosité intégrée *on-peak* de  $208.4 \text{ fb}^{-1}$ ). Les résultats que je donne dans la suite (Sec. 5.4) sont basés sur cette première analyse car à l'heure actuelle, l'intégration du *Run* 5 dans la nouvelle analyse qui correspond à la sélection et aux fonctions de densité de probabilité que je viens de décrire, n'a pu être finalisée à cause de la découverte de ce problème

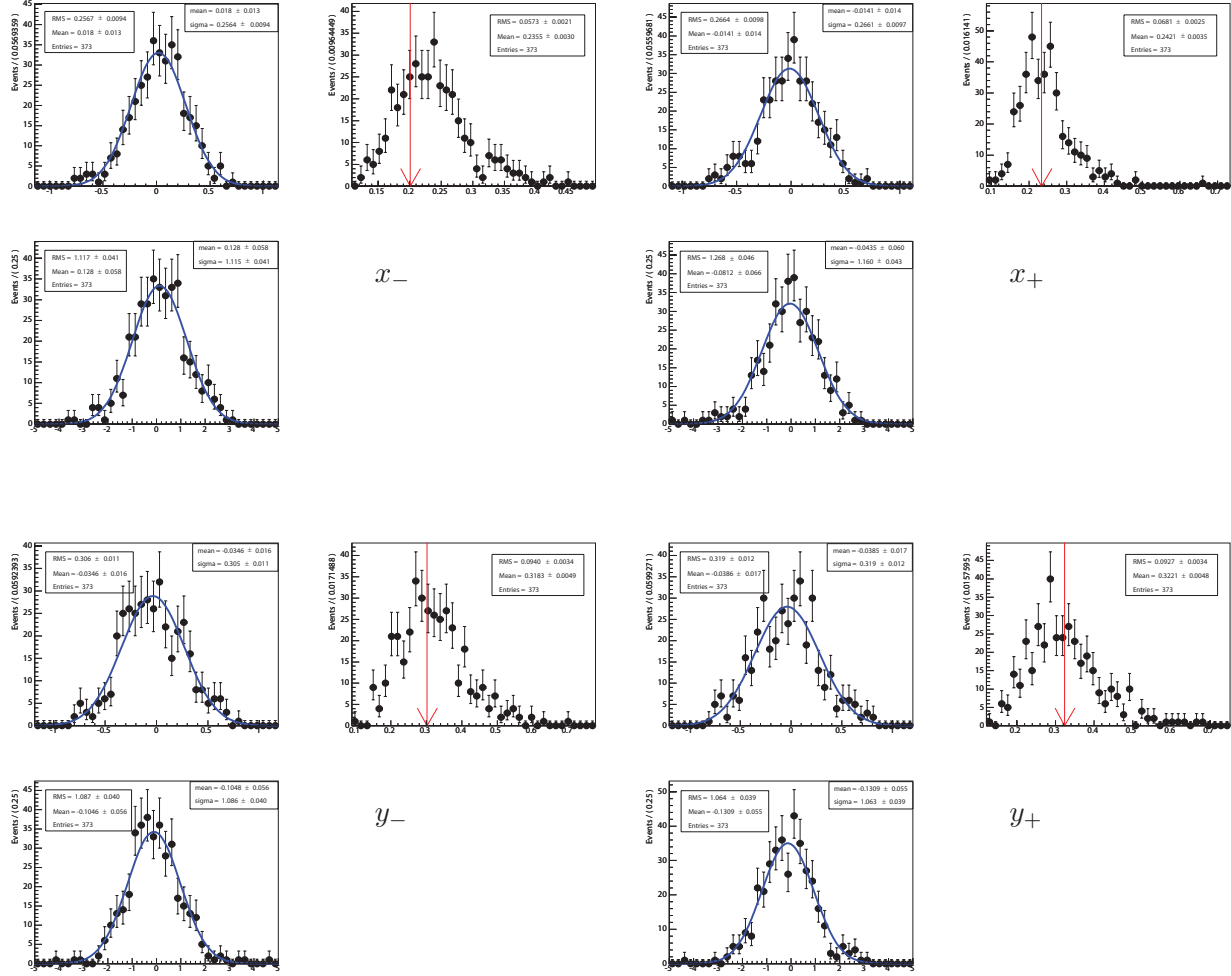


FIG. 5.28 – Distributions du résidu (en haut à gauche), de l'incertitude (en haut à droite) et du *pull* (en bas à gauche) obtenues lors de l'ajustement de 400 lots d'événements Monte Carlo simulés grâce à la fonction de densité de probabilité totale. Les distributions sont données pour quatre observables ajustées : la coordonnée cartésienne  $x_-$ , la coordonnée cartésienne  $x_+$ , la coordonnée cartésienne  $y_-$  et la coordonnée cartésienne  $y_+$ . La flèche rouge représente la valeur de l'incertitude obtenue lors de l'ajustement des données.

des *pulls* pour les coordonnées cartésiennes. Les résultats pour les *Runs* 1 à 5 seront disponibles avant cet été pour être publiés rapidement. Ce problème a en fait été mis en évidence lors de l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  réalisée en 2006, que je décris dans le chapitre 6. Cette analyse utilise une fonction de vraisemblance identique dans la forme à celle que je viens de décrire mais souffre d'un problème de statistique avec les données actuelles. Je montre dans ce chapitre l'étude qui a permis de comprendre le problème des *pulls* pour les coordonnées cartésiennes (Sec. 6.1). Dans la section 5.6, je donne également une évaluation personnelle des résultats de l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  avec l'ensemble des données *Runs* 1 à 5.

### 5.3.7 Impact de l'ajustement du paramètre $r_s^2$ sur la mesure

La figure 5.29 montre les distributions du résidu, de l'incertitude et du *pull* de  $r_s^2$  obtenus lors de l'ajustement de l'ensemble des lots d'événements Monte Carlo. La valeur centrale de  $r_s^2$  est légèrement biaisée.

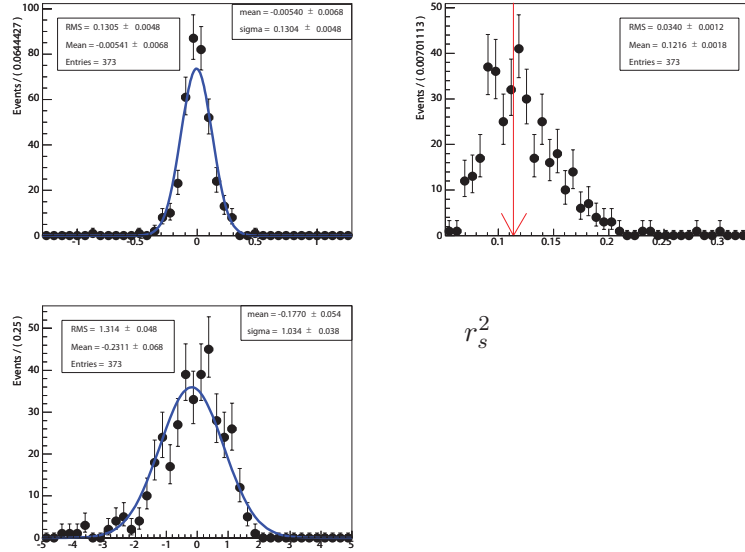


FIG. 5.29 – Distributions du résidu (en haut à gauche), de l'incertitude (en haut à droite) et du *pull* (en bas à gauche) de  $r_s^2$  obtenues lors de l'ajustement de 400 lots d'événements Monte Carlo simulés grâce à la fonction de densité de probabilité totale. La flèche rouge représente la valeur de l'incertitude obtenue lors de l'ajustement des données.

Comme nous l'avons vu dans la section 4.4.5, plusieurs méthodes sont envisageables pour tenir compte de la composante non- $K^*(892)$  qui peut contribuer à notre signal. On a choisi pour cette analyse d'utiliser un paramètre supplémentaire  $r_s^2$  dans l'ajustement final. Cependant le fait d'ajouter un paramètre libre dans la fonction de vraisemblance peut entraîner une détérioration de l'incertitude mesurée pour les autres paramètres.

Pour s'assurer que le fait de laisser  $r_s^2$  libre dans l'ajustement ne modifie pas les erreurs statistiques sur les coordonnées cartésiennes, une nouvelle étude basée sur des lots d'événements Monte Carlo générés avec  $r_s^2 = 0.04$  est réalisée. Pour chaque lot, on compare les incertitudes pour les coordonnées cartésiennes mesurées lors de l'ajustement en laissant  $r_s^2$  libre ou en le fixant à la valeur générée. La figure 5.30 montre une étude comparable à celle de la figure 5.28 mais dans laquelle  $r_s^2$  est fixé à 0.04 lors de l'ajustement. Le tableau 5.16 montre que l'erreur statistique est stable que l'on laisse  $r_s^2$  libre ou non. On choisit donc de laisser  $r_s^2$  libre lors de l'ajustement sur les données pour ne pas avoir besoin d'ajouter de contribution à l'erreur systématique due à notre méconnaissance de la valeur réelle de  $r_s^2$ .

## 5.4 Résultats de l'ajustement sur les données

Dans l'expérience *BABAR*, la procédure habituelle pour valider la méthode utilisée pour extraire un résultat lors d'une analyse ne permet pas de réaliser l'ajustement sur les données avant qu'un comité de revue interne à la collaboration n'ait donné son accord. Dans les faits, si l'on s'intéresse



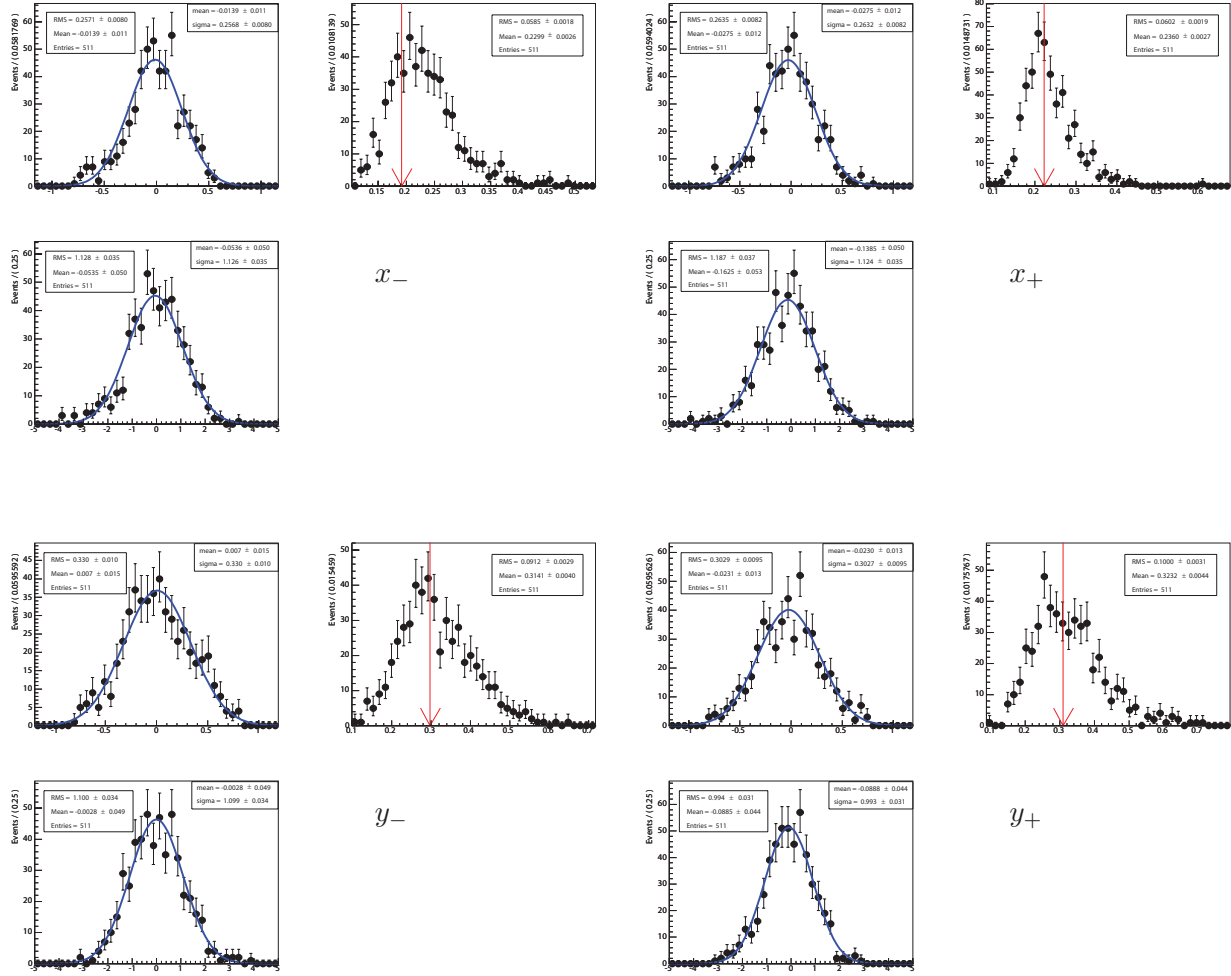


FIG. 5.30 – Distributions du résidu (en haut à gauche), de l'incertitude (en haut à droite) et du  $pull$  (en bas à gauche) obtenues lors de l'ajustement avec  $r_s^2$  fixé à 0.04, de 550 lots d'événements Monte Carlo simulés grâce à la fonction de densité de probabilité totale. Les distributions sont données pour quatre observables ajustées : la coordonnée cartésienne  $x_-$ , la coordonnée cartésienne  $x_+$ , la coordonnée cartésienne  $y_-$  et la coordonnée cartésienne  $y_+$ . La flèche rouge représente la valeur de l'incertitude obtenue lors de l'ajustement des données.

aux données directement, on le fait en "aveugle". Le résultat obtenu est toujours caché ou modifié de telle façon que l'expérimentateur ne puisse pas être influencé par une valeur qui lui semble "étrange" et être tenté de modifier la méthode d'analyse pour obtenir une valeur qui lui semble "correcte" au vu des précédents résultats ou pré-supposés théoriques. De cette façon, l'incertitude sur la mesure due à l'appréciation du physicien est minimisée.

Pour cette analyse, l'ajustement final ne renvoie pas les bonnes valeurs centrales pour les paramètres  $CP$  tant qu'on travaille en "aveugle", cependant on a tout de même accès aux incertitudes réelles et aux corrélations entre paramètres.

Paramètre	Erreur moyenne ( $r_s^2$ fixé)	Erreur moyenne ( $r_s^2$ libre)
$x_-$	$0.230 \pm 0.003$	$0.236 \pm 0.003$
$x_+$	$0.236 \pm 0.003$	$0.242 \pm 0.004$
$y_-$	$0.314 \pm 0.004$	$0.318 \pm 0.005$
$y_+$	$0.323 \pm 0.005$	$0.332 \pm 0.005$

TAB. 5.16 – Comparaison des incertitudes moyennes obtenues pour les coordonnées cartésiennes lors de l’ajustement avec  $r_s^2$  fixé ou non, des lots d’événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité totale. Comme attendu, les incertitudes sont très légèrement supérieures quand  $r_s^2$  est laissé libre, mais cette augmentation est très raisonnable.

#### 5.4.1 Validation de la méthode

Le premier test de validation a déjà été décrit dans la section précédente, elle consiste simplement à s’assurer que l’ajustement se comporte correctement sur des événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité totale.

Un deuxième test consiste à comparer les valeurs des incertitudes mesurées sur les données et celles trouvées lors de l’étude Monte Carlo. Sur les figures précédentes (Fig. 5.27, 5.28 et 5.29), la flèche représente l’incertitude mesurée sur les données, elle est en bon accord pour l’ensemble des paramètres avec la distribution des incertitudes issues des lots d’événements simulés. De même on voit sur la figure 5.31, que la valeur de la fonction de vraisemblance pour les données est en très bon accord avec la distribution de cette valeur obtenue à partir des lots d’événements Monte Carlo.

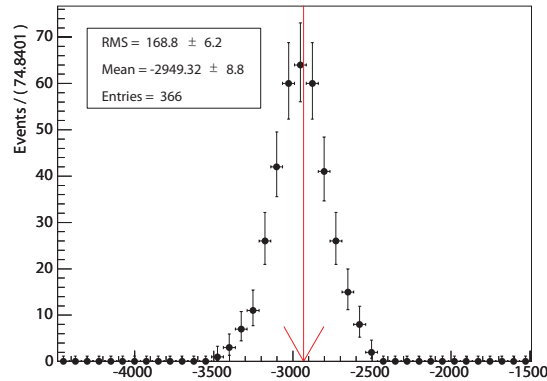


FIG. 5.31 – Distribution de la valeur de la fonction de vraisemblance pour chaque lot d’événements Monte Carlo quand les paramètres de l’ajustement prennent leur valeur de convergence. Le flèche rouge représente la même grandeur mais pour les données, l’ajustement des données est donc en bon accord avec l’étude Monte Carlo.

Les corrélations entre paramètres permettent également de vérifier si l’ajustement se comporte correctement. Le tableau 5.17 donne les corrélations entre les différents paramètres  $CP$  mesurés lors de l’ajustement. On voit que les corrélations entre  $r_s^2$  et les autres paramètres ne sont pas complètement négligeables. Le biais sur  $r_s^2$  est donc directement lié au biais sur les coordonnées cartésiennes par l’intermédiaire de cette corrélation. Les corrélations entre  $(x_{s+}, y_{s+})$  et  $(x_{s-}, y_{s-})$  sont très faibles comme on peut s’y attendre. Le couple  $(x_{s+}, y_{s+})$  (le couple  $(x_{s-}, y_{s-})$ ) est mesuré

essentiellement à partir du lot de  $B^+$  ( $B^-$  respectivement) dans les données. La différence entre le nombre de  $B^+$  et le nombre de  $B^-$  apporte une information sur la violation de  $CP$  car on utilise pour cette analyse une normalisation combinée (Sec. 4.4.6), mais ne semble pas pour autant corrélérer les coordonnées  $B^+$  avec les coordonnées  $B^-$ .

Paramètre	$x_{s-}$	$y_{s-}$	$x_{s+}$	$y_{s+}$	$r_s^2$
$x_{s-}$	1	$1.00 \times 10^{-1}$	$8.21 \times 10^{-2}$	$-4.05 \times 10^{-2}$	$-2.26 \times 10^{-1}$
$y_{s-}$		1	$-2.00 \times 10^{-2}$	$5.15 \times 10^{-3}$	$3.71 \times 10^{-2}$
$x_{s+}$			1	$2.16 \times 10^{-2}$	$-2.51 \times 10^{-1}$
$y_{s+}$				1	$2.20 \times 10^{-1}$
$r_s^2$					1

TAB. 5.17 – Corrélations entre les 5 paramètres  $CP$  renvoyés par l’ajustement en ”aveugle” sur les données.

Le dernier test consiste simplement à vérifier que les nombres d’événements trouvés lors de l’ajustement final sont compatibles avec les nombres d’événements trouvés lors de l’ajustement préliminaire. Le tableau 5.18 résume cette comparaison, tous les nombres d’événements sont parfaitement compatibles. L’effet de glissement d’événements de la catégorie  $B\bar{B}$  vers la catégorie continuum que l’on avait mis en évidence lors de l’étude Monte Carlo (Sec. 5.3.6), est visible aussi sur les données.

Paramètre	Valeur ajustée (Ajustement final)	Valeur ajustée (Ajustement préliminaire)
$N_{Sig}$	$42 \pm 8$	$47 \pm 9$
$N_{Cont}$	$251 \pm 24$	$260 \pm 28$
$N_{B\bar{B}}$	$45 \pm 21$	$31 \pm 26$

TAB. 5.18 – Résultats sur les nombres d’événements mesurés lors de l’ajustement en ”aveugle” des données pour chaque catégorie. Ils sont en accord avec les résultats de l’ajustement préliminaire (Tab. 5.10).

### 5.4.2 Evaluation des erreurs systématiques

Le tableau 5.19 donne l’ensemble des erreurs systématiques sur la mesure des coordonnées cartésiennes en fonction de la source considérée. Dans la suite, j’expliciterai la méthode utilisée pour calculer chacune d’entre elles. L’erreur systématique due au modèle de Dalitz que l’on considère pour le  $D^0$ , est dissociée du reste dans le résultat final, j’en parlerai donc dans la section suivante.

La grande majorité des erreurs systématiques est évaluée en comparant les valeurs obtenues lors de l’ajustement nominal et celles obtenues lors d’un ajustement alternatif. Dans la suite, si rien n’est précisé, l’erreur systématique est alors calculée comme le maximum entre la demi différence des valeurs ajustées et la différence quadratique des incertitudes de chaque ajustement.

#### 5.4.2.1 Paramètres de $\mathcal{P}(m_{ES})$ et $\mathcal{P}(\mathcal{F})$

Cette source d’erreur systématique tient compte de plusieurs effets possibles. Dans la première version de l’analyse en 2005, la fonction de densité de probabilité pour  $\Delta E$  n’était pas utilisée, on

Source	$x_{s-}$	$y_{s-}$	$x_{s+}$	$y_{s+}$
Paramètres de $\mathcal{P}(m_{ES})$ et $\mathcal{P}(\mathcal{F})$	0.079	0.116	0.098	0.116
Fractions de vrais $D^0$	0.033	0.025	0.028	0.036
Fractions d'événements avec un vrai $D^0$ <i>right sign</i>	0.032	0.042	0.033	0.047
Efficacité sur le plan de Dalitz	0.059	0.044	0.067	0.091
Efficacité de reconstruction des traces	0.010	0.012	0.008	0.011
Paramétrisations du Dalitz pour les bruits de fond	0.044	0.087	0.038	0.091
Résolution sur les masses invariantes carrées	0.002	0.002	0.003	0.002
Amplitudes et phases du modèle de Dalitz	0.008	0.008	0.004	0.014
Total	0.118	0.160	0.132	0.184

TAB. 5.19 – Erreurs systématiques dominantes associées aux coordonnées cartésiennes en fonction de leur origine. L'erreur systématique totale est la somme quadratique des erreurs systématiques individuelles.

sélectionnait simplement  $\Delta E$  dans l'intervalle  $[-0.25, 0.25]$  MeV lors de l'ajustement des paramètres  $CP$ .

Tout d'abord, on mesure l'effet dû à l'utilisation de paramètres fixés pour les fonctions de densité de probabilité de  $m_{ES}$  et du discriminant de Fisher lors de l'ajustement des paramètres  $CP$ . Pour cela on réalise un ajustement des paramètres des fonctions de densité de probabilité (équivalent à l'ajustement préliminaire) et des paramètres  $CP$  simultanément sur l'échantillon  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  et l'échantillon de contrôle  $B^- \rightarrow D^0 \pi^-$ <sup>1</sup>. L'erreur systématique associée à cet effet est la différence quadratique entre les incertitudes obtenues lors de chacun des deux ajustements.

L'incertitude sur la valeur de la limite cinématique des fonctions Argus ( $5.29 \text{ GeV}/c^2$  dans l'ajustement nominal) est traduite en une erreur systématique en laissant libre ce paramètre lors d'un nouvel ajustement.

La fraction de bruit de fond piquant en  $m_{ES}$  de la composante  $B\bar{B}$  est évaluée à partir du Monte Carlo et fixée lors de l'ajustement nominal<sup>2</sup>. L'erreur systématique associée à ce paramètre est évaluée en faisant varier cette fraction de l'incertitude sur sa valeur centrale trouvée dans la simulation.

De même, on évalue l'influence des paramètres de la fonction Argus pour la composante  $B\bar{B}$ , fixés à ceux trouvés dans le Monte Carlo lors de l'ajustement préliminaire, en réalisant un nouvel ajustement où on les laisse libres. L'incertitude dans ce cas provient de la variation de l'erreur statistique.

#### 5.4.2.2 Fractions de vrais $D^0$ et d'événements avec un vrai $D^0$ *right sign*

Les fractions de vrais  $D^0$  pour les deux composantes de bruit de fond sont évaluées à partir du Monte Carlo (Sec. 5.3.4) et sont toutes deux en accord avec l'évaluation de ce paramètre sur les données. Le tableau 5.20 donne les valeurs des fractions de vrais  $D^0$  mesurées lors de la première version de l'analyse, *Run* 1 à 4. L'erreur systématique qui en découle est évaluée en faisant varier les fractions de l'erreur statistique mesurée lors de l'ajustement de la masse reconstruite du  $D^0$ , soit  $\pm 0.06$ . L'évaluation de l'erreur systématique est réalisée indépendamment pour le continuum et le  $B\bar{B}$ . Les deux valeurs mesurées sont ensuite sommées en quadrature.

<sup>1</sup>L'échantillon de contrôle  $B^- \rightarrow D^0 a_1^-$  (Sec. 5.3.2) n'avait pas été utilisé lors de la première version de l'analyse en 2005.

<sup>2</sup>Ce n'est plus le cas comme nous l'avons vu pour l'analyse des *Run* 1 à 5 (Sec. 5.3.2).

Fractions	Estimation sur le Monte Carlo	Estimation sur les données
$R_{Cont}$	$0.205 \pm 0.022$	$0.20 \pm 0.06$
$R_{B\bar{B}}$	$0.180 \pm 0.021$	$0.20 \pm 0.06$
$R_{Cont}^{RS}$	$0.53 \pm 0.06$	-
$R_{B\bar{B}}^{RS}$	$0.67 \pm 0.06$	-

TAB. 5.20 – Fractions de vrais  $D^0$  et de  $D^0$  *right sign* pour les bruits de fond de continuum et  $B\bar{B}$  mesurées lors de la première analyse sur les *Runs* 1 à 4. Pour les vrais  $D^0$ , une valeur pour les données avec  $m_{ES} < 5.27$  GeV/ $c^2$  est aussi donnée.

Dans le bruit de fond de continuum, le nombre de vrais  $D^0$  pour les événements  $B^-$  peut être différent de celui des événements  $B^+$  ce qui introduirait un faux effet de violation de  $CP$ . La simulation ne semble pas montrer une telle différence. Cependant un ajustement dans lequel un nouveau jeu de paramètres  $CP$  est introduit pour le continuum avec vrai  $D^0$ , a été réalisé pour s'assurer qu'on ne pouvait pas mesurer de violation de  $CP$  issue du continuum. Les nouveaux paramètres sont en accord avec une violation de  $CP$  nulle et les paramètres  $CP$  du signal ne sont pas affectés.

L'erreur systématique sur l'évaluation des événements vrais  $D^0$  avec la corrélation de charge *right sign* est estimée en réalisant un nouvel ajustement où la fraction  $R^{RS}$  est fixée à 0.5 (donc sans corrélation de charge). Cette méthode est en fait issue de l'analyse  $B^- \rightarrow D^{(*)0}K^-$  dans laquelle les corrélations de charge sont fortes (par exemple,  $R_{Cont}^{RS}(B^- \rightarrow D^0K^-) = 0.164 \pm 0.018$ ). Une erreur systématique est évaluée pour chaque composante de bruit de fond.

#### 5.4.2.3 Corrections des efficacités

Pour évaluer l'erreur systématique sur la paramétrisation de l'efficacité sur le plan de Dalitz, un ajustement supplémentaire est réalisé en sélectionnant une distribution uniforme de l'efficacité.

On évalue également une erreur systématique sur l'efficacité de reconstruction des traces chargées et des  $K_S$  issus de la désintégration du  $D^0$ . Pour les traces de particules chargées, des coefficients de correction de l'efficacité en fonction de la liste dans laquelle la particule est sélectionnée, sont évalués en étudiant les désintégrations en paire  $\tau^+\tau^-$  [77]. Dans notre cas, les pions sont sélectionnés dans la liste **GoodTrackVeryLoose** ce qui correspond à un coefficient de correction égale à 0.995.

Pour les  $K_S$ , il n'est pas possible de dériver l'efficacité de reconstruction directement à partir de celle des deux pions issus de leur désintégration. Les  $K_S$  volent dans le détecteur et peuvent se désintégrer tard dans la DCH. La correction de l'efficacité est mesurée dans les désintégrations  $B^0 \rightarrow \pi^+D^-(K_S\pi^-)$ . Elle est donnée sous forme de tables en fonction de l'impulsion transverse (divisée en 4 *bins*), de l'angle polaire (divisé en 8 *bins*) et de la longueur de vol dans le plan transverse (divisée en 10 *bins*). Elle est évaluée en comparant les données et le Monte Carlo et en considérant que l'on maîtrise bien la reconstruction des traces chargées avec une origine à environ 15 mm du point d'interaction. A titre d'exemple, la figure 5.32 montre la correction moyenne à appliquer pour chaque *bins* de longueur de vol dans le plan transverse.

L'erreur systématique est alors évaluée à partir de deux ajustements supplémentaires des données. Le premier est réalisé en appliquant les corrections décrites précédemment aux deux pions issus du  $D^0$  et au  $K_S$  issu du  $K^*$  et en recalculant les coefficients du polynôme d'ordre 3 de l'efficacité sur le plan de Dalitz. Le second est similaire mais en appliquant cette fois les corrections au  $K_S$  issu du  $D^0$ . Les incertitudes pour ces deux ajustements sont alors ajoutées en quadrature.

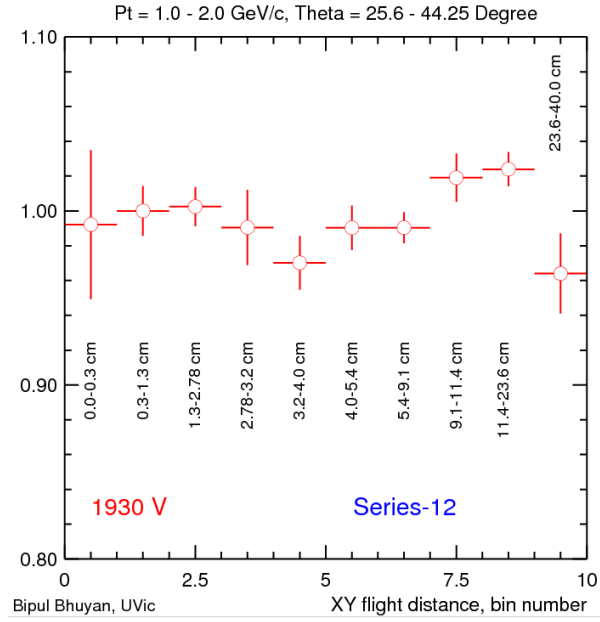


FIG. 5.32 – Corrections moyennes à appliquer pour évaluer l’erreur systématique sur la reconstruction des  $K_S$  en fonction des 8 *bins* divisant la longueur de vol dans le plan transverse. Ces résultats sont obtenus par une analyse de la désintégration  $B^0 \rightarrow \pi^+ D^- (K_S \pi^-)$ .

#### 5.4.2.4 Paramétrisations du Dalitz pour les bruits de fond

La paramétrisation du plan de Dalitz pour les bruits de fond combinatoire est ajustée sur le Monte Carlo (Sec. 5.3.3). L’erreur systématique sur les paramétrisations du plan de Dalitz pour les différents bruit de fond est évaluée de façon similaire à celle utilisée pour l’efficacité sur le plan de Dalitz. L’ajustement des paramètres  $CP$  est répété deux fois en supposant une distribution uniforme pour chaque composante séparément.

Pour valider cette méthode, deux tests supplémentaires sont réalisés. On essaye pour cela deux paramétrisations plus générales du Dalitz, une paramétrisation avec un polynôme d’ordre 3 symétrique et une autre avec un polynôme d’ordre 2 quelconque. Les effets dus à ces paramétrisations alternatives sont compatibles avec l’erreur systématique calculée précédemment.

#### 5.4.2.5 Résolution sur les masses invariantes carrées

Le modèle de Dalitz que l’on utilise suppose que la résolution sur les masses est parfaite. La résolution sur une masse invariante carrée de l’ordre de  $1 \text{ GeV}^2/c^4$  ( $0.8 \text{ GeV}^2/c^4$ ) pour le couple  $K_S \pi$  ( $\pi^+ \pi^-$ ), est de l’ordre de  $4 \text{ MeV}^2/c^4$  ( $6 \text{ MeV}^2/c^4$  respectivement). La plupart des résonances considérées ont une largeur intrinsèque bien supérieure à cette résolution et on s’attend donc à ce que l’effet de la résolution soit négligeable. Seule la résonance  $\omega(782)$  est étroite et a une largeur comparable à la résolution sur les masses, mais cette résonance apporte très peu de sensibilité à la mesure des paramètres  $CP$  (Sec. 4.4.3) et une fois encore on s’attend à ce que l’effet soit négligeable.

Pour le vérifier, deux ajustements sur un lot d’événements Monte Carlo signal repondérés, sont réalisés. Le Monte Carlo signal que l’on utilise dans l’analyse est généré suivant l’espace de phase

sur le plan de Dalitz. En appliquant une méthode *accept/reject*<sup>1</sup> qui suit la distribution du modèle de Dalitz du  $D^0$  (Sec. 4.2.2) sur les événements Monte Carlo, on définit un nouveau lot Monte Carlo duquel on peut extraire des paramètres  $CP$ . Seul 4% des événements sont conservés à cause du pic du  $K^*(892)$  non-supprimé de Cabibbo, mais le nombre d'événements final reste cependant bien supérieur au nombre d'événements de signal dans les données. La figure 5.33 montre les distributions de masses invariantes carrées pour les événements Monte Carlo avant et après la pondération.

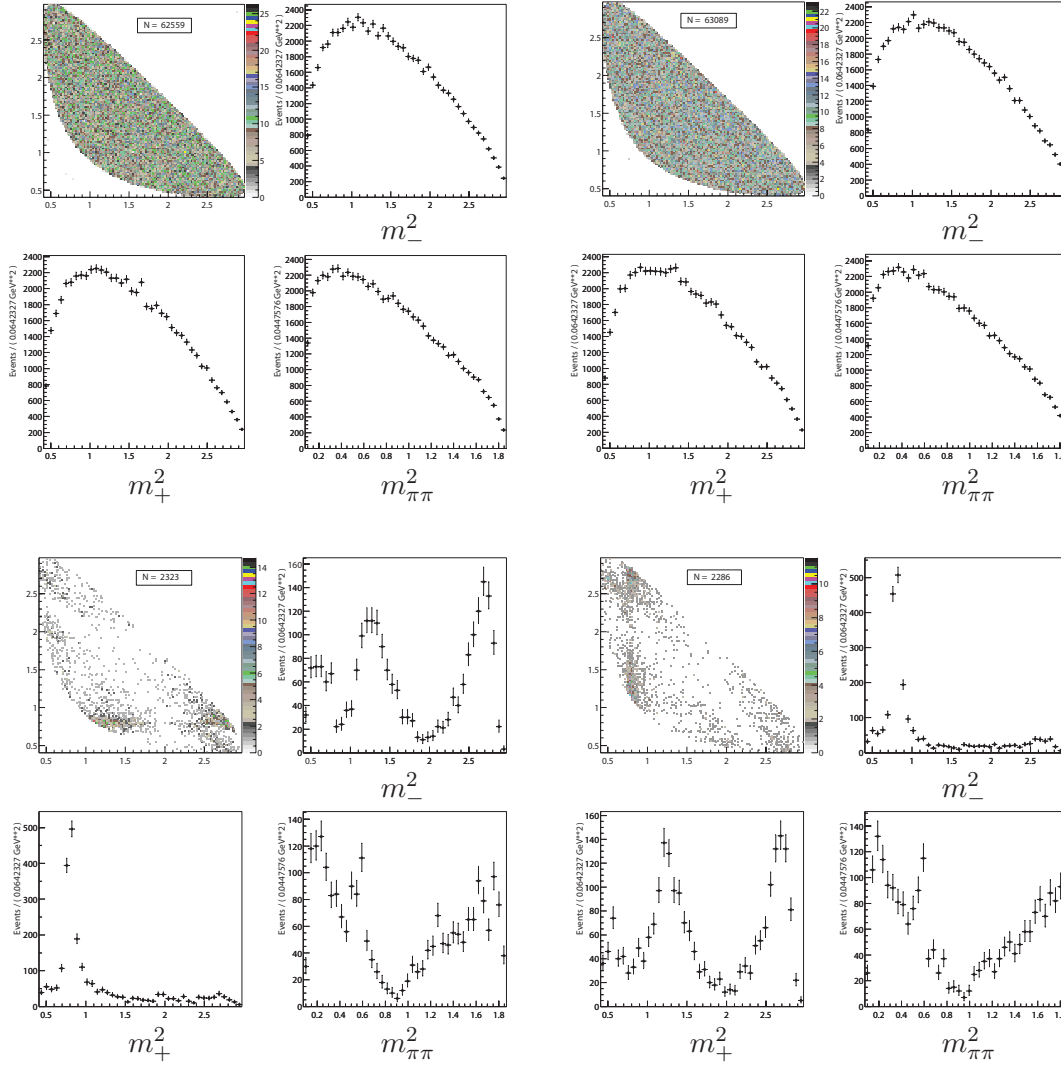


FIG. 5.33 – Plan de Dalitz et projections sur les 3 masses invariantes carrées des événements Monte Carlo signal de départ suivant l'espace de phase (en haut) et repondérés en fonction du modèle de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi \pi$  (en bas). Les figures de gauche contiennent des événements  $B^-$  et celles de droites des événements  $B^+$ .

Pour évaluer l'erreur systématique, le premier ajustement utilise les masses invariantes carrées reconstruites,  $m^2_+$  et  $m^2_-$ , du Monte Carlo repondéré pour lesquelles la résolution n'est pas parfaite,

<sup>1</sup>Cette méthode consiste à tirer aléatoirement une valeur de test comprise entre 0 et le maximum de la fonction de densité de probabilité. Si la valeur de test est inférieure à la valeur de la fonction de densité de probabilité au point du plan de Dalitz pour l'événement considéré, on conserve l'événement, sinon on le rejette.



et le deuxième les masses invariantes carrées reconstruites vraies (celles qui ont réellement été générées dans le Monte Carlo), la résolution est dans ce cas parfaite. La différence des valeurs ajustées est alors considérée comme erreur systématique, les incertitudes ne changent pas d'un ajustement à l'autre. Comme on s'y attendait, les valeurs sont très petites (0.003 pour la plus grande) et négligeables devant les autres erreurs systématiques.

#### 5.4.2.6 Amplitudes et phases du modèle de Dalitz

Les amplitudes et phases du modèle de Dalitz sont obtenues par un ajustement sur les données  $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$  (Sec. 4.3.3). Le nombre d'événements dans ce mode est très grand et l'effet sur l'extraction des paramètres  $CP$  doit donc être faible. Cet effet a été estimé lors de l'analyse  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^-$  et l'erreur systématique mesurée à ce moment là, est réutilisée ici. Elle est évaluée lors d'un ajustement simultané des données du mode  $B \rightarrow D^0 K$  et du mode  $D^* \rightarrow D^0 \pi$  où l'ensemble des paramètres (amplitudes, phases, nombre d'événements, paramètres  $CP$ ) sont laissés libres.

#### 5.4.3 Evaluation de l'erreur systématique dû au choix du modèle de Dalitz utilisé

L'erreur systématique liée à la paramétrisation de l'amplitude de désintégration du  $D^0$  sur le plan de Dalitz est la plus importante de toutes pour cette analyse. Pour l'évaluer, nous considérons deux autres modèles de Dalitz alternatifs lors de l'ajustement des paramètres  $CP$ . Le premier modèle est celui décrit par CLEO [65], il ne contient pas les résonances proposées par Belle,  $\sigma$  et  $\sigma'$ , ainsi que les résonances  $K_0^*(1430)DCS$ ,  $K_2^*(1430)DCS$ ,  $K^*(1410)$  et  $\rho(1450)$ . Le second utilise une paramétrisation alternative des ondes  $S \pi \pi$  qui utilise la matrice  $K$  (Annexe C), il permet de supprimer la dépendance explicite du modèle en fonction des résonances  $\sigma$  et  $\sigma'$ .

L'erreur systématique est évaluée en générant de nombreux lots d'événements Monte Carlo à très haute statistique à partir du modèle nominal et en comparant les résultats des ajustements de ces lots d'événements en fonction du modèle sélectionné. Le tableau 5.21 donne les erreurs systématiques ainsi calculées pour les coordonnées cartésiennes en fonction du modèle alternatif considéré. Les figures 5.34 et 5.35 montrent les distributions des valeurs ajustées sur chaque lot d'événements en fonction du modèle alternatif considéré.

Modèle	$x_{s-}$	$y_{s-}$	$x_{s+}$	$y_{s+}$
CLEO	0.0340	0.0335	0.0326	0.0460
matrice $K$	0.0083	0.0060	0.0073	0.0065

TAB. 5.21 – Erreurs systématiques sur les coordonnées cartésiennes ( $x_{s\pm}, y_{s\pm}$ ) en fonction du modèle de Dalitz alternatif considéré.

#### 5.4.4 Résultats

Les résultats de l'ajustement final pour les paramètres  $CP$  sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 x_{s-} &= -0.20 \pm 0.20 \text{ (stat.)} \pm 0.11 \text{ (syst. exp.)} \pm 0.03 \text{ (syst. modèle)}, \\
 y_{s-} &= 0.26 \pm 0.30 \text{ (stat.)} \pm 0.16 \text{ (syst. exp.)} \pm 0.03 \text{ (syst. modèle)}, \\
 x_{s+} &= -0.07 \pm 0.23 \text{ (stat.)} \pm 0.13 \text{ (syst. exp.)} \pm 0.03 \text{ (syst. modèle)}, \\
 y_{s+} &= -0.01 \pm 0.32 \text{ (stat.)} \pm 0.18 \text{ (syst. exp.)} \pm 0.05 \text{ (syst. modèle)},
 \end{aligned}$$



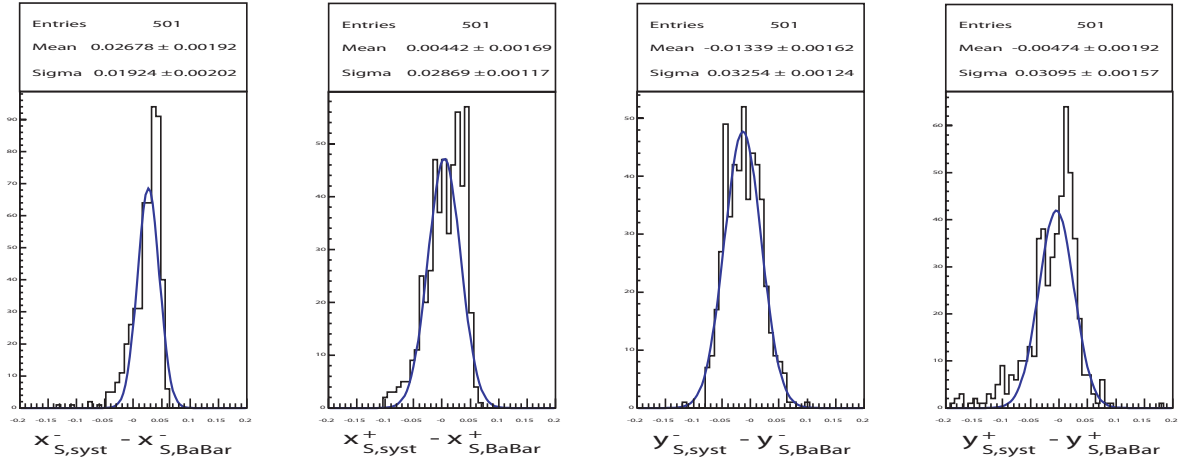


FIG. 5.34 – Distributions de la différence des valeurs ajustées avec le modèle nominal et avec le modèle CLEO pour chaque lot d'événements Monte Carlo à très haute statistique. L'erreur systématique associée est la somme quadratique du biais et de la largeur de la distribution.

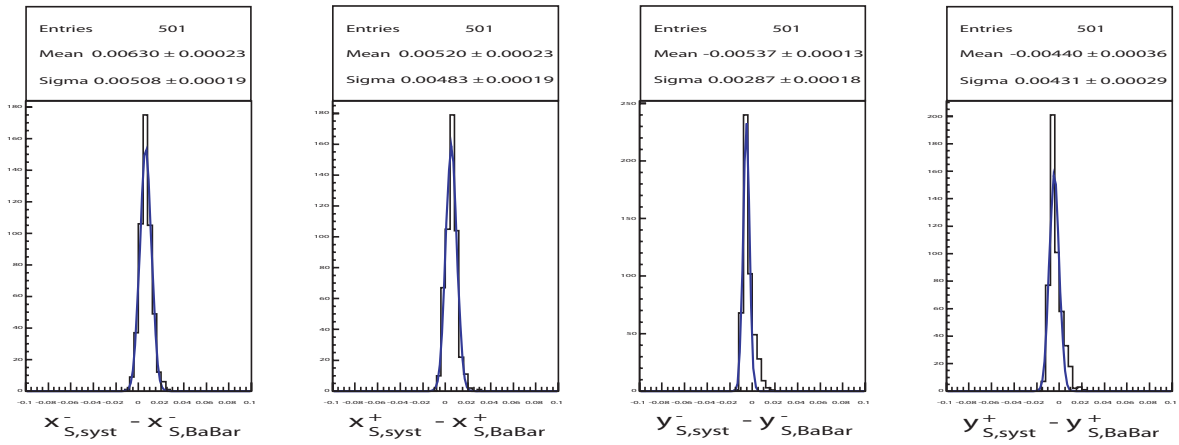


FIG. 5.35 – Distributions de la différence des valeurs ajustées avec le modèle nominal et le modèle matrice  $K$  pour chaque lot d'événements Monte Carlo à très haute statistique. L'erreur systématique associée est la somme quadratique du biais et de la largeur de la distribution.

où la première incertitude correspond à l'erreur statistique, la deuxième à l'erreur systématique expérimentale et la dernière à l'erreur systématique due au modèle de Dalitz. L'erreur systématique sur  $r_s^2$  n'est pas donnée car on ne considère ce paramètre que comme un paramètre libre de l'ajustement et non comme une observable que l'on veut mesurer.

Le résultat de l'ajustement pour  $m_{ES}$  et le discriminant de Fisher est représenté sur la figure 5.36. Chaque composante de la fonction de densité de probabilité totale est représentée. La figure 5.37 montre la projection sur les masses invariantes carrées, des données et du résultat de l'ajustement final pour les  $B^+$  et les  $B^-$  séparément. La distribution sur le plan de Dalitz des événements dans la zone de signal ( $m_{ES} > 5.272 \text{ GeV}/c^2$ ) est donnée dans la figure 5.38.

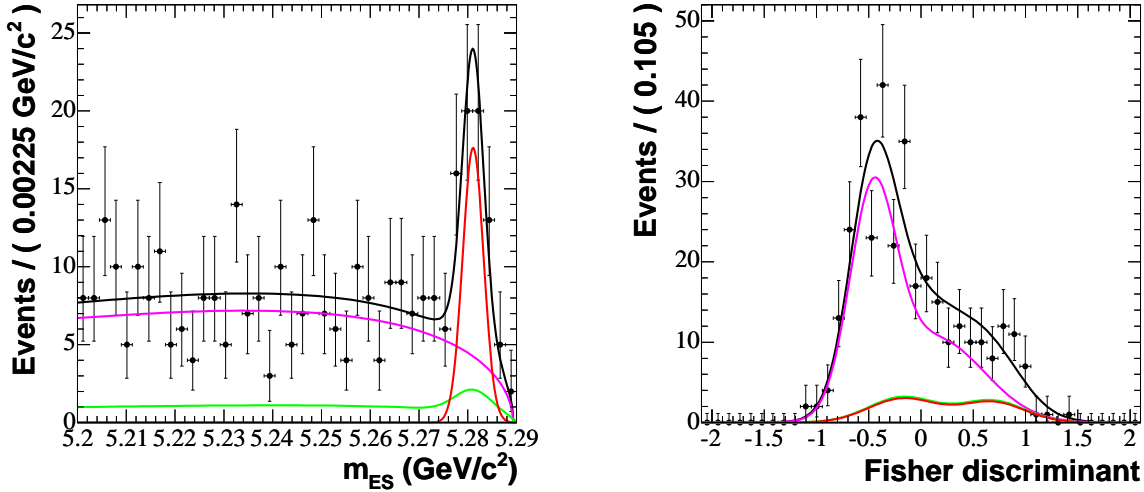


FIG. 5.36 – Résultats de l’ajustement final des données pour  $m_{ES}$  (à gauche) et le discriminant de Fisher (à droite). La courbe rouge représente la fonction de densité de probabilité du signal, la courbe verte, celle du bruit de fond  $B\bar{B}$ , la courbe magenta, celle du bruit de fond de continuum et la courbe noire, la fonction de densité de probabilité totale.

## 5.5 Extraction des paramètres de violation de $CP$ à partir d’une interprétation fréquentiste des résultats

A partir des résultats en terme des coordonnées cartésiennes, on cherche à connaître la contrainte qu’ils définissent sur l’angle  $\gamma$  et  $kr_s$ . Pour cela, il faut faire appel à une interprétation statistique qui permette de déterminer la valeur centrale et l’incertitude pour les coordonnées polaires à partir de celles des coordonnées cartésiennes. On a choisi une méthode fréquentiste (Neyman [4]) pour construire les niveaux de confiance dans l’espace  $(kr_s, \delta_s, \gamma)$  à partir des contraintes sur  $x_{s\pm}$  et  $y_{s\pm}$ .

Le niveau de confiance  $[p_1, p_2]$  pour un paramètre  $p$  dont la valeur vraie  $p^t$  est inconnue, est défini tel que sa probabilité de contenir la valeur vraie soit :

$$P(p \in [p_1, p_2]) = 1 - \alpha. \quad (5.15)$$

Ce qui peut se dire également : une fraction  $1 - \alpha$  d’expériences qui mesureraient  $p$ , auraient un niveau de confiance  $[p_1, p_2]$ <sup>1</sup> qui contient  $p^t$ . Dans notre cas, le niveau de confiance que l’on veut calculer est à trois dimensions :

$$p^t = (kr_s^t, \delta_s^t, \gamma^t), \quad (5.16)$$

et  $\alpha = 19.9\%$  (73.8%) correspond à 1 (respectivement 2) déviations standards pour chaque paramètre en considérant des distributions gaussiennes.

Pour calculer le niveau de confiance, nous construisons une fonction de densité de probabilité des paramètres  $z_s = (x_{s\pm}, y_{s\pm})$  qui dépend des paramètres vrais  $p^t$ . En supposant que les coordonnées cartésiennes ont un comportement gaussien, l’expression de la fonction de densité de probabilité est :

$$\frac{d^4 P}{d^4(x_{s\pm}, y_{s\pm})}((x_{s\pm}, y_{s\pm})|p^t) = G(x_{s+}, y_{s+}, kr_s^t \cos(\delta_s^t + \gamma^t), kr_s^t \sin(\delta_s^t + \gamma^t), \sigma_{x_{s+}}, \sigma_{y_{s+}}, \rho_+) \times$$

<sup>1</sup>  $p_1$  et  $p_2$  dépendent de la valeur mesurée de  $p$ .

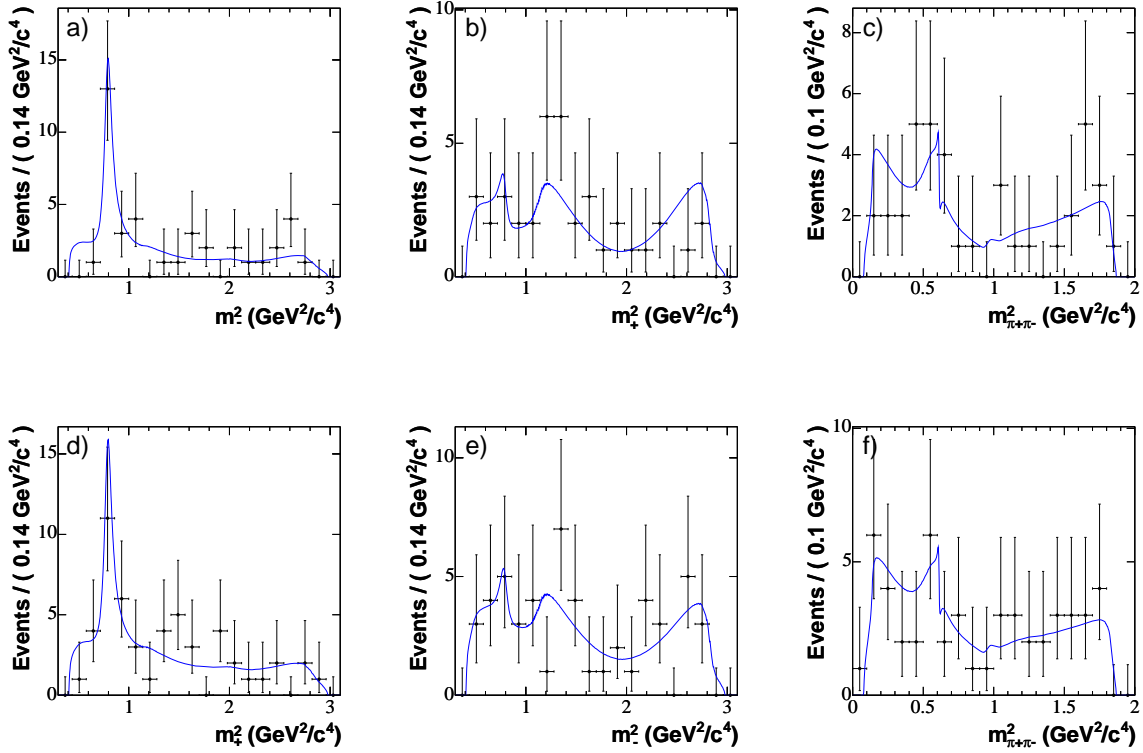


FIG. 5.37 – Projections sur les 3 masses invariantes carrées du résultat de l’ajustement final. Les figures du haut correspondent aux  $B^-$  et celles du bas aux  $B^+$ . Les événements représentés par les points noirs sont sélectionnés dans la zone de signal :  $m_{ES} > 5.272 \text{ GeV}/c^2$ .

$$G(x_{s-}, y_{s-}, kr_s^t \cos(\delta_s^t - \gamma^t), kr_s^t \sin(\delta_s^t - \gamma^t), \sigma_{x_{s-}}, \sigma_{y_{s-}}, \rho_-) \quad (5.17)$$

où  $\sigma$  sont les incertitudes sur les coordonnées cartésiennes,  $\rho_+$  ( $\rho_-$ ) sont les corrélations entre  $x_{s+}$  et  $y_{s+}$  ( $x_{s-}$  et  $y_{s-}$  respectivement)<sup>1</sup>, et  $G$  s’écrit :

$$G(x, y, \mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} \right]}. \quad (5.18)$$

Les incertitudes  $\sigma$  et les corrélations utilisées sont celles mesurées dans les données (Tab 5.16 et 5.17).

Le niveau de confiance  $1 - \alpha$  pour chaque configuration de paramètres vrais  $p^t$  est calculé comme :

$$\alpha(p^t) = \int_D \frac{d^4 P}{d^4(x_{s\pm}, y_{s\pm})} ((x_{s\pm}, y_{s\pm})|p^t) d^4(x_{s\pm}, y_{s\pm}), \quad (5.19)$$

où le domaine d’intégration  $D$  est défini par la condition :

$$\frac{d^4 P}{d^4(x_{s\pm}, y_{s\pm})} ((x_{s\pm}, y_{s\pm})|p^t) \geq \frac{d^4 P}{d^4(x_{s\pm}, y_{s\pm})} ((x_{s\pm}^{data}, y_{s\pm}^{data})|p^t). \quad (5.20)$$

$z_{s\pm}^{data}$  sont les valeurs des coordonnées cartésiennes mesurées dans les données. On génère aléatoirement un très grand lot de configurations  $p^t$  ( $kr_s^t \in [0, 0.4]$ ,  $\delta_s^t \in [0^\circ, 360^\circ]$  et  $\gamma^t \in [-180^\circ, 180^\circ]$ ) pour lesquelles on calcule  $\alpha(p^t)$  d’après les équations 5.19 et 5.20. La figure 5.39 montre la projection du

<sup>1</sup>On a vérifié que les corrélations entre  $z_{s+}$  et  $z_{s-}$  avec  $z = x$  ou  $y$  sont négligeables (Tab. 5.17).

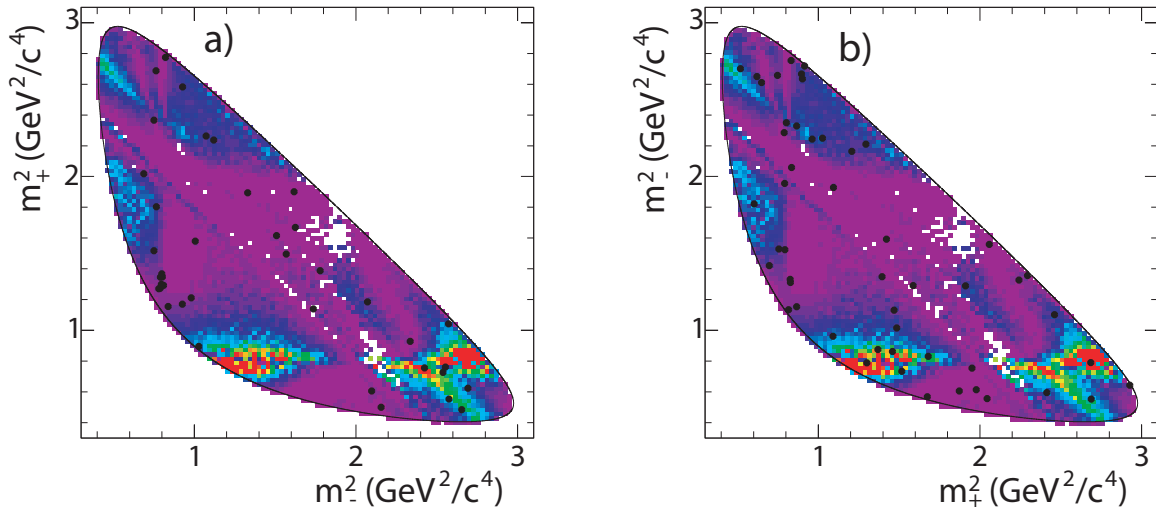


FIG. 5.38 – Distributions sur le plan de Dalitz des événements de la zone de signal :  $m_{ES} > 5.272 \text{ GeV}/c^2$  pour les  $B^-$  (à gauche) et les  $B^+$  (à droite). L'évolution de la sensibilité de la mesure sur l'angle  $\gamma$  en fonction de la position sur le plan de Dalitz est également représentée (voir Fig. 4.14).

niveau de confiance ainsi obtenu sur le plan  $(kr_s, \gamma)$  en tenant compte des erreurs statistiques et systématiques de la mesure. Cette figure est obtenue en projetant le contour à trois dimensions correspondant à 1 déviation standard sur le plan  $(kr_s, \gamma)$ , on obtient alors un contour à deux dimensions correspondant également à 1 déviation standard. La figure montre également les contours correspondant aux coordonnées cartésiennes. En effet on peut montrer que la distance séparant le contour pour les  $B^-$  de celui des  $B^+$  est :

$$d = \sqrt{(x_- + x_+)^2 + (y_- + y_+)^2} = 2kr_s |\sin(\gamma)|. \quad (5.21)$$

Si  $d$  est non nulle, on est donc en présence de violation de  $CP$  directe.

On voit sur la figure qu'il n'est pas possible de déterminer une contrainte significative sur  $\gamma$  avec les résultats de l'analyse. On peut cependant combiner la mesure aux résultats de la précédente analyse  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^-$ , on construit alors un niveau de confiance à 7 dimensions :  $(r_B, \delta_B, r_B^*, \delta_B^*, kr_s, \delta_s, \gamma)$ . La figure 5.40 montre le résultat de cet ajustement. On mesure alors<sup>1</sup> :

$$\gamma = (67 \pm 28 \pm 13 \pm 11)^\circ, \quad (5.22)$$

et on peut mettre une limite sur  $kr_s$  :

$$kr_s < 0.50 \text{ (0.75) à } 1\sigma \text{ (2}\sigma\text{)}. \quad (5.23)$$

Sans la contribution de l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ , on mesure  $\gamma = (70 \pm 31 \text{ }^{+12}_{-10} \text{ }^{+14}_{-11})^\circ$  [79]. On a donc amélioré l'erreur statistique de la mesure de  $3^\circ$  en combinant le mode  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  supplémentaire. La valeur de  $\gamma$  extraite est en accord avec la contrainte qui provient de l'ajustement global de la position du sommet du Triangle d'Unitarité (Sec. 1.5.3).

<sup>1</sup>La mesure de  $\gamma$  donnée ici ne correspond pas à la mesure la plus récente (Sec. 2.1.1.3) car elle provient des analyses présentées en 2005 [78], alors que la valeur actuelle est celle de la combinaison des analyses  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  et  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$  de 2006. Aucun résultat n'a été donné en 2006 pour  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  (Sec. 5.3.6).

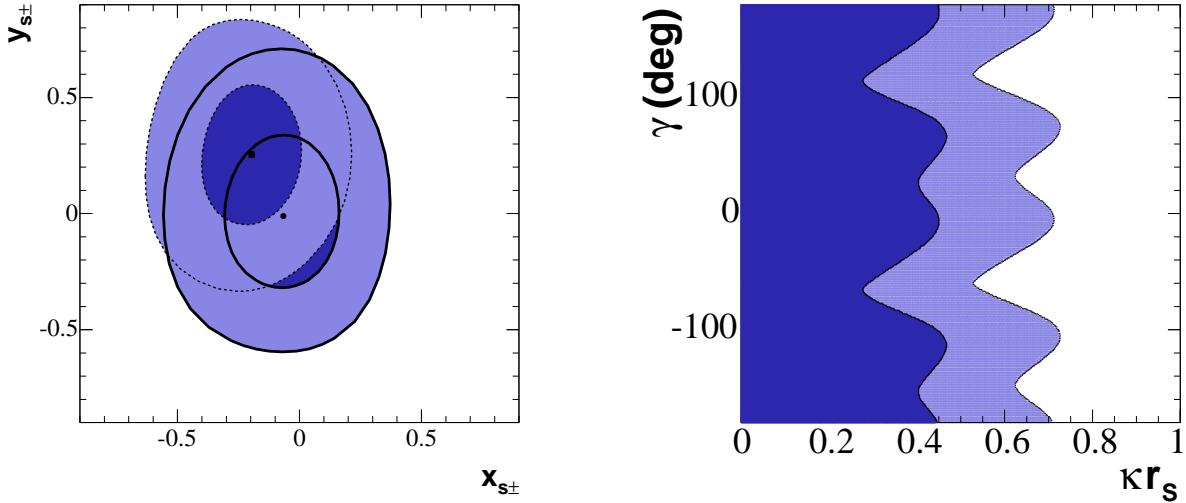


FIG. 5.39 – Régions pour lesquelles le niveau de confiance évalué lors de l'interprétation fréquentiste des coordonnées cartésiennes en terme des coordonnées polaires, est supérieur à  $1\sigma$  (bleu foncé) et à  $2\sigma$  (bleu clair). Le contenu en probabilité de la zone bleue foncée (bleue claire) est de 39.3% (86.5% respectivement). La figure de gauche représente le plan  $(x_{s\pm}, y_{s\pm})$ , l'information extraite des  $B^-$  est en traits pleins et celle extraite des  $B^+$  en traits pointillés. La figure de gauche représente le plan  $(kr_s, \gamma)$ . On ne peut exclure aucune valeur de  $\gamma$  avec un niveau de confiance supérieur ou égale à  $1\sigma$ .

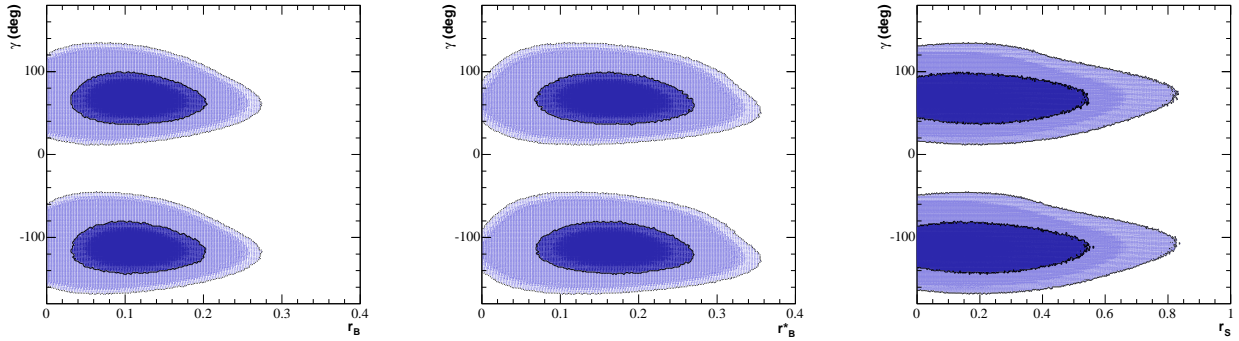


FIG. 5.40 – Régions pour lesquelles le niveau de confiance évalué lors de l'interprétation fréquentiste des coordonnées cartésiennes en terme des coordonnées polaires, est supérieur à  $1\sigma$  (bleu foncé) et à  $2\sigma$  (bleu clair). Le niveau de confiance provient d'une combinaison des résultats pour les analyses  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ ,  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$  et  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ . La figure de gauche représente le plan  $(r_B, \gamma)$  (analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ ), la figure du centre le plan  $(r_B^*, \gamma)$  (analyse  $B^- \rightarrow D^{*0} K^-$ ) et la figure de droite =le plan  $(kr_s, \gamma)$  (analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ ).

## 5.6 Evaluation personnelle des résultats sur les données pour les Runs 1 à 5

Les résultats sur les coordonnées cartésiennes de l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  des Runs 1 à 5 n'ont pas été évalués en 2006 comme nous l'avons vu. J'ai cependant essayé de réaliser l'ajustement avec

mon programme personnel et la sélection qui avait été mise en place pour les présenter dans cette thèse. Les résultats officiels de la collaboration *BABAR* devraient être présentés à l'été 2007 et pourront être différents de ceux que je vais montrer maintenant car la sélection a un peu évolué, la quantité de données est plus importante et la méthode d'ajustement est un peu différente.

Je vais donc présenter dans cette partie mon évaluation personnelle des résultats de l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  avec les données des *Runs* 1 à 5 (soit  $316.3 \text{ fb}^{-1}$ ). Je montrerai également que la méthode d'ajustement qui consiste à laisser le paramètre  $r_s^2$  libre ne semble pas correcte (Sec. 4.4.5).

### 5.6.1 Méthode d'ajustement des paramètres $CP$

Pour mon évaluation, j'utilise les résultats de la sélection présentés précédemment et les paramètres des fonctions de densité de probabilité évaluées pour l'ajustement préliminaire des nombres d'événements (Sec. 5.3.2). J'ai réitéré la validation de la procédure d'ajustement avec mon programme.

L'approche utilisée dans l'analyse de 2005 est d'ajuster 5 paramètres en plus des nombres d'événements sur les données : les 4 coordonnées cartésiennes et le paramètre libre  $r_s^2$ . En considérant les nombres d'événements obtenus lors de l'ajustement préliminaire, j'ai donc construit les distributions des *pulls* de ces 5 paramètres en prenant des valeurs pour les coordonnées cartésiennes qui correspondent à  $kr_s = 0.1$ ,  $\gamma = 60^\circ$  et  $\delta_s = -35^\circ$ . Les distributions des *pulls* pour les coordonnées cartésiennes et pour  $r_s^2$  sont représentées sur les figures 5.41 et 5.42 respectivement. On peut voir également sur la figure 5.42 les distributions de la valeur ajustée de  $r_s^2$  et de son incertitude.

On voit sur les distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes qu'elles sont biaisées comme je l'avais déjà fait remarqué précédemment dans la section 5.3.6. Les biais peuvent être très importants pour certains paramètres. L'incertitude mesurée est trop petite quel que soit le paramètre ajusté car les distributions des *pulls* ont toutes une largeur supérieure à 1. De plus on voit que la distribution des *pulls* de  $r_s^2$  n'est pas gaussienne, le résultat de l'ajustement par une fonction gaussienne est particulièrement mauvais (Fig. 5.42). Lors de l'ajustement, on autorise  $r_s^2$  à être négatif pour ne pas biaiser le résultat, ceci n'est mathématiquement pas possible et engendre cette distorsion de la distribution.

Au regard de ces résultats pour les distributions des *pulls*, j'ai décidé de tester l'autre méthode proposée pour mesurer les coordonnées cartésiennes. J'ai donc construit les nouvelles distributions des *pulls* obtenues avec cette méthode où on ajuste les 4 coordonnées cartésiennes en fixant le paramètre  $k$  à une valeur évaluée grâce au Dalitz du  $B$  ( $B^- \rightarrow D^0 K_S \pi^-$ ). Je n'ai pas directement évalué le paramètre  $k$  mais j'ai choisi de faire l'approximation qu'on pouvait utiliser la même valeur que dans le cas du Dalitz  $B^0 \rightarrow D^0 K^+ \pi^-$  décrit dans le prochain chapitre (Chap. 6), soit  $k = 0.95$ . Les résonances que l'on considérerait pour le diagramme de Dalitz d'un méson  $B$  chargé sont les mêmes que pour un méson  $B$  neutre, à l'exception du  $D_{s,2}(2573)$  qui n'interfère cependant pas dans la zone du  $K^*(892)$ . En considérant les mêmes valeurs de génération pour  $\gamma$ ,  $kr_s$  et  $\delta_s$  que précédemment, on obtient les distributions des *pulls* de la figure 5.43.

Les distributions des *pulls* sont bien plus satisfaisantes avec la deuxième méthode qu'avec la première. Le tableau 5.22 permet de comparer les biais obtenus pour chacune des deux méthodes, on voit une réduction notable des biais avec la seconde même s'ils ne disparaissent pas complètement. Les incertitudes sont légèrement surévaluées avec la seconde méthode mais elles n'en restent cependant pas moins meilleures que celles obtenues avec la première méthode, en effet les distributions des *pulls* ont une largeur plus proche de 1.

La deuxième méthode permet d'obtenir un ajustement qui se comporte correctement, je l'utilise donc pour faire mon évaluation personnelle des résultats sur les *Runs* 1 à 5.

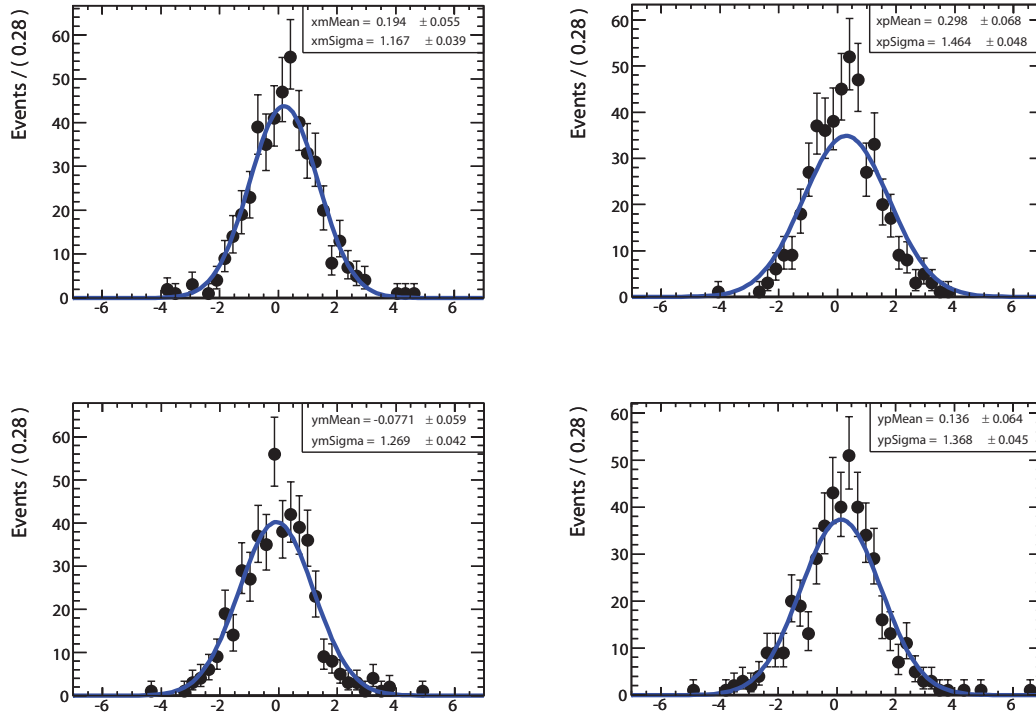


FIG. 5.41 – Distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes :  $x_{s-}$  (en haut à gauche),  $x_{s+}$  (en haut à droite),  $y_{s-}$  (en bas à gauche) et  $y_{s+}$  (en bas à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 500 lots d'événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité totale. Les nombres d'événements dans chaque catégorie sont distribués suivant une loi de Poisson autour de leur valeur mesurée lors de l'ajustement préliminaire des données. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $kr_s = 0.1$ .

Méthode 1 ( $r_s^2$ libre)	$x_{s-}$	$x_{s+}$	$y_{s-}$	$y_{s+}$
$\mu_{pull}$	$0.194 \pm 0.055$	$0.298 \pm 0.068$	$-0.077 \pm 0.059$	$0.136 \pm 0.064$
$\sigma_{pull}$	$1.167 \pm 0.039$	$1.464 \pm 0.048$	$1.269 \pm 0.042$	$1.368 \pm 0.045$
Méthode 2 ( $k$ fixé)	$x_{s-}$	$x_{s+}$	$y_{s-}$	$y_{s+}$
$\mu_{pull}$	$0.081 \pm 0.041$	$-0.038 \pm 0.041$	$0.056 \pm 0.043$	$-0.002 \pm 0.048$
$\sigma_{pull}$	$0.921 \pm 0.029$	$0.912 \pm 0.029$	$0.959 \pm 0.031$	$1.058 \pm 0.034$

TAB. 5.22 – Moyennes et largeurs des distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes obtenues par un ajustement par une fonction gaussienne. Les deux méthodes d'ajustement sont décrites dans la section 4.4.5, la méthode 1 utilise un paramètre libre supplémentaire  $r_s^2$  et la méthode 2 utilise une valeur fixée du paramètre  $k$ .

### 5.6.2 Résultats de l'ajustement

Dans l'ajustement final,  $k$  est fixé à 0.95. Les résultats obtenus pour les coordonnées cartésiennes sont résumés dans le tableau 5.23. La figure 5.44 montre les projections de l'ajustement sur les masses invariantes carrées  $m_-^2$  et  $m_+^2$ . Le nombre d'événements de signal mesuré,  $70 \pm 10$ , est en parfait accord avec la prévision issue du Monte Carlo signal (Sec. 5.2.5) et l'ajustement préliminaire (Tab. 5.10).

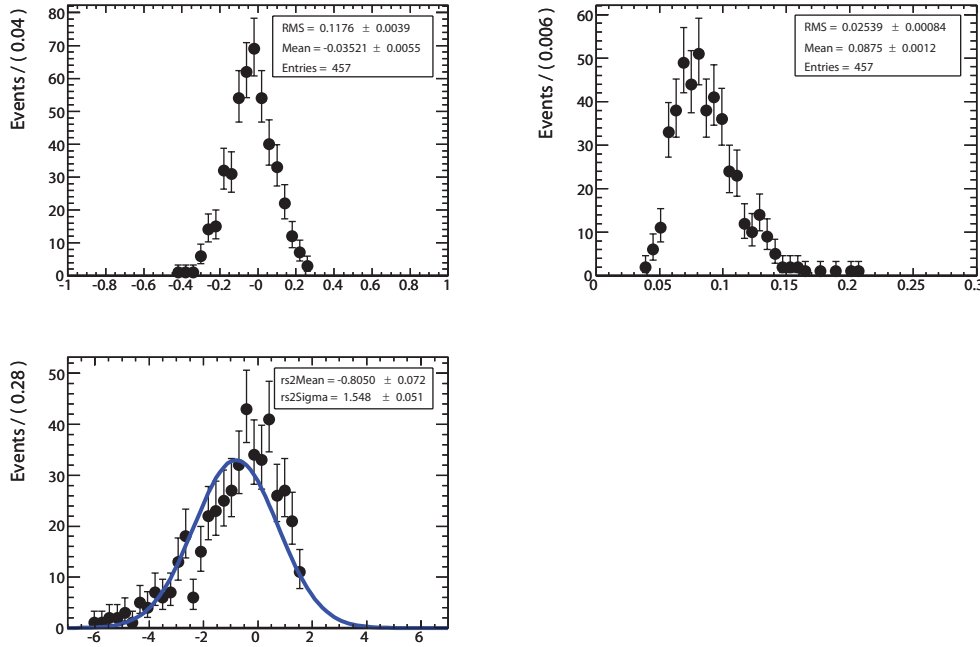


FIG. 5.42 – Distributions du résidu (en haut à gauche), de l'incertitude (en haut à droite) et du  $pull$  (en bas à gauche) de  $r_s^2$  obtenues lors de l'ajustement de 500 lots d'événements Monte Carlo simulés grâce à la fonction de densité de probabilité totale. Les nombres d'événements dans chaque catégorie sont distribués suivant une loi de Poisson autour de leur valeur mesurée lors de l'ajustement préliminaire des données. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $kr_s = 0.1$ .

En comparant les résultats du tableau 5.23 à ceux de l'analyse de 2005 (Sec. 5.4.4), on peut voir que l'accord n'est pas parfait. La différence majeure entre ces deux analyses est au niveau de la reconstruction des événements qui a complètement été revue en 2006. La figure 5.45 montre la projection sur les masses invariantes carrées  $m_-^2$  et  $m_+^2$  des données *Runs* 1 à 4 pour l'analyse de 2005 et celle de 2006. On voit que les distributions présentent des différences qui expliquent l'écart entre les résultats sur les coordonnées cartésiennes d'une version de l'analyse à l'autre.

Observable	Valeur ajustée
$x_{s-}$	$0.066 \pm 0.171$
$y_{s-}$	$0.310 \pm 0.154$
$x_{s+}$	$-0.168 \pm 0.156$
$y_{s+}$	$0.286 \pm 0.167$

TAB. 5.23 – Résultats personnels de l'ajustement des paramètres  $CP$  sur les données des *Runs* 1 à 5. L'incertitude est uniquement statistique.

A partir d'une interprétation fréquentiste de type Feldman-Cousins [80], j'ai construit les niveaux de confiance pour  $\gamma$  et  $kr_s$  à partir du résultat en terme des coordonnées cartésiennes. La figure 5.46 montre ces deux niveaux de confiance. Je mesure alors à  $\pi$  près :

$$\gamma = (23 \pm 25)^\circ,$$



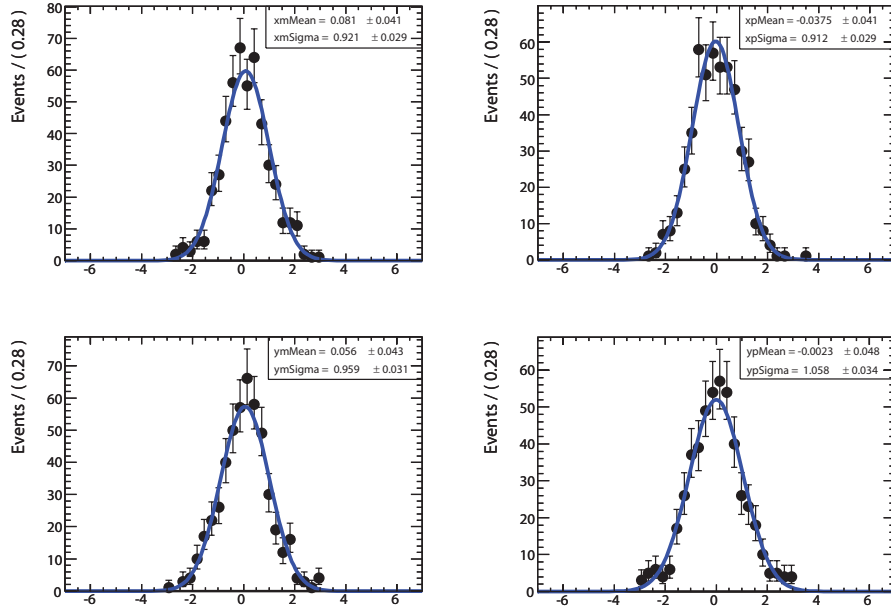


FIG. 5.43 – Distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes :  $x_{s-}$  (en haut à gauche),  $x_{s+}$  (en haut à droite),  $y_{s-}$  (en bas à gauche) et  $y_{s+}$  (en bas à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 500 lots d'événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité totale. Les nombres d'événements dans chaque catégorie sont distribués suivant une loi de Poisson autour de leur valeur mesurée lors de l'ajustement préliminaire des données. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $kr_s = 0.1$ .  $k$  à 0.95 est fixé lors de l'ajustement.

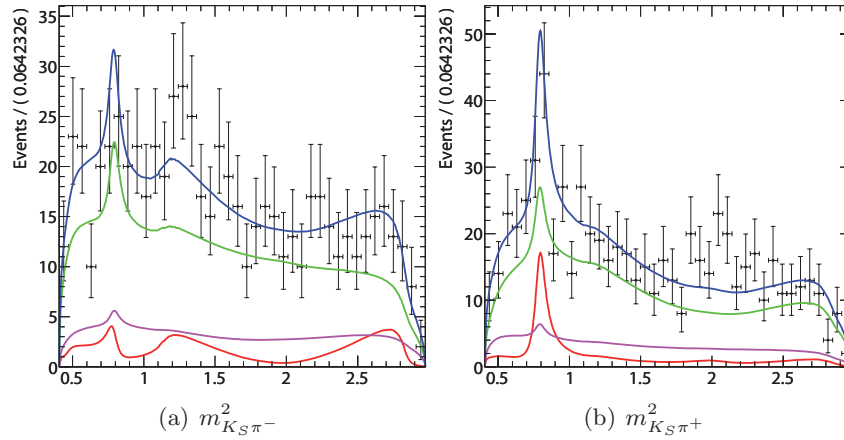


FIG. 5.44 – Projections sur les masses invariantes carrées  $m_-^2$  et  $m_+^2$  du résultat de mon ajustement personnel des données *Runs* 1 à 5. Pour les données, les masses invariantes pour un  $B^-$  sont inversées par rapport à celle d'un  $B^+$ , on a ainsi une superposition des résonances équivalentes d'un cas à l'autre sur un même axe.

$$r_s = 0.34 \pm 0.12,$$

en considérant toujours  $k = 0.95$ .

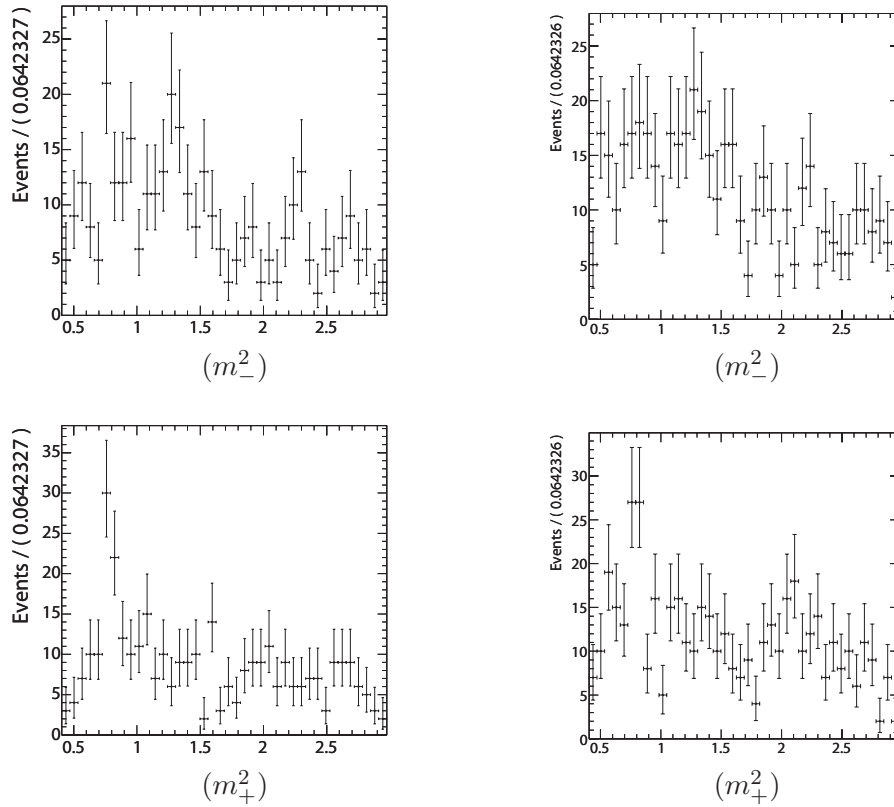


FIG. 5.45 – Comparaison des distributions des masses invariantes carrées  $m_-^2$  et  $m_+^2$  de l'analyse réalisée en 2005 et celle réalisée en 2006. Pour cette seconde, les événements du *Runs 5* sont coupés pour obtenir des distributions comparables. Les diagrammes de gauche correspondent à l'analyse de 2005 et ceux de droite à celle de 2006.

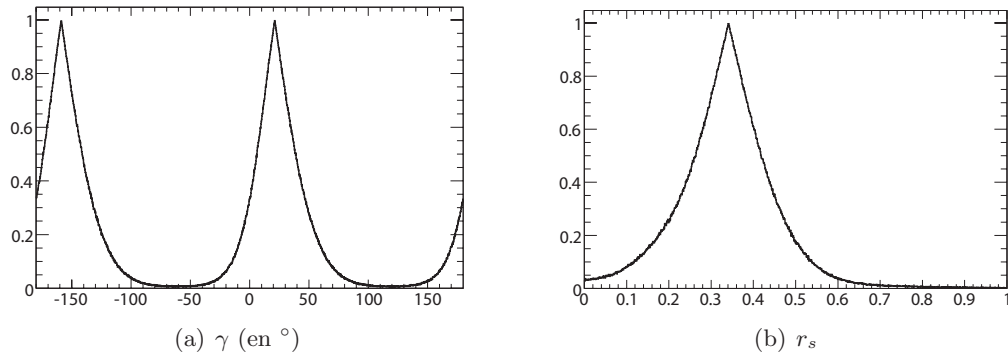


FIG. 5.46 – Niveaux de confiance obtenus pour une interprétation fréquentiste des coordonnées cartésiennes en terme des coordonnées polaires. (a) Niveau de confiance de  $\gamma$ . (b) Niveau de confiance de  $r_s$ .  $k$  est fixé à 0.95 lors de l'interprétation.

## Chapitre 6

# Étude Monte Carlo du mode $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$

La sensibilité de la mesure de  $\gamma$  est directement liée à la valeur du paramètre  $r_s \simeq \frac{|A_{ub}|}{|A_{cb}|}$  (Sec. 4.4.3). Pour le canal  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ , l'amplitude  $V_{cb}$  et l'amplitude  $V_{ub}$  sont supprimées de couleur et on s'attend à mesurer  $r_s$  de l'ordre de 0.4. Une analyse de ce canal où les  $D^0$  se désintègrent dans des modes de saveur, a permis de mettre une limite sur  $r_s$  [81] :  $r_s < 0.4$  à 90% de niveau de confiance.

Ce canal de désintégration est auto-étiquetant car la charge du kaon issu du  $K^{*0}$  permet de déterminer directement la saveur du méson  $B$  qui s'est désintégré (Fig. 4.2). On n'a pas besoin de réaliser une analyse dépendante du temps.

Je décris dans ce chapitre une étude menée sur le canal de désintégration  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  où le  $D^0$  se désintègre en  $K_S \pi \pi$ . Elle porte sur de nombreux lots d'événements Monte Carlo simulés à partir de la fonction de densité de probabilité utilisée pour la mesure de  $\gamma$ . Je l'ai menée en parallèle de l'analyse BABAR de ce mode [82], j'utilise donc certains résultats de cette analyse pour choisir les nombres d'événements Monte Carlo simulés. Le travail porte sur deux points : la compréhension du comportement de l'ajustement pour la statistique actuelle des données et l'extrapolation pour une statistique bien plus importante. Je finirai par décrire une méthode pour estimer le paramètre  $k$  (Sec. 4.4.2) à partir du Dalitz  $B^0 \rightarrow D^0 K^+ \pi^-$ .

### 6.1 Etude des *pulls* des paramètres de l'analyse

L'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  est très similaire à l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  au niveau de la reconstruction, de la sélection et de la fonction de densité de probabilité utilisée pour l'ajustement des données. Les détails n'ont aucune influence sur l'étude Monte Carlo que je vais décrire, donc je n'en parlerai pas. Le seul point important est le nombre d'événements que l'on mesure sur les données ( $353 \text{ fb}^{-1}$ ), ils sont résumés dans le tableau 6.1.

#### 6.1.1 Fonction densité de probabilité

La mesure des paramètres  $CP$  est réalisée par un ajustement par maximum de vraisemblance. La fonction de vraisemblance a l'expression suivante :

$$\mathcal{L} = \frac{e^{-\eta} \eta^N}{N!} \prod_{j=1}^N \mathcal{P}(j), \quad (6.1)$$

Nombre d'événements	Valeur mesurée
$N_{Sig}$	$39 \pm 9$
$N_{Cont}$	$1772 \pm 48$
$N_{B\bar{B}}$	$231 \pm 28$

TAB. 6.1 – Résultats sur les nombres d'événements mesurés lors de l'analyse *BABAR* du mode  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ . Comme pour l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ , on considère deux catégories de bruit de fond et le signal.

où  $\mathcal{P}(j)$  est la fonction de densité de probabilité donnée par la formule 6.2,  $N$  le nombre total d'événements observés et  $\eta$  le nombre attendu de ces événements suivant une statistique de Poisson. Pour chaque composante, la fonction de densité de probabilité est le produit d'une fonction des variables discriminantes de l'analyse  $\{\theta_j\}$  et de la fonction de densité de probabilité du modèle de Dalitz :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P} = & N_{Sig} \mathcal{P}_{Sig}(\{\theta_j\}) \mathcal{P}_{Sig}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + \\
& N_{Cont} \mathcal{P}_{Cont}(\{\theta_j\}) \left[ (1 - R_{Cont}) \mathcal{P}_{Cont}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + \right. \\
& \quad \left. R_{Cont} \left( R_{Cont}^{WS} \mathcal{P}_{Cont}^{WS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + (1 - R_{Cont}^{WS}) \mathcal{P}_{Cont}^{RS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) \right) \right] + \\
& N_{B\bar{B}} \mathcal{P}_{B\bar{B}}(\{\theta_j\}) \left[ (1 - R_{B\bar{B}}) \mathcal{P}_{B\bar{B}}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + \right. \\
& \quad \left. R_{B\bar{B}} \left( R_{B\bar{B}}^{WS} \mathcal{P}_{B\bar{B}}^{WS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + (1 - R_{B\bar{B}}^{WS}) \mathcal{P}_{B\bar{B}}^{RS}(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) \right) \right], \tag{6.2}
\end{aligned}$$

où :

- $N_i$  est le nombre d'événements de la catégorie  $i$ ,
- $R_i$  est la fraction d'événements contenant un vrai  $D^0$  dans la composante  $i$  du bruit de fond,
- $R_i^{WS}$  est la fraction d'événements contenant un vrai  $D^0$  avec la corrélation *wrong sign* dans la composante  $i$  du bruit de fond.

La fonction de densité de probabilité du modèle de Dalitz pour le signal est la même que celle de l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  si on néglige les effets dûs à l'efficacité de reconstruction expérimentale. Elle est donnée dans la section 4.4. On a choisi d'utiliser la normalisation séparée (Sec. 4.4.6) pour l'étude Monte Carlo. Pour certains tests, seule la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour le signal est utilisée.

### 6.1.2 Choix des paramètres $CP$

Comme nous l'avons vu, l'analyse est très similaire à l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  (Chap. 5) et plus généralement aux analyses  $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$ . Par conséquent, quand elle a débuté en 2006, on pensait maîtriser correctement l'ajustement des paramètres  $CP$  en utilisant les fonctions de densité de probabilité décrites dans la section 4.4. Aucun problème n'avait été détecté jusque-là. Cependant la situation est un peu particulière pour l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ , le nombre d'événements de signal avec la luminosité disponible auprès de la collaboration *BABAR*, est très faible. On est alors dans un régime où l'on ne peut pas supposer que la distribution des incertitudes obtenues en répétant plusieurs fois l'expérience, serait gaussienne. Ce faible nombre d'événements pose de nombreux problèmes comme nous allons le voir.

### 6.1.2.1 Coordonnées cartésiennes

Dans la section 4.4.5, nous avons vu qu'utiliser les coordonnées cartésiennes  $(x_{\pm}, y_{\pm})$  permet de s'affranchir du problème de linéarité observé pour les coordonnées polaires (Sec. 4.4.4). Afin de valider la procédure d'ajustement, une étude sur de nombreux lots d'événements générés à partir de la fonction de densité de probabilité du modèle de Dalitz pour le signal, est menée. On trace les distributions du *pull* des coordonnées cartésiennes obtenu lors de leur ajustement sur l'ensemble de ces lots d'événements. On a choisi les coordonnées cartésiennes générées de telle sorte que  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$ ,  $r_s = 0.4$  et  $k = 1$ . Les résultats de cette étude sont reportés sur la figure 6.1 pour 1000 lots de 36 événements de signal seul ( $18 B^0$  et  $18 \bar{B}^0$ ).

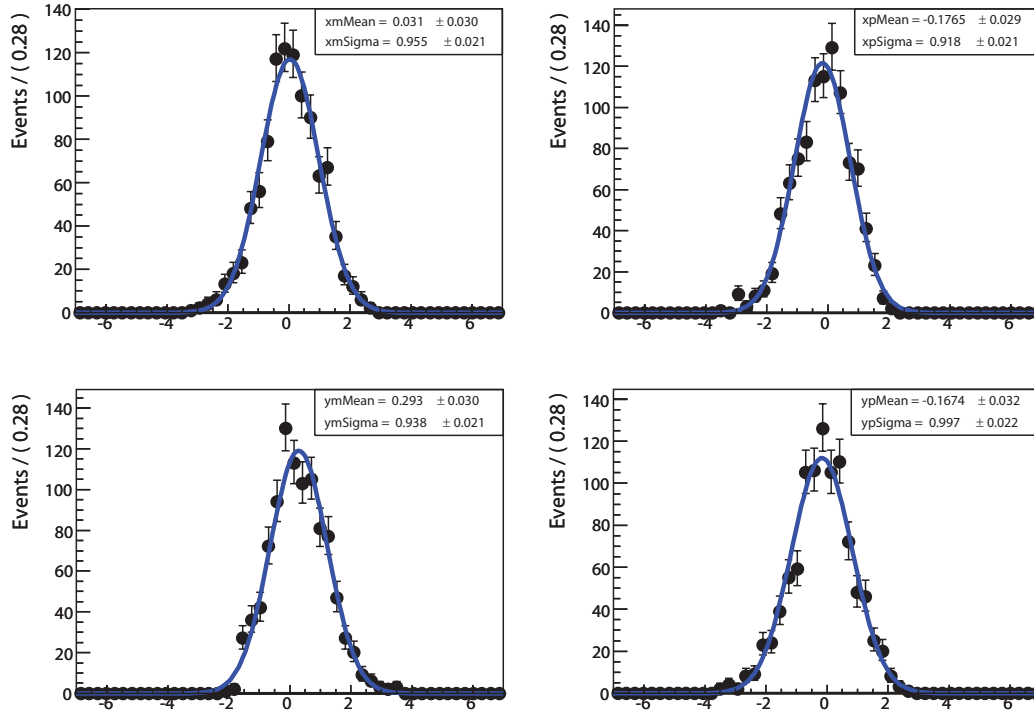


FIG. 6.1 – Distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes :  $x_{s-}$  (en haut à gauche),  $x_{s+}$  (en haut à droite),  $y_{s-}$  (en bas à gauche) et  $y_{s+}$  (en bas à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 1000 lots de 36 événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour le signal. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $r_s = 0.4$ .  $k$  est fixé à 1 lors des ajustements. Les courbes bleues représentent l'ajustement par une fonction gaussienne des distributions.

On peut voir sur ces distributions que les distributions des *pulls* ne sont pas centrées en 0. Pour certains paramètres, un biais important est même visible (par exemple,  $\mu_{pull}(y_{s-}) = 0.293 \pm 0.030$ ). La largeur des distributions des *pulls* n'est pas compatible avec 1 ( $\sigma_{pull}(y_{s-}) = 0.938 \pm 0.021$ ). On peut se satisfaire d'un biais en ajoutant une erreur systématique qui en tient compte. Cependant il est très difficile de prédire le biais que l'on a pour une configuration donnée. En effet, en refaisant la même étude Monte Carlo, mais en choisissant des valeurs différentes de  $\gamma$  et  $\delta_s$ , les biais obtenus sont différents.

Pour utiliser les coordonnées cartésiennes, il faudrait donc évaluer l'ensemble des biais possibles en faisant varier les valeurs mesurées sur les données de leur incertitude, et ainsi calculer l'erreur

systématique associée. Les incertitudes sont elles aussi, mal déterminées car les largeurs des *pulls* ne sont pas toujours compatibles avec 1, une erreur systématique devrait donc être calculée pour en tenir compte. Il faut ajouter que dans ce test, aucun bruit de fond n'est inclus. Le biais empire en fait si on en ajoute comme le montre la figure 6.2. Au final, il a été décidé de ne pas utiliser les coordonnées cartésiennes mais plutôt les coordonnées polaires.

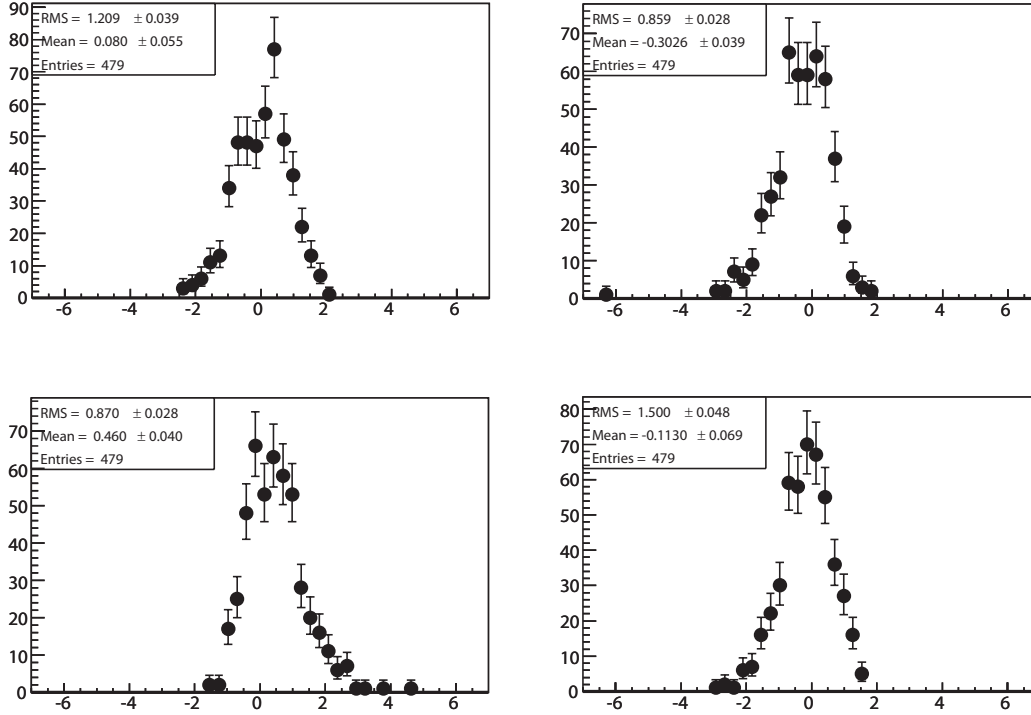


FIG. 6.2 – Distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes :  $x_{s-}$  (en haut à gauche),  $x_{s+}$  (en haut à droite),  $y_{s-}$  (en bas à gauche) et  $y_{s+}$  (en bas à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 500 lots d'événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité totale. Les nombres d'événements dans chaque catégorie sont distribués suivant une loi de Poisson autour de leur valeur mesurée lors de l'ajustement des données. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $r_s = 0.4$ .  $k$  est fixé à 1 lors des ajustements.

### 6.1.2.2 Pourquoi le problème n'apparaissait pas dans les analyses $B^- \rightarrow D^{(*)0} K^{(*)-}$ ?

Il semble étonnant en effet que ce problème n'ait pas été mis en évidence lors des analyses précédentes qui utilisaient une fonction de densité de probabilité tout à fait similaire. Le point crucial est en fait le nombre d'événements de signal disponibles. Dans l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ , avec la luminosité intégrée des *Runs* 1 à 4, on trouve environ 300 événements de signal. Si on refait la même étude que précédemment mais avec 300 événements de signal au lieu de 36 et  $r_s = 0.1$ , les biais disparaissent comme le montre la figure 6.3. Les biais sont directement liés au nombre d'événements de signal, l'explication la plus probable est qu'ils sont dûs au caractère non gaussien des distributions avec des petits nombres d'événements. Les largeurs sont également toutes compatibles avec 1. Il n'y avait donc pas de problème pour l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  au moment où elle a été réalisée car la statistique était assez importante.

Cependant pour l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ , le nombre d'événements de signal reste assez faible

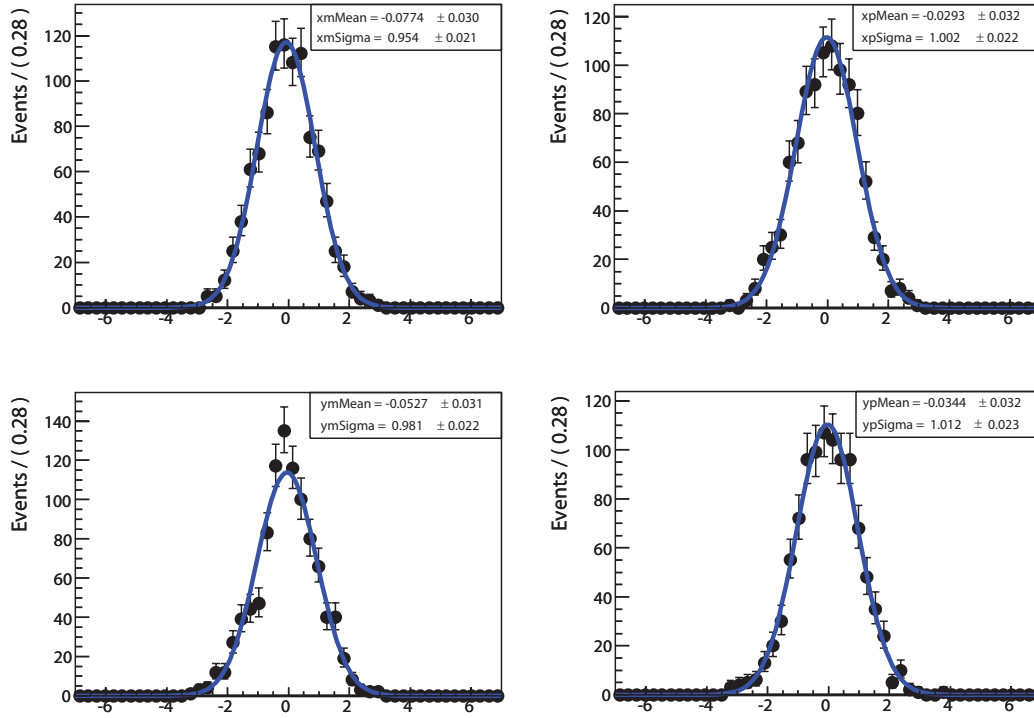


FIG. 6.3 – Distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes :  $x_{s-}$  (en haut à gauche),  $x_{s+}$  (en haut à droite),  $y_{s-}$  (en bas à gauche) et  $y_{s+}$  (en bas à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 1000 lots de 300 événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour le signal. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $r_s = 0.1$ . Les courbes bleues représentent l’ajustement par une fonction gaussienne des distributions.

(Sec. 5.4.1) :  $42 \pm 8$  événements mesurés lors de l’ajustement final. Le problème était donc très certainement présent. Les *pulls* réalisés à ce moment là le montrent d’ailleurs (Fig. 5.28), mais l’effet est visiblement moins marqué pour les valeurs des coordonnées cartésiennes choisies au moment de la génération, ce qui expliquerait que personne ne l’ait remarqué. J’ai commencé à écrire mon programme d’ajustement juste après la fin de l’analyse des *Runs* 1 à 4 du canal  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  et c’est en l’utilisant pour l’analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  que l’on a enfin découvert ces biais.

### 6.1.2.3 Coordonnées polaires

Les coordonnées polaires sont aussi affectées par le manque d’événements de signal dans l’analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ . Les distributions des *pulls* des coordonnées polaires sont représentés sur la figure 6.4 pour 500 lots de 30 événements de signal seul. Les ajustements sont réalisés en fixant  $k$  à 1 et en laissant libre  $r_s$ ,  $\gamma$  et  $\delta_s$ . On génère toujours les lots d’événements avec  $r_s = 0.4$ ,  $\gamma = 60^\circ$  et  $\delta_s = -35^\circ$  comme dans le cas des coordonnées cartésiennes.

On voit apparaître sur la distribution du *pull* de  $r_s$  le problème de linéarité (Sec. 4.4.5). En effet  $r_s$  est systématiquement biaisé vers des valeurs plus grandes que la valeur générée. La valeur moyenne ajustée est ici de  $0.440 \pm 0.006$ . On s’attend cependant qu’avec une valeur grande de  $r_s$ , l’effet de non-linéarité soit limité. Le biais sur  $r_s$  et le faible nombre d’événements ne semblent pas avoir d’impact sur la valeur centrale des deux angles  $\gamma$  et  $\delta_s$ . La valeur moyenne ajustée pour  $\gamma$

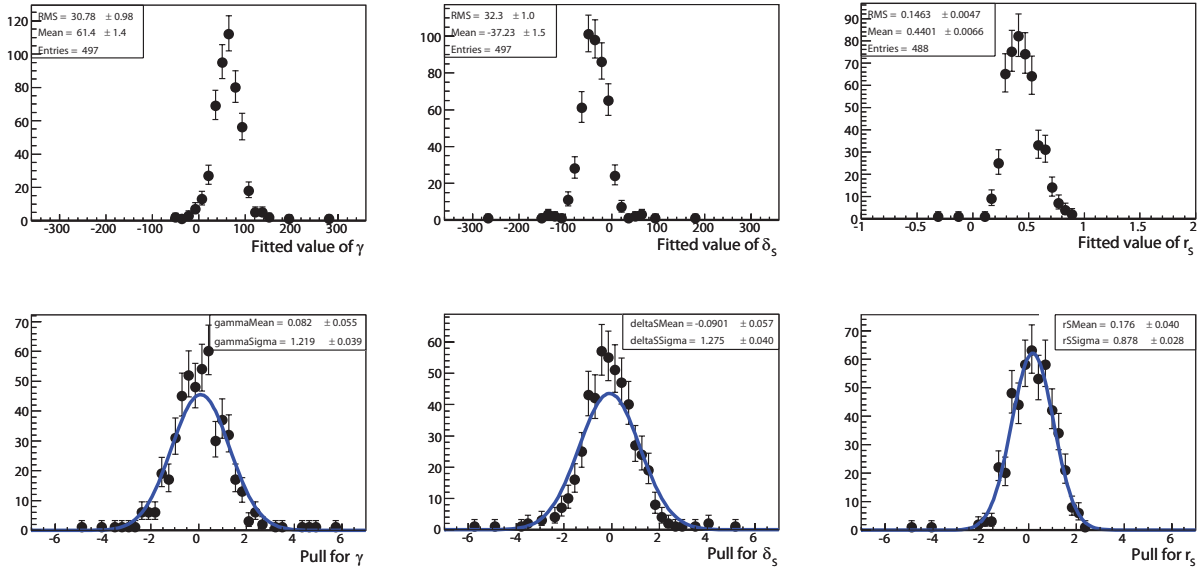


FIG. 6.4 – Distributions des valeurs ajustées (en haut) et des *pulls* (en bas) des coordonnées polaires :  $\gamma$  (à gauche),  $\delta_s$  (au centre) et  $r_s$  (à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 500 lots de 30 événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour le signal. Lors de la génération, les coordonnées polaires sont fixées à :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $r_s = 0.4$ .  $k$  est fixé à 1 lors des ajustements. Les courbes bleues représentent l'ajustement par une fonction gaussienne des distributions des *pulls*.

(pour  $\delta_s$ ) est  $(61.4 \pm 1.4)^\circ$   $((-37.2 \pm 1.5)^\circ$  respectivement). En revanche la largeur des distributions du *pull* pour les angles est très différente de 1. La mesure dans le système des coordonnées polaires est donc réalisable, il faut ajouter une erreur systématique pour tenir compte de la sous-évaluation des incertitudes sur les angles.

Le résultat de l'étude des distributions des *pulls* avec le bruit de fond est détaillée sur la figure 6.5. L'ajout du bruit de fond détériore énormément la mesure. L'effet de non-linéarité est amplifié et les distributions des valeurs ajustées sont visiblement non-gaussiennes. La figure 6.6 montre qu'en fait l'ajustement de  $r_s$  n'est pas uniquement affecté par le problème de linéarité mais également par un problème lié à la statistique, comme pour les coordonnées cartésiennes. Il est dans ce cas difficile d'évaluer l'erreur systématique à associer à chaque paramètre. On a donc décidé de présenter le résultat sous forme d'un balayage de la fonction de vraisemblance en fonction des coordonnées polaires. Ce balayage peut être ensuite directement intégré dans les programmes qui réalisent les ajustements globaux du sommet du Triangle d'Unitarité.

#### 6.1.2.4 Extrapolation pour le futur

Comme nous l'avons vu le problème majeur de cette analyse à l'heure actuelle est le manque de statistique disponible auprès de *BABAR*. Si le nombre d'événements de signal était plus important, on pourrait réaliser l'analyse sans souci aussi bien en coordonnées cartésiennes qu'en coordonnées polaires.

En coordonnées cartésiennes, le biais diminue sensiblement avec 100 événements de signal seul (Fig. 6.7) et disparaît avec 300 (Fig. 6.8). 100 événements correspondent à  $1 \text{ ab}^{-1}$  de données, c'est un peu plus que ce que la collaboration *BABAR* espère enregistrer d'ici à la fin de la prise de données.

L'analyse semble réalisable directement en coordonnées polaires avec 10 fois la statistique ac-



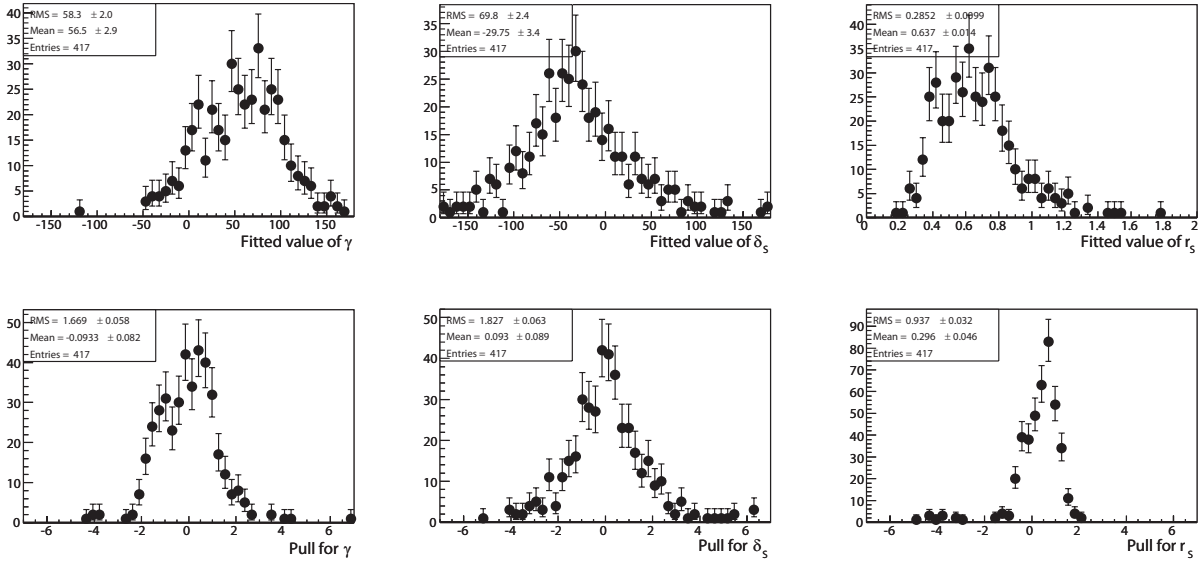


FIG. 6.5 – Distributions des valeurs ajustées (en haut) et des *pulls* (en bas) des coordonnées polaires :  $\gamma$  (à gauche),  $\delta_s$  (au centre) et  $r_s$  (à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 500 lots d'événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité totale. Les nombres d'événements dans chaque catégorie sont distribués suivant une loi de Poisson autour de leur valeur mesurée lors de l'ajustement des données. Lors de la génération, les coordonnées polaires sont fixées à :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $r_s = 0.4$ .  $k$  est fixé à 1 lors des ajustements.

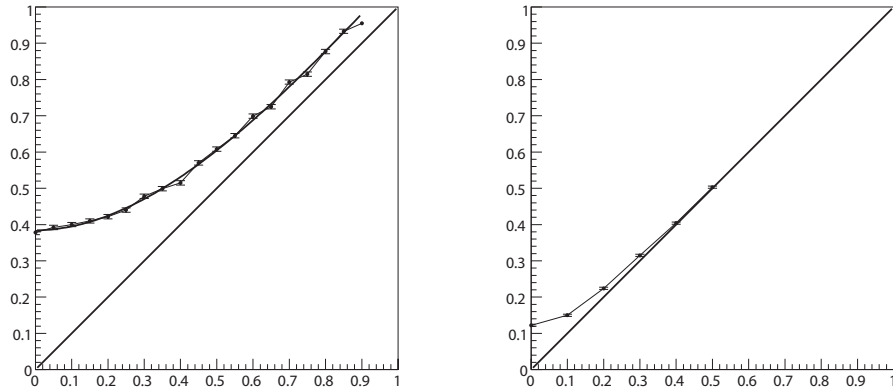


FIG. 6.6 – Evolutions de la valeur ajustée de  $r_s$  en fonction de sa valeur générée lors de l'étude des *pulls*. Le point représente la valeur centrale de la distribution du *pull* et les barres d'erreur, l'erreur statistique sur cette valeur. La courbe de gauche correspond à des *pulls* dans lesquels le nombre d'événements générés est égale à celui mesuré lors de l'ajustement des données. La courbe de droite correspond à des *pulls* où les nombres d'événements générés ont été multipliés par 10 par rapport aux précédents. Le problème de linéarité est clairement visible mais un effet de décalage supplémentaire apparaît également quand la statistique est faible. De plus la non-linéarité semble plus marquée s'il y a peu d'événements.

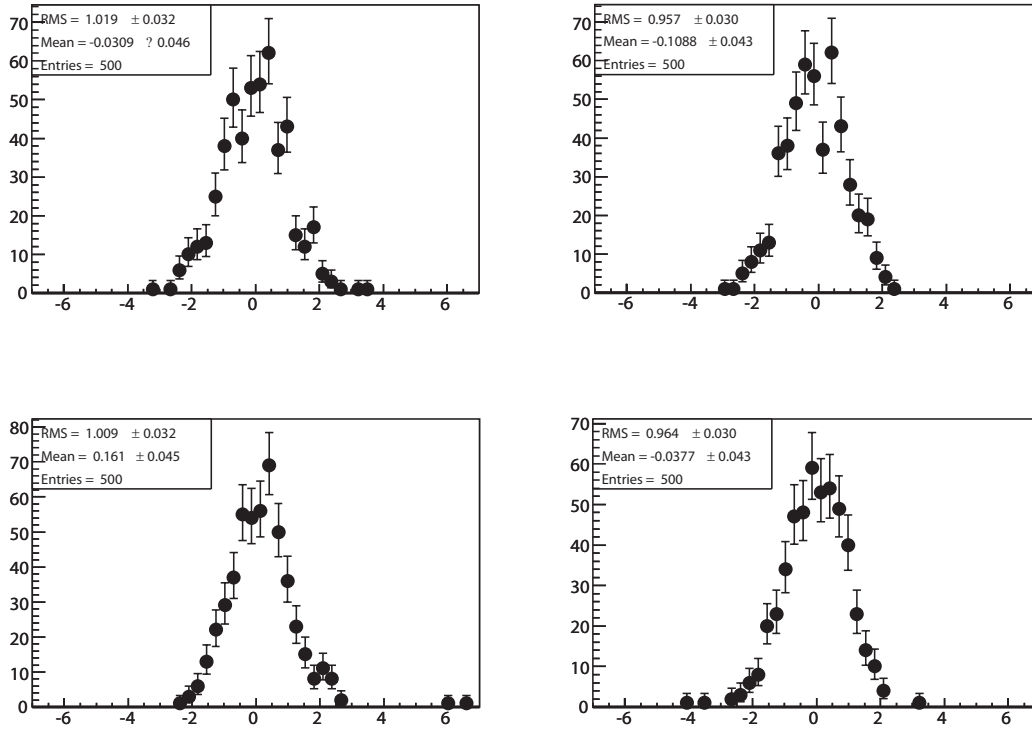


FIG. 6.7 – Distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes :  $x_{s-}$  (en haut à gauche),  $x_{s+}$  (en haut à droite),  $y_{s-}$  (en bas à gauche) et  $y_{s+}$  (en bas à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 1000 lots de 100 événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour le signal. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $r_s = 0.4$ .

tuelle. Les quantités physiques sont dans ce cas directement mesurées, il n'y a pas besoin d'interprétation statistique comme pour les coordonnées cartésiennes. La figure 6.6 montre qu'à la fois le problème de statistique n'existe plus (la courbe suit la bissectrice du plan pour des grandes valeurs de  $r_s$ ) et le problème de linéarité est négligeable pour  $r_s = 0.4$ . La valeur réelle de  $r_s$  est d'ailleurs cruciale, on voit par exemple que si  $r_s$  ne vaut que 0.3, le problème de linéarité réapparaît. 0.4 correspond à la limite supérieure à 90% de niveau de confiance mesurée dans *BABAR*,  $r_s$  est donc probablement plus petit.

## 6.2 Mesure de $k$ grâce au diagramme de Dalitz $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^+ \pi^-$

L'ensemble de l'étude Monte Carlo de la fonction de densité de probabilité suppose que  $k = 1$ , mais comme nous l'avons vu dans la section 4.4.2,  $k = 1$  dans la limite de la désintégration  $B \rightarrow D^0 K$ . Je vais décrire maintenant une méthode pour évaluer  $k$  à partir d'un modèle pour le diagramme de Dalitz  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^+ \pi^-$ .

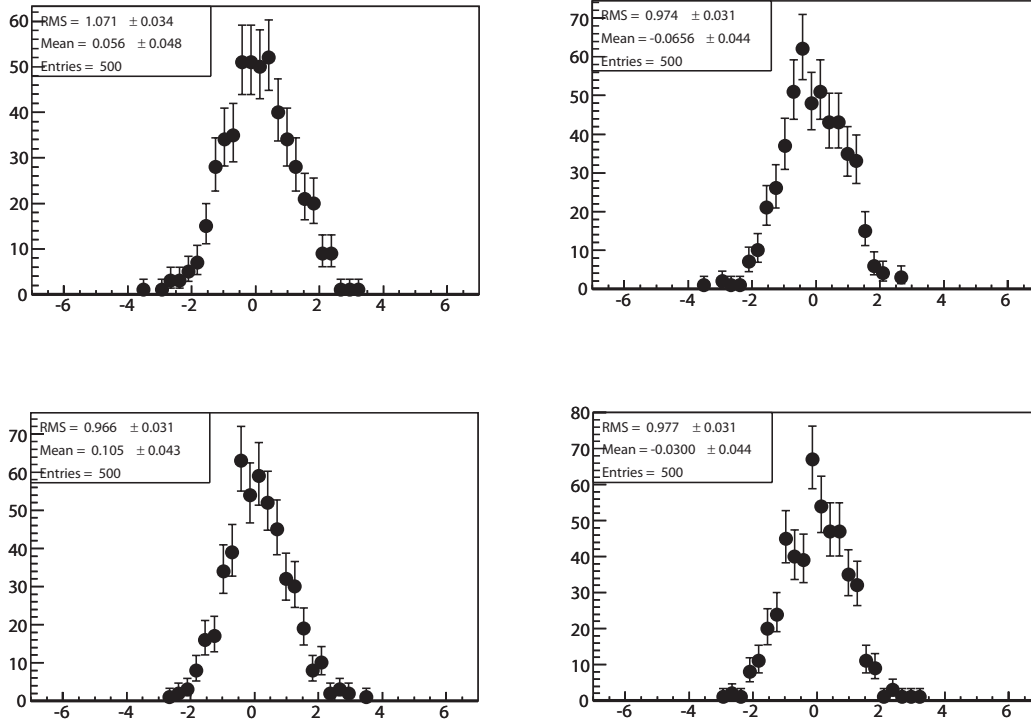


FIG. 6.8 – Distributions des *pulls* des coordonnées cartésiennes :  $x_{s-}$  (en haut à gauche),  $x_{s+}$  (en haut à droite),  $y_{s-}$  (en bas à gauche) et  $y_{s+}$  (en bas à droite). Les distributions sont obtenues à partir de 1000 lots de 300 événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité du Dalitz pour le signal. Lors de la génération, les coordonnées cartésiennes sont fixées à partir des valeurs des coordonnées polaires suivantes :  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\delta_s = -35^\circ$  et  $r_s = 0.4$ .

### 6.2.1 Description de la méthode

Rappelons les expressions de la section 4.4.2 qui permettent d'exprimer  $r_s^2$  et  $ke^{i\delta_s}$  en fonction des amplitudes  $A_u$  et  $A_c$  :

$$r_s^2 = \frac{\int A_{up}^2 dp}{\int A_{cp}^2 dp}, \quad (6.3)$$

$$ke^{i\delta_s} = \frac{\int A_{cp} A_{up} e^{i(\delta_{up} - \delta_{cp})} dp}{\sqrt{\int A_{cp}^2 dp \int A_{up}^2 dp}}, \quad (6.4)$$

où  $p$  est un point de l'espace de phase de  $B^0 \rightarrow D^0 X_s$ . Dans notre cas, nous allons considérer que  $X_s = K^+ \pi^-$  et donc que  $A_{up}$ ,  $A_{cp}$ ,  $\delta_{up}$  et  $\delta_{cp}$  sont les amplitudes et phases associées aux diagrammes  $V_{ub}$  et  $V_{cb}$  respectivement, qui varient sur le plan de Dalitz  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0(D^0)K^+ \pi^-$ . En intégrant sur le plan de Dalitz, on peut donc calculer les valeurs de  $k$  et  $r_s$ . Si on se limite maintenant à une bande de Dalitz correspondant à une coupure de  $\pm 50$  MeV/ $c^2$  autour de la masse nominale du  $K^*(892)^0$ , on obtiendra la valeur de ces deux paramètres pour l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ .

La valeur de  $r_s$  dans la limite  $B \rightarrow D^0 K$  n'est pas connue, il faut donc choisir une valeur arbitraire pour définir le modèle de Dalitz. Nous avons choisi de prendre cette valeur égale à  $x$  ( $\sim 0.4$ ) et uniforme sur le Dalitz, ce qui est équivalent à :

$$A_{up} = x A_{cp}, \forall p \in \mathcal{P}_{Dalitz}. \quad (6.5)$$

En reportant cette expression dans l'équation 6.4, le coefficient  $x$  se simplifie et on voit que  $k$  ne dépend pas du choix arbitraire de la valeur de  $r_s$  dans le cas limite. On peut donc évaluer une valeur de  $k$  sans avoir mesuré  $r_s$  au préalable et fixer  $k$  à cette valeur lors de l'ajustement des paramètres  $CP$  dans l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ . Cette méthode permet d'éviter d'ajouter un paramètre libre supplémentaire ( $r_s^2$ ) en coordonnées cartésiennes comme on l'a fait pour l'analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$  (Sec. 5.3.7), et en coordonnées polaires. Il faut cependant évaluer quelle est l'incertitude sur la détermination de  $k$  par cette méthode et ajouter une erreur systématique au résultat final pour en tenir compte.

### 6.2.2 Modèle de Dalitz $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^+ \pi^-$

Le plan de Dalitz  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^+ \pi^-$  peut être modélisé en terme des résonances suivantes :

- $K^+ \pi^-$  :  $K^*(892)^0$ ,  $K_0^*(1430)^0$ ,  $K_2^*(1430)^0$ ,  $K^*(1680)^0$ .
- $\bar{D}^0 \pi^-$  :  $D_0^*(2308)^-$ ,  $D_2^*(2460)^-$ .
- $\bar{D}^0 K^+$  :  $D_{s,2}(2573)^+$ .

On néglige la résonance  $D_0^*(2010)$  même si elle est dans le plan de Dalitz, car elle est très étroite.

L'amplitude en fonction du point de Dalitz considéré est paramétrée comme une somme d'éléments de matrice de désintégrations à deux corps pour chaque résonance et d'un terme non résonant. L'amplitude s'exprime alors comme :

$$A_{c(u)} e^{i\delta_{c(u)}} = \sum_j a_{jc(u)} e^{i\phi_{jc(u)}} BW_j(s_{12}, s_{13}) + a_{NR} e^{i\phi_{NR}}, \quad (6.6)$$

où  $s_{12}$  et  $s_{13}$  sont les masses invariantes carrées et  $BW_j$  est un terme Breit-Wigner (Sec. 4.2.3) associé à la résonance  $j$ .

Le tableau 6.2 donne les paramètres choisis pour les résonances. Pour une résonance qui peut être atteinte par une transition  $V_{cb}$  et une transition  $V_{ub}$ , le rapport des amplitudes  $a_u/a_c$  est choisi égale à 0.4. Comme certaines résonances ne sont atteintes que par des transitions  $V_{cb}$  ou des transitions  $V_{ub}$ , le coefficient  $x$  de l'équation 6.5 n'est pas exactement égal à 0.4 mais comme l'on cherche à déterminer  $k$ , cela n'a aucune importance.

Résonance	Masse ( GeV/ $c^2$ )	Largeur ( MeV)	$J^P$	Amplitude $V_{cb}$	Amplitude $V_{ub}$
$D_{s,2}(2573)^+$	2.572	15.	$2^+$	-	0.17
$D_2^*(2460)^-$	2.459	29.	$2^+$	1.	-
$D_0^*(2308)^-$	2.403	283.	$0^+$	1.	-
$K^*(892)^0$	0.8961	50.7	$1^-$	1.	0.4
$K_0^*(1430)^0$	1.412	294.	$0^+$	0.3	0.12
$K_2^*(1430)^0$	1.4324	109.	$2^+$	0.15	0.06
$K^*(1680)^0$	1.717	322.	$1^-$	0.2	0.08
non-résonant	-	-	-	1.	-

TAB. 6.2 – Valeurs des paramètres des résonances choisies pour modéliser le Dalitz  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^+ \pi^-$ . Les valeurs des masses et des largeurs proviennent du PDG [95]. Les amplitudes correspondent aux coefficients  $a_{jc(u)}$  de l'équation 6.6.

L'amplitude du  $K^*(892)$  est choisie arbitrairement égale à 1 comme référence. On suppose que les contributions des  $K^*$  plus excités peuvent être déduites de celles mesurées dans l'analyse

$B^0 \rightarrow D^- K_S \pi^+$  [83] en conservant les mêmes rapports :

$$\frac{A(B^0 \rightarrow D^- K^*(X))}{A(B^0 \rightarrow D^- K^*(892))} = \frac{A(B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^{*0}(X))}{A(B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^{*0}(892))}. \quad (6.7)$$

De plus, on a choisi de prendre la même amplitude pour la résonance  $K^*(892)$  et la résonance  $D_2^{*0}$  car les rapports d'embranchement des deux désintégrations  $B^0 \rightarrow D_2^*(2460)^- (\bar{D}^0 \pi^-) K^+$  [4] et  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^{*0} (K^+ \pi^-)$  [4] sont proches.

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(B^0 \rightarrow D_2^*(2460)^- K^+) \times \mathcal{B}(D_2^*(2460)^- \rightarrow \bar{D}^0 \pi^-) &= (1.8 \pm 0.5) \times 10^{-5}, \\ \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^{*0}) \times \mathcal{B}(K^{*0} \rightarrow K^+ \pi^-) &= (2.3 \pm 0.3) \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

Même si seule la désintégration dans l'état final  $2^+$  a été mesurée, on suppose que la désintégration dans l'état final  $0^+$  est aussi abondante et on choisit l'amplitude  $D_0^*$  égale à l'amplitude  $D_2^*$ .

Les phases fortes sont toutes sélectionnées arbitrairement. La figure 6.9 montre une version du modèle dans lequel l'ensemble des phases fortes sont choisies égales à 0.

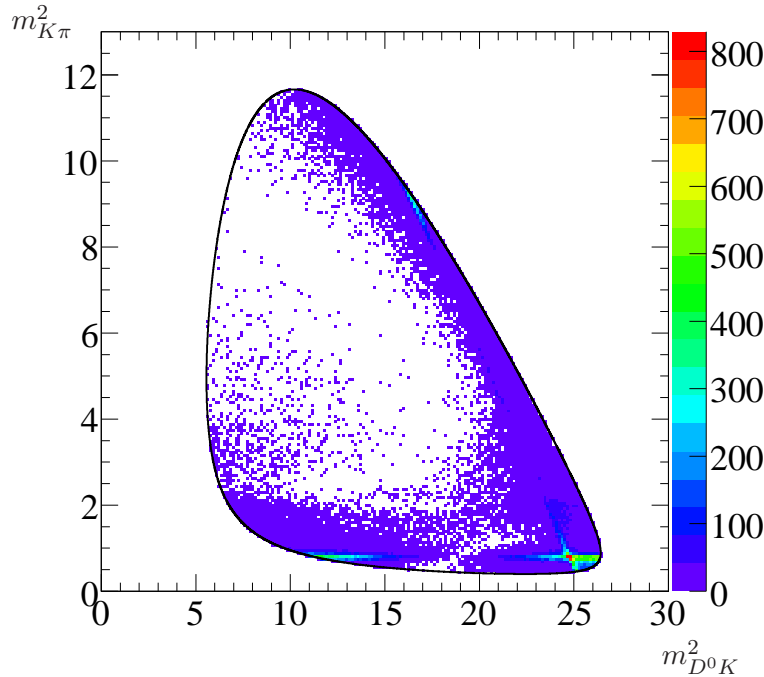


FIG. 6.9 – Plan de Dalitz généré à partir du modèle choisi pour le diagramme de Dalitz  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^+ \pi^-$ . Les phases fortes sont toutes prises égales à 0.

### 6.2.3 Variation de $r_s$ sur le plan de Dalitz

Même si la valeur de  $r_s$  est choisie arbitrairement, il est intéressant de regarder sa variation sur le plan de Dalitz. La figure 6.10 montre la variation de  $r_s$  sur le plan de Dalitz calculée directement à partir de la relation 6.3. Deux choix de phases fortes sont représentés. Dans le premier cas, toutes les phases fortes sont choisies égales à 0 et dans le deuxième, elles sont tirées aléatoirement. Parfois  $r_s$  est supérieur à 1, j'ai alors choisi de représenter  $1/r_s$  pour des considérations physiques. En effet, la

sensibilité sur la mesure de  $\gamma$  est proportionnelle aux interférences entre les amplitudes  $V_{cb}$  et  $V_{ub}$ , donc au rapport de l'amplitude la plus faible sur l'amplitude la plus forte.  $r_s > 1$  est simplement la conséquence d'une zone du Dalitz où l'amplitude  $V_{ub}$  est plus grande que l'amplitude  $V_{cb}$ .

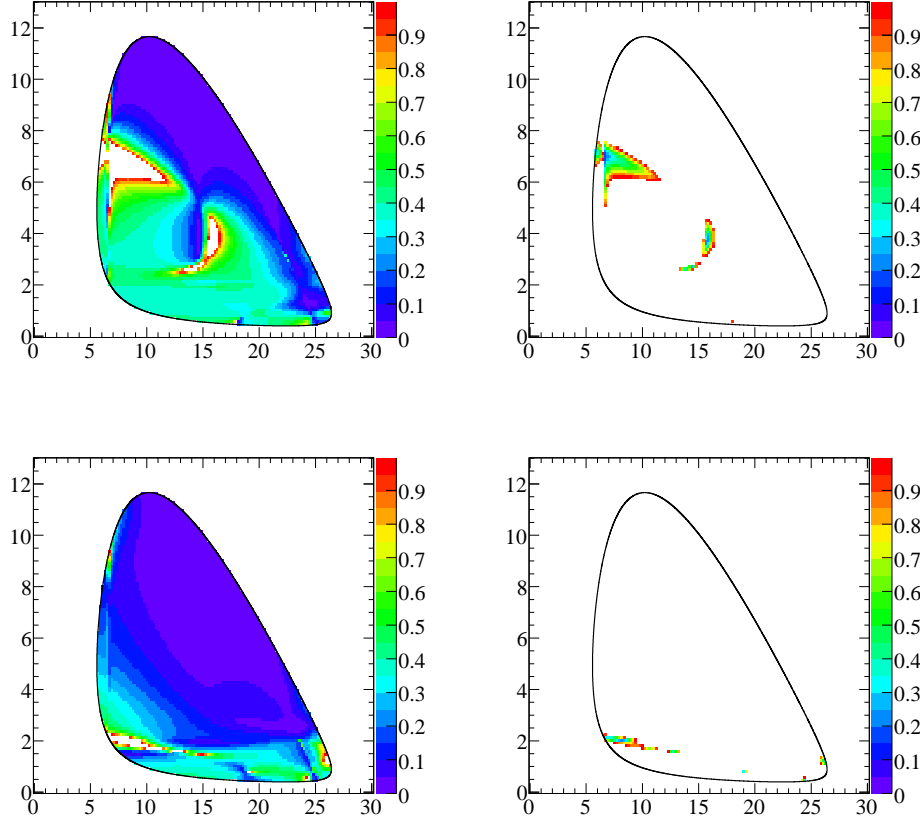


FIG. 6.10 – Variations de  $r_s$  sur le plan de Dalitz. Quand  $r_s > 1$ ,  $1/r_s$  est tracé à la place sur les figures de droite. Pour la ligne du haut, les phases sont toutes prises nulles, pour celle du bas, elles sont tirées aléatoirement entre 0 et  $2\pi$ . Les amplitudes sont égales à celles données dans le tableau 6.2

On voit sur la figure 6.10 que dans la zone<sup>1</sup> du  $K^*(892)^0$  pour deux jeux de phases fortes différents,  $r_s$  est assez stable. La méthode proposée pour fixer  $k$  dans l'ajustement semble donc possible qualitativement. En effet si  $r_s$  variait dramatiquement dans la bande du  $K^{*0}$ ,  $k$  varierait certainement aussi beaucoup et l'erreur systématique sur la mesure de  $\gamma$  qui en découle, serait très grande. Je vais démontrer quantitativement dans la suite que l'on peut effectivement déterminer  $k$  avec une incertitude raisonnable. Par contre, on peut déjà voir que pour les  $K^{*0}$  excités, la détermination de  $k$  avec une incertitude petite semble compromise. Il n'est donc pas envisageable de répéter l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  dans une plus grande fenêtre de masse reconstruite  $m_{K^{*0}}$  afin d'augmenter la statistique.

La figure 6.11 montre ce que j'appelle la pollution  $P$  pour la bande du  $K^*(892)^0$ . Elle est définie

<sup>1</sup>La zone du  $K^*(892)^0$  définie par les coupures sur la masse reconstruite du  $K^{*0}$  dans l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  est comprise dans l'intervalle  $[0.7159, 0.8951]$   $\text{GeV}^2/c^4$  pour la masse invariante carrée  $m_{K\pi}^2$ .

comme suit :

$$P = 1 - \frac{\int |A_p(K^*(892)^0)|^2 dp}{\int |A_p(Tot)|^2 dp}, \quad (6.8)$$

où  $A_p(K^*(892)^0)$  est l'amplitude en ne considérant que la résonance  $K^*(892)^0$  et  $A_p(Tot)$  est l'amplitude du modèle décrit précédemment. La pollution mesure donc la présence d'autres contributions sous la masse du  $K^*(892)^0$ . Si la pollution était nulle, on aurait en fait  $k = 1$ .

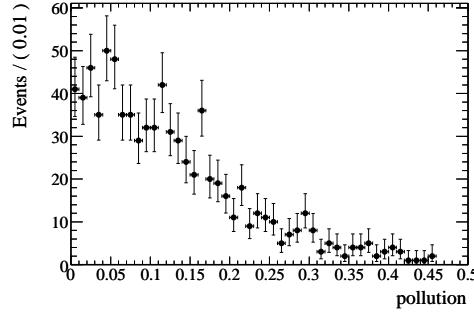


FIG. 6.11 – Distribution de la pollution définie dans l'équation 6.8 pour 1000 modèles différents. L'intégration est limitée à la bande du  $K^*(892)^0$ . Pour chacun des modèles, les amplitudes sont éloignées d'au maximum  $\pm 30\%$  par rapport à l'amplitude nominale et les phases sont tirées aléatoirement entre 0 et  $2\pi$ .

Pour réaliser la figure 6.11 comme pour toutes les suivantes, 1000 (ou 10000) modèles du Dalitz  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  sont utilisés. Chacun des modèles est une variation aléatoire du modèle nominal. Les phases sont tirées aléatoirement entre 0 et  $2\pi$ , les amplitudes varient aléatoirement entre 0.7 et 1.3 fois leur valeur nominale et pour le  $D_{s,2}(2573)^+$ , l'amplitude peut varier jusqu'à  $\pm 100\%$ . La pollution atteint 40% pour certains modèles.

#### 6.2.4 Détermination de $k$

La figure 6.12 montre les distributions de  $r_s$ ,  $k$  et  $kr_s$  pour 10000 modèles différents. On voit que  $k$  varie peu et est proche de 1. En ajustant la distribution avec une gaussienne, on obtient  $k = 0.95 \pm 0.02$ . On peut donc utiliser cette valeur moyenne dans l'ajustement final de l'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  et calculer une erreur systématique en considérant les variations possibles en fonction du modèle de Dalitz.

On voit aussi que  $kr_s$  peut varier autour de 0.35. La sensibilité de la mesure sur  $\gamma$  dépend directement de ce paramètre, l'incertitude sur  $\gamma$  est donc détériorée par la pollution sous le  $K^*(892)^0$  mais reste satisfaisante. Dans le pire des cas, la sensibilité pourrait être réduite de 25%.

La figure 6.13 est similaire à la précédente mais pour une bande autour de la masse du  $K^*(1430)^0$ . L'analyse  $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$  n'est pas réalisable pour cette résonance car on ne peut pas déterminer  $k$  avec assez de précision et la sensibilité sur  $\gamma$  est grandement réduite. Avec plus de statistique et en connaissant mieux le modèle du Dalitz pour le  $B^0$ , l'ajout des résonances  $K^{*0}$  excitées peut théoriquement améliorer la mesure de  $\gamma$ .

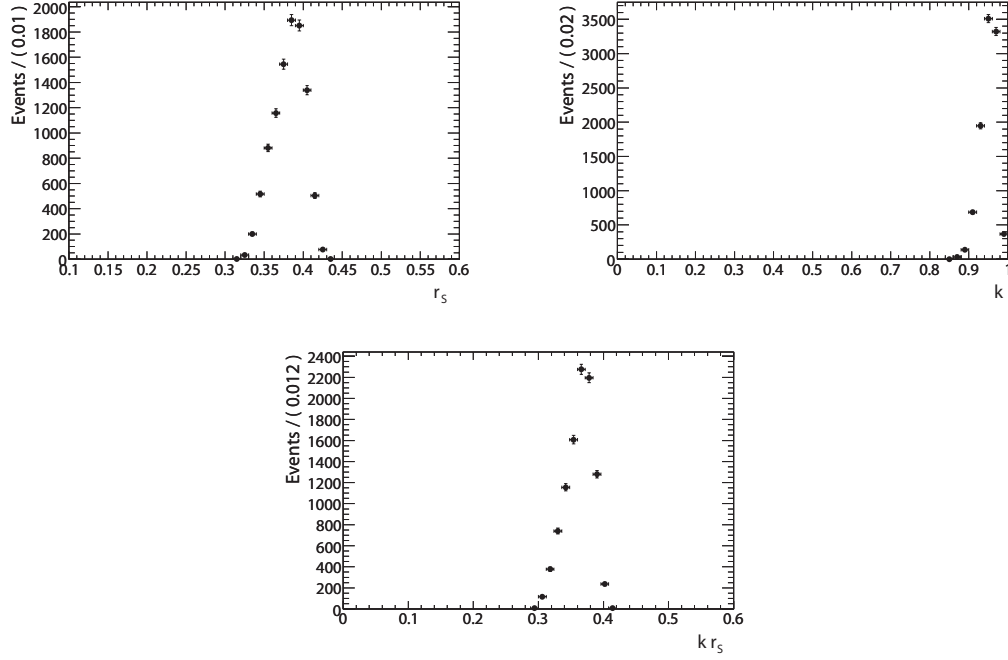


FIG. 6.12 – Distributions de  $r_s$  (en haut à gauche), de  $k$  (en haut à droite) et de  $kr_s$  (en bas) pour 10000 modèles différents. L'intégration est limitée à la bande du  $K^*(892)^0$ . Pour chacun des modèles, les amplitudes sont éloignées d'au maximum  $\pm 30\%$  par rapport à l'amplitude nominale et les phases sont tirées aléatoirement entre 0 et  $2\pi$ .

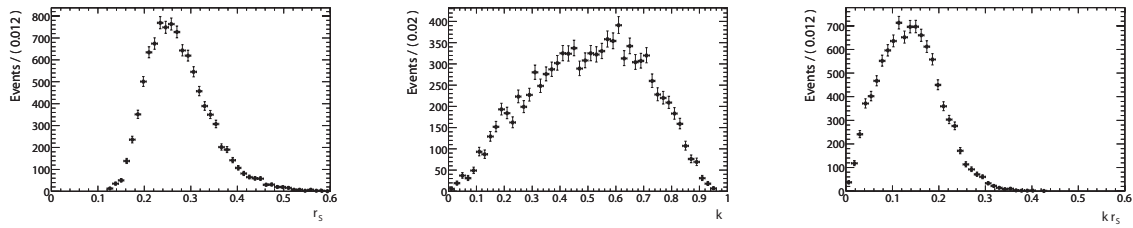


FIG. 6.13 – Distributions de  $r_s$  (à gauche), de  $k$  (au centre) et de  $kr_s$  (à droite) pour 10000 modèles différents. L'intégration est limitée à la bande du  $K^*(1430)^0$  :  $[1.8290, 2.2873] \text{ GeV}^2/c^4$ . Pour chacun des modèles, les amplitudes sont éloignées d'au maximum  $\pm 30\%$  par rapport à l'amplitude nominale et les phases sont tirées aléatoirement entre 0 et  $2\pi$ .



## Annexe A

# Mesure du rapport d'embranchement, de la polarisation et de l'asymétrie $CP$ directe dans la désintégration $B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-$

Cette partie expose un travail réalisé au début de ma thèse sous la tutelle d'Andréas Höcker portant sur l'étude de la désintégration  $B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-$  (Octobre 2004 jusqu'à Mars 2005). Elle n'a pas de lien direct avec le travail qui a été présenté pour la mesure de  $\gamma$  car on considère une désintégration non-charmée<sup>1</sup>. Je décris dans cette partie l'analyse  $B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-$  dans son intégralité pour faciliter la compréhension, mais je me focalise sur les points auxquels j'ai participé : l'évaluation des contributions des différents bruits de fond  $B\bar{B}$  et la validation de la méthode d'ajustement.

### A.1 Motivations de l'analyse

L'étude de cette désintégration présente un intérêt spécifique car les deux particules issues de la désintégration du  $B$  sont des mésons vecteurs (de spin  $J = 1$ ) et par conséquent leur distribution angulaire est le reflet de la dynamique des interactions faible et forte [84, 85, 86].

Les désintégrations de type vecteur-vecteur donnent lieu à trois ondes partielles différentes : S, P et D qui ont respectivement un moment angulaire  $L = 0, 1$  et  $2$ . Les composantes pour lesquelles  $L$  est paire, sont  $CP$  paires et celle pour laquelle  $L$  est impaire, est  $CP$  impaire. L'étude des désintégrations vecteur-vecteur donne donc lieu à 9 observables dont 6 dépendent des distributions angulaires [87]. Mais en raison du faible nombre d'événements disponibles pour ce mode, on ne peut faire de mesure qu'en intégrant sur l'angle azimutal  $\phi$  formé par les plans de désintégration des deux mésons. On mesure alors la fraction de la composante longitudinale par rapport au total,  $f_L$ , en utilisant la relation donnant la dérivée partielle du taux de désintégration en fonction des deux hélicités  $\theta_1$  et  $\theta_2$  :

$$\frac{d^2\Gamma}{\Gamma d\cos\theta_1 d\cos\theta_2} = \frac{9}{4} \left( f_L \cos^2\theta_1 \cos^2\theta_2 + \frac{1}{4} (1 - f_L) \sin^2\theta_1 \sin^2\theta_2 \right) \quad (\text{A.1})$$

La figure A.1 est une représentation schématique des 3 angles  $\phi$ ,  $\theta_1$  et  $\theta_2$  dans le cas de la désintégration  $B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-$ .

---

<sup>1</sup>Les diagrammes de Feynman qui décrivent cette désintégration, ne font pas intervenir le quark  $c$ .

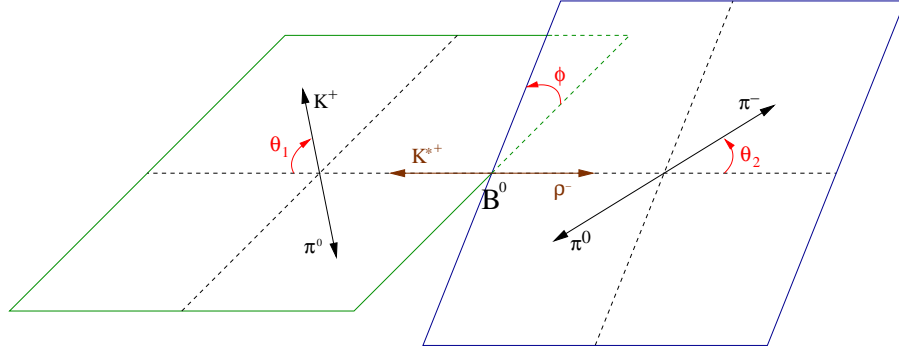


FIG. A.1 – Représentation des angles  $\phi$ ,  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour la désintégration  $B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-$  avec  $K^{*+} \rightarrow K^+ \pi^0$  et  $\rho^- \rightarrow \pi^0 \pi^-$ . L'état final  $K^+ \pi^0$  ( $\pi^0 \pi^-$ ) est représenté dans le référentiel du centre de masse du  $K^{*+}$  ( $\rho^-$ ).

Théoriquement on s'attend à mesurer des polarisations essentiellement longitudinales [88], donc des valeurs de  $f_L$  proches de 1. Cette idée est vérifiée expérimentalement pour les désintégrations  $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$  [89],  $B^+ \rightarrow \rho^+ \rho^0$  [90, 91], et  $B^+ \rightarrow \rho^+ \omega$  [92]. Cependant dans les désintégrations de type pur pingouin telles que  $B^0 \rightarrow \phi K^{*0}$  [93, 94] et  $B^+ \rightarrow \phi K^{*+}$  [90, 91, 94], il s'avère que la valeur de  $f_L$  diffère notablement de 1. Les différentes mesures de la fraction de polarisation pour ces désintégrations sont résumées dans le tableau A.1. Les désintégrations de type pingouin sont sensibles à la nouvelle physique au-delà du Modèle Standard et donc la déviation observée pour  $f_L$  pourrait être le signe d'un effet de cette nouvelle physique. L'étude du mode de désintégration  $B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-$  apporte de nouvelles informations sur ce phénomène car il est dominé par les diagrammes de Feynman de type pingouin comme le montre la figure A.2.

Mode	$\mathcal{B}$ ( $10^{-6}$ )	$f_L$ (%)
$B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ (BABAR)	$30 \pm 4 \pm 5$	$0.98 \pm 0.01^{+0.02}_{-0.03}$
$B^+ \rightarrow \rho^0 \rho^+$ (BABAR)	$22.5^{+5.7}_{-5.4} \pm 5.8$	$0.97^{+0.03}_{-0.07} \pm 0.04$
$B^+ \rightarrow \rho^0 \rho^+$ (Belle)	$31.7 \pm 7.1^{+3.8}_{-6.7}$	$0.95 \pm 0.11 \pm 0.02$
$B^+ \rightarrow \omega \rho^+$ (BABAR)	$12.6 \pm 3.6 \pm 1.8$	$0.88^{+0.12}_{-0.15} \pm 0.03$
$B^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ (BABAR)	$11.2 \pm 1.3 \pm 0.8$	$0.65 \pm 0.07 \pm 0.02$
$B^0 \rightarrow \phi K^{*0}$ (Belle)	$10.0^{+1.6}_{-1.5} \pm 0.7$	$0.45 \pm 0.05 \pm 0.02$
$B^+ \rightarrow \phi K^{*+}$ (BABAR)	$9.2 \pm 0.9 \pm 0.5$	$0.52 \pm 0.05 \pm 0.02$
$B^+ \rightarrow \phi K^{*+}$ (Belle)	$6.7^{+2.1}_{-1.9} \pm 0.7$	$0.52 \pm 0.08 \pm 0.03$

TAB. A.1 – Résultats expérimentaux accessibles actuellement pour les modes de désintégration de type vecteur-vecteur.

Cette analyse présente un deuxième petit intérêt que l'on peut souligner dans le cadre de la mesure de l'angle  $\alpha$  avec la désintégration  $B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ . On peut en effet contraindre la contribution des diagrammes pingouins dans cette désintégration en reliant par la symétrie  $SU(3)$  de saveur, les rapport d'embranchement  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-)$  et  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-)$ .

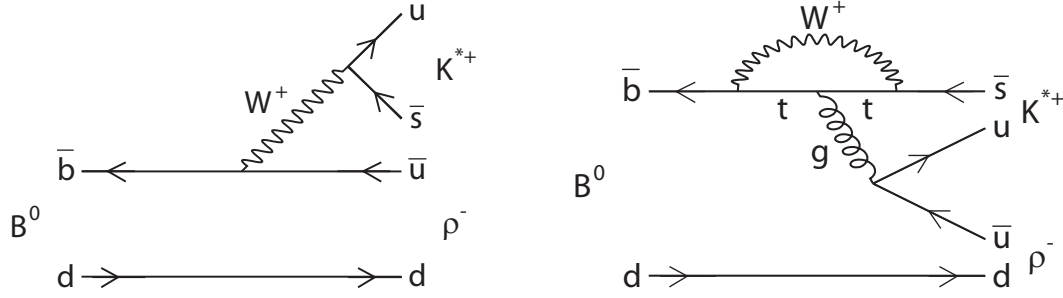


FIG. A.2 – Diagrammes de Feynman de type arbre (à gauche) et pingouin gluonique (à droite) contribuant au processus de désintégration  $B^0 \rightarrow K^{*+}\rho^-$ . La contribution du diagramme de type pingouin mettant en jeu les quarks  $t$  et  $c$  dans la boucle domine le processus car le diagramme en arbre est doublement supprimé de Cabibbo.

## A.2 Reconstruction et sélection des événements

L'analyse de la désintégration  $B^0 \rightarrow K^{*+}\rho^-$  présentée ici utilise les données recueillies par le détecteur *BABAR* pendant les *Runs* 1 à 4, soit une luminosité totale de  $212.3 \text{ fb}^{-1}$  *on-peak* et  $21.9 \text{ fb}^{-1}$  *off-peak*. Les trois paramètres mesurés, le rapport d'embranchement  $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*+}\rho^-)$ , l'asymétrie  $CP$  directe  $A_{CP}$  et la fraction de polarisation longitudinale  $f_L$ , sont extraits grâce à un ajustement par maximum de vraisemblance sur les données. Les fonctions de densité de probabilité qui constituent la fonction de vraisemblance sont obtenues à partir de données simulées par méthode Monte Carlo. Les données simulées sont les suivantes :

- $8.95 \times 10^4$  événements de type signal avec une polarisation longitudinale.
- $7 \times 10^4$  événements de type signal avec une polarisation transverse.
- $192.9 \times 10^6$  événements  $B^0\bar{B}^0$  génériques.
- $192.7 \times 10^6$  événements  $B^+B^-$  génériques.

### A.2.1 Reconstruction des événements

L'état final qui nous intéresse pour cette analyse est un état à 4 corps, deux hadrons chargés  $K^+$  et  $\pi^-$  et deux hadrons neutres  $\pi^0$ . Une trace de particule chargée est reconstruite à partir des informations qu'elle laisse dans le SVT et la DCH. Elle est identifiée à partir des informations recueillies auprès du DIRC et de la DCH. Un pion neutre est reconstruit à partir des deux photons issus de sa désintégration<sup>1</sup> qui laissent une trace dans l'EMC.

Les événements  $B^0 \rightarrow K^{*+}(K^+\pi^0)\rho^-(\pi^-\pi^0)$  sont sélectionnés à partir d'un filtre pré-établi par la collaboration *BABAR* (*BFourBodyHHPP*) qui contient des événements reconstruits de type  $h^+h^-\pi^0\pi^0$  où  $h$  est un hadron non spécifié.

### A.2.2 Sélection des événements

A partir de la liste d'événements reconstruits, plusieurs coupures sont appliquées pour affiner la sélection en supprimant le maximum de bruit de fond, et s'assurer que l'on identifie au mieux le type des deux hadrons chargés  $h^+$  et  $h^-$ .

<sup>1</sup>Le rapport d'embranchement  $BR(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$  vaut 98.8% [95].

### A.2.2.1 Identification des pions et kaons chargés

Les pions chargés sont identifiés en rejetant les hypothèses qu'ils puissent être un électron, un kaon ou un proton, on applique un veto sur le sélecteur de chacun de ces hadrons. Le sélecteur est basé sur un ajustement des données issues du SVT, de la DCH et du DIRC (ainsi que de l'EMC dans le cas des électrons) pour lequel on applique les coupures appropriées nous assurant qu'un taux spécifique de mauvaise identification du hadron à sélectionner n'est pas dépassé.

Pour identifier les kaons chargés, le sélecteur des kaons décrit précédemment, est utilisé en mode sélection. Le sélecteur choisi a un taux de mauvaise identification maximum de 5%.

### A.2.2.2 Sélection des pions neutres

Les pions neutres sont sélectionnés à partir de coupures sur les deux photons issus de leur désintégration. Ils doivent avoir un moment latéral LAT (Equ. 3.4) compris entre 0.01 et 0.6, et une énergie supérieure à 50 MeV. De plus, la masse des pions neutres qui est simplement la masse invariante des deux photons, doit être comprise entre 100 et 160 MeV/ $c^2$ .

### A.2.2.3 Coupures relatives aux mésons $K^{*+}$ et $\rho^-$

Les mésons  $K^{*+}$  ( $\rho^-$ ) sont reconstruits en associant un kaon chargé et un pion neutre (un pion chargé et un pion neutre respectivement). Les masses du  $K^{*+}$ ,  $m_{(K^+\pi^0)}$ , et du  $\rho^-$ ,  $m_{(\pi^-\pi^0)}$ , doivent satisfaire les relations  $|m_{(K^+\pi^0)} - m_{K^{*+}}^{PDG}| < 0.125$  GeV/ $c^2$  et  $|m_{(\pi^-\pi^0)} - m_{\rho^-}^{PDG}| < 0.375$  GeV/ $c^2$  [95]. La figure A.3 montre les distributions des masses reconstruites pour ces deux particules. L'angle d'hélicité  $\theta_M$  est défini comme l'angle entre la direction de la particule chargée issue de la désintégration du méson  $M$  et la direction du méson  $M$  dans le référentiel du  $B^0$  ( $M$  peut être le méson  $K^*$  ou le méson  $\rho$ ). Quel que soit le méson considéré, la même coupure est imposée, soit  $-0.8 < \cos(\theta_H) < 0.98$ . Les distributions des deux angles d'hélicité sont représentées sur la figure A.4.

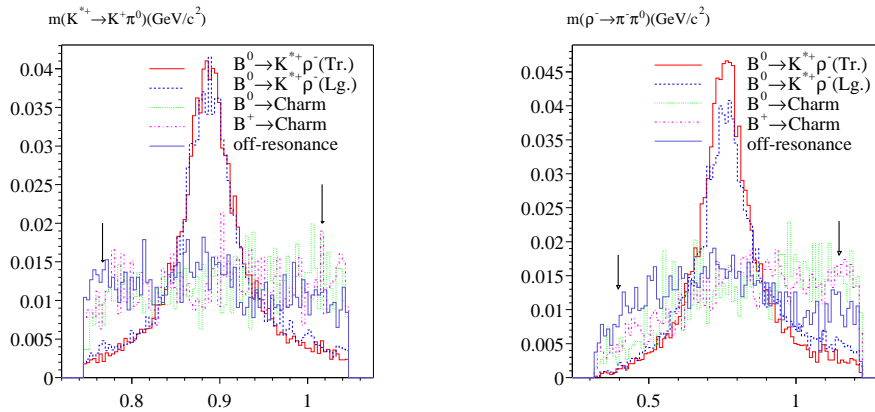


FIG. A.3 – Masses invariantes reconstruites du  $K^{*+} \rightarrow K^+\pi^0$  (figure de gauche) et du  $\rho^- \rightarrow \pi^-\pi^0$  (figure de droite) pour le Monte Carlo signal (transverse et longitudinale), le Monte Carlo  $B\bar{B}$  charmé et les données *off-peak*. Les flèches indiquent les coupures appliquées.

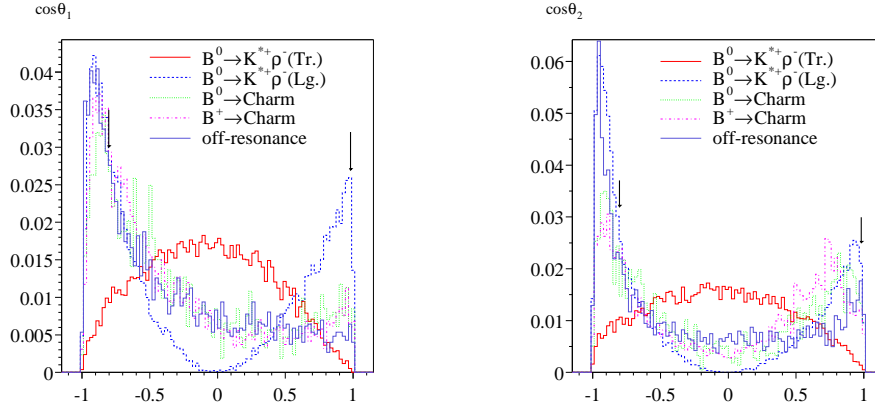


FIG. A.4 – Cosinus des angles d'hélicité du  $K^{*+}$  (figure de gauche) et du  $\rho^-$  (figure de droite) pour le Monte Carlo signal (transverse et longitudinale), le Monte Carlo  $B\bar{B}$  charmé et les données *off-peak*. Les flèches indiquent les coupures appliquées.

#### A.2.2.4 Coupures cinématiques

Le méson  $B$  est reconstruit à partir d'un candidat  $K^*$  et d'un candidat  $\rho$ .  $m_{ES}$  et  $\Delta E$  sont calculées lors de la combinaison des deux candidats.  $m_{ES}$  est sélectionnée entre  $5.23 \text{ GeV}/c^2$  et  $5.29 \text{ GeV}/c^2$  ce qui permet de conserver assez de bruit de fond de continuum pour pouvoir paramétrer correctement la fonction de densité de probabilité associée.

La coupure appliquée sur  $\Delta E$ ,  $-120 \text{ MeV} < \Delta E < 150 \text{ MeV}$ , est asymétrique de façon à retirer le plus possible d'événements de bruit de fond charmés. La figure A.5 montre les distributions de  $m_{ES}$  et  $\Delta E$  pour le signal et les différents types de bruit de fond.

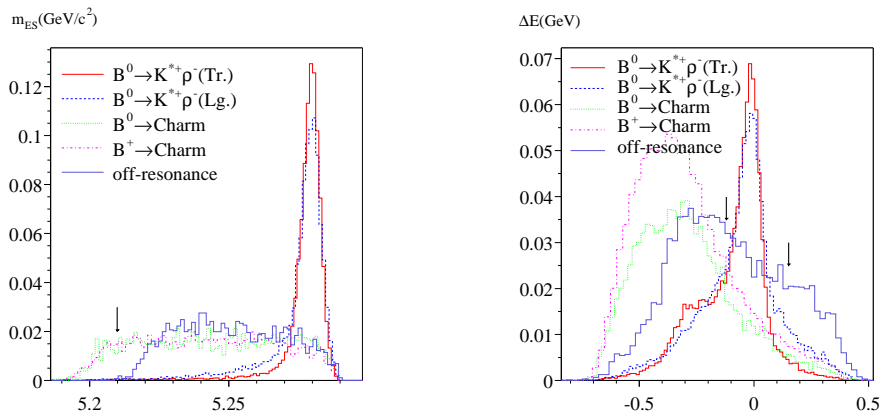


FIG. A.5 – Distributions de  $m_{ES}$  (figure de gauche) et  $\Delta E$  (figure de droite) pour le Monte Carlo signal (transverse et longitudinale), le Monte Carlo  $B\bar{B}$  charmé et les données *off-peak*. Les flèches indiquent les coupures appliquées.

### A.2.3 Événements avec candidats multiples

Pour certains événements, plusieurs candidats peuvent être sélectionnés comme le montre la figure A.6. Les données de type signal simulées par méthode Monte Carlo montrent qu'environ 26% des événements de polarisation longitudinale et 17% des événements de polarisation transverse, ont plus d'un candidat qui passe l'ensemble des coupures. Le nombre moyen de candidats par événements est résumé dans le tableau A.2.

Type de données	Nombre moyen de candidats par événement
Monte Carlo signal longitudinal	1.38
Monte Carlo signal transverse	1.22
<i>off-peak</i>	1.25
<i>on-peak</i>	1.26

TAB. A.2 – Nombres moyens de candidats par événement.

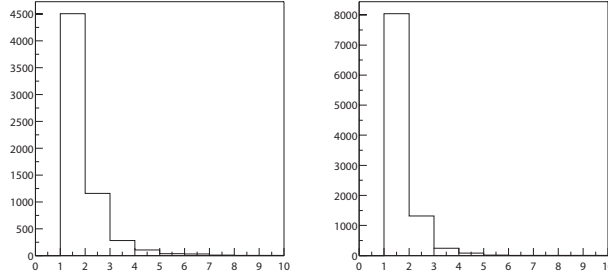


FIG. A.6 – Distributions du nombre de candidats par événements après avoir appliqué toutes les coupures pour des événements de type signal longitudinale (à gauche) et transverse (à droite).

Deux méthodes ont été testées pour sélectionner un unique candidat par événement. La première consiste simplement à choisir de façon aléatoire l'un des possibles candidats. La seconde permet d'identifier le candidat pour lequel la masse des deux pions neutres reconstruits est la plus proche de la masse nominale donnée par le PDG [95]. Pour cela, un algorithme retient le candidat qui a le plus petit  $\chi^2$  où :

$$\chi^2 = \frac{(m_{\pi_1^0} - m_{\pi_0^{PDG}})^2 + (m_{\pi_2^0} - m_{\pi_0^{PDG}})^2}{2}. \quad (\text{A.2})$$

Les résultats des deux méthodes sont résumés dans le tableau A.3. La deuxième méthode est plus efficace comme on s'y attend, bien que seulement 64% des candidats sélectionnés provenant d'événements de polarisation longitudinale, soient effectivement ceux qui ont été générés lors de la simulation Monte Carlo.

### A.2.4 Réseau de neurones

Le bruit de fond de continuum est dominant dans les désintégrations non-charmées comme celle étudiée ici. La cinématique et la topologie de ces événements sont très différentes de celles d'un événement de type  $B^0 \rightarrow K^{*+}\rho^-$  ce qui permet en combinant certaines variables dans une analyse multidimensionnelle, de construire une nouvelle variable optimisée pour séparer les événements de type continuum de ceux de type  $B\bar{B}$ . Dans cette analyse, la méthode pour construire cette nouvelle

Signal simulé par méthode Monte Carlo	sélection aléatoire	choix du $\chi^2$ le plus petit
longitudinal	91%	85%
longitudinal avec plus d'un candidat	64%	43%
transverse	96%	91%
transverse avec plus d'un candidat	87%	56%

TAB. A.3 – Fractions du nombre d'événements reconstruits dont le candidat sélectionné correspond à l'événement généré dans le Monte Carlo. Les valeurs pour les deux méthodes de choix du meilleur candidat, sont reportées.

variable est celle du réseau de neurones. L'autre méthode souvent utilisée est celle du discriminant de Fisher [73]. Il est également calculé dans cette analyse et est utilisé comme entrée du réseau de neurones. Cinq autres variables sont ajoutées pour compléter l'ensemble des entrées du réseau.

Un réseau de neurone permet comme un discriminant de Fisher (Sec. 5.2.1.2), de séparer plusieurs catégories d'événements à partir des informations apportées par plusieurs variables discriminantes. Il est constitué d'un ensemble de noeuds répartis en couches. Le réseau est entraîné à partir d'un échantillon d'événements dont on connaît le type. Cet entraînement permet de donner un poids à chaque noeud du réseau de façon à maximiser la séparation des différentes catégories. Dans notre cas, on obtient à la sortie du réseau une variable dont la valeur est proche de 1 pour un événement de type  $B\bar{B}$  et proche de 0 pour un événement de type continuum. L'avantage du réseau de neurone sur le discriminant de Fisher, est qu'il permet d'obtenir une variable de sortie basée sur une relation non-linéaire des variables d'entrées. Les contours de séparation ainsi définis ne sont plus uniquement des droites et tiennent compte de corrélations non-linéaires entre les variables.

Les variables d'entrées sont :

- le discriminant de Fisher des "polynômes"  $L_0$  et  $L_2$ .
- le cosinus de l'angle entre l'impulsion du  $B$  et l'axe  $z$  des faisceaux :  $\cos(\theta_{B,z})$ .
- le cosinus de l'angle entre la direction du  $B$  et celle du *thrust* (Sec. 5.2.1.1) du reste de l'événement :  $\cos(\theta_{B,T_R})$ .
- le cosinus de l'angle entre la direction du *thrust* du  $B$  et l'axe  $z$  des faisceaux :  $\cos(\theta_{T_B,z})$ .
- la somme des impulsions transverses des particules du reste de l'événement.
- l'angle de désintégration du  $\pi^0$  défini de la même façon qu'un angle d'hélicité pour un  $K^*$  ou un  $\rho$ . Le pion neutre considéré est choisi aléatoirement entre celui issu du  $K^*$  et celui issu du  $\rho$ . Pour le continuum, la contribution des faux  $\pi^0$  pique à 1 pour cette variable alors que ce n'est pas le cas pour les événements  $B\bar{B}$ .

La figure A.7 (à gauche) montre l'efficacité de sélection d'une coupure sur la variable de sortie du réseau de neurone pour le continuum en fonction de l'efficacité correspondante pour le signal. Pour pouvoir paramétrer plus facilement la fonction de densité de probabilité associée à la variable de sortie du réseau, on transforme cette variable grâce à une fonction bijective. Les distributions de la nouvelle variable  $NNO$  sont représentées sur la figure A.7 (à droite) pour les différentes catégories d'événements. Une coupure  $NNO > -0.15$  est appliquée dans la sélection finale.

### A.2.5 Veto sur les $D^0$

Certains modes de désintégrations charmées partagent le même état final que celui étudié dans cette analyse, comme par exemple le mode  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0(K^+\pi^-\pi^0)\pi^0$ . Si les traces de ce type de désintégrations sont utilisées pour reconstruire par erreur un  $K^{*+}$  ou un  $\rho^-$ , la distribution en  $\Delta E$  pique en 0 comme pour le signal recherché. Les données simulées par Monte Carlo montrent de plus que des événements de bruit de fond combinatoire avec dans l'état final un  $\bar{D}^0 \rightarrow K^+\pi^-$  subsiste

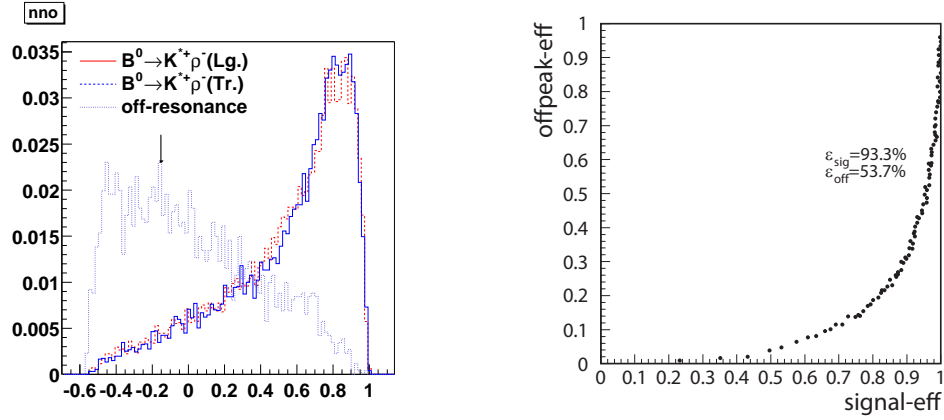


FIG. A.7 – (A gauche) Distribution de la variable de sortie modifiée du réseau de neurone  $NNO$  pour le Monte Carlo signal (transverse et longitudinale), le Monte Carlo  $B\bar{B}$  charmé et les données *off-peak*. La flèche indique la coupures appliquée. (A droite) Evolution de l'efficacité d'une coupure sur la variable de sortie du réseau de neurone pour le bruit de fond de continuum en fonction de l'efficacité de cette coupure pour le signal.

après avoir appliqué les coupures décrites précédemment. La figure A.8 montre les distributions de masses invariantes  $m_{K^-\pi^+}$  et  $m_{K^-\pi^+\pi^0}$  pour du Monte Carlo générique  $b \rightarrow c$  neutre après application de l'ensemble des coupures. On voit clairement le pic du  $D^0$  autour de  $1.864 \text{ GeV}/c^2$ .

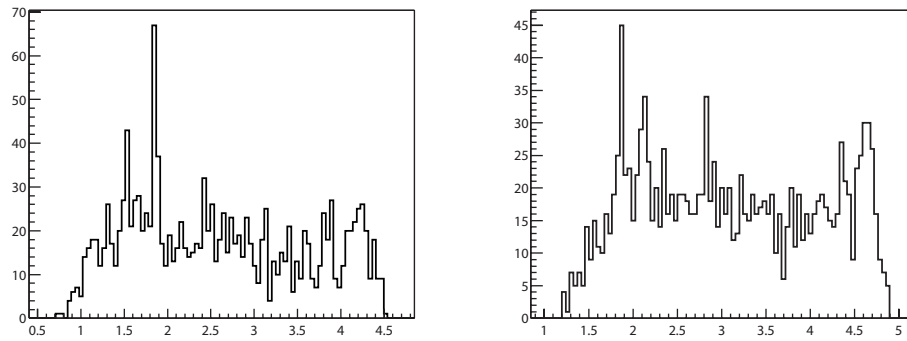


FIG. A.8 – Distributions des masses invariantes  $K^-\pi^+$  (à gauche) et  $K^-\pi^+\pi^0$  (à droite) pour le Monte Carlo  $B^0\bar{B}^0$  se désintégrant en état final charmé.

Pour supprimer ces bruits de fond charmés, on calcule donc les masses invariantes  $m_{K^-\pi^+}$  et  $m_{K^-\pi^+\pi^0}$ , et on applique les vetos suivant sur ces deux variables :

- $|m_{K^-\pi^+} - m_{D^0}^{PDG}| > 0.02 \text{ GeV}/c^2$ .
- $|m_{K^-\pi^+\pi^0} - m_{D^0}^{PDG}| > 0.04 \text{ GeV}/c^2$ .

Ces deux vetos sont essentiellement indolores pour le signal. Pour les événements de polarisation longitudinale (transverse) du Monte Carlo, l'efficacité de la coupure est de 95.3% (98.8% respectivement).



### A.2.6 Efficacité de la sélection

L'efficacité totale après la reconstruction et la sélection pour le Monte Carlo signal est donnée dans le tableau A.4. On distingue une composante particulière du signal que l'on notera  $SCF$  (pour *self cross feed*) dans la suite. En effet, en raison de la présence de particules neutres et de traces chargées d'impulsion faible, une fraction non négligeable d'événements de signal mal reconstruits est mise en évidence grâce au Monte Carlo. Ces événements contribuent à la sensibilité de la mesure donc nous les considérons dans l'ajustement final comme événements de signal mais avec une fonction de densité de probabilité différente de celle du signal bien reconstruit que l'on notera  $TM$ . Les fractions de cette composante de signal  $SCF$  sont également données dans le tableau A.4.

Type d'événements	Efficacité	Fraction de $SCF$
Monte Carlo signal longitudinal	$0.067 \pm 0.001$	$0.365 \pm 0.004$
Monte Carlo signal transverse	$0.137 \pm 0.002$	$0.207 \pm 0.005$

TAB. A.4 – Efficacité finale après reconstruction et sélection des événements  $B^0 \rightarrow K^{*+}\rho^-$ , évaluées à partir du Monte Carlo signal. Les fractions de signal  $SCF$  correspondent aux rapports du nombre d'événements de signal mal reconstruits sur le nombre total d'événements de signal.

## A.3 Ajustement par maximum de vraisemblance

Les nombres d'événements, la fraction de polarisation longitudinale et l'asymétrie  $CP$  sont extraits à partir d'un ajustement événement par événement par maximum de vraisemblance sur les données. Je décris dans la suite l'ensemble des fonctions de densité de probabilité qui constituent la fonction de vraisemblance, ainsi que les tests que j'ai réalisés pour vérifier le comportement de cette fonction.

### A.3.1 Fonction de vraisemblance

L'ajustement est réalisé sur les 7 variables suivantes :

- $m_{ES}$ .
- $\Delta E$ .
- la sortie modifiée du réseau de neurone  $NNO$  (Sec. A.2.4).
- les deux cosinus des angles d'hélicité :  $\cos(\theta_{K^*})$  et  $\cos(\theta_\rho)$ .
- les masses invariantes du  $K^*$  et du  $\rho$  :  $m_{K^*}$  et  $m_\rho$ .

La fonction de vraisemblance est constituée de 5 fonctions de densité de probabilité principales correspondant chacune à une catégorie d'événements spécifique :

- événements de signal bien reconstruits de polarisation longitudinale ou transverse :  $TM$ .
- événements de signal mal reconstruits de polarisation longitudinale ou transverse :  $SCF$ .
- bruit de fond de continuum.
- bruit de fond  $B\bar{B}$  charmé (contenant un quark  $c$ ).
- bruit de fond  $B\bar{B}$  non-charmé.

### A.3.2 Fonctions de densité de probabilité

La forme générale de la fonction de densité de probabilité  $\mathcal{P}_j$  pour chaque composante  $j$ , est donnée par l'équation suivante :

$$\mathcal{P}_j = \frac{1}{2}(1 + Q_{K^*} A_{CP}^j) \mathcal{P}^j(m_{ES}, \Delta E, NNO, \cos(\theta_{K^*}), m_{K^*}, \cos(\theta_\rho), m_\rho), \quad (\text{A.3})$$

où  $Q_{K^*}$  est la charge du candidat  $K^*$  reconstruit et  $A_{CP}^j$  est l'asymétrie  $CP$  directe<sup>1</sup> associée à la catégorie d'événements  $i$ .

Les corrélations entre les différentes variables sont faibles dans la majorité des cas, et on choisit donc de construire les fonctions de densité de probabilité  $\mathcal{P}^j$  comme le produit de 7 fonctions de densité de probabilité individuelles pour chaque variable. Je montre en exemple une représentation des corrélations linéaires pour les composantes signal  $TM$  longitudinale et transverse sur la figure A.9. Les représentations équivalentes pour les autres composantes ne montrent pas de corrélations importantes si ce n'est pour les composantes signal  $SCF$  et bruits de fond  $B\bar{B}$  entre  $\cos(\theta_M)$  et  $m_M$  (où  $M$  représente le méson  $K^*$  ou le méson  $\rho$ ).

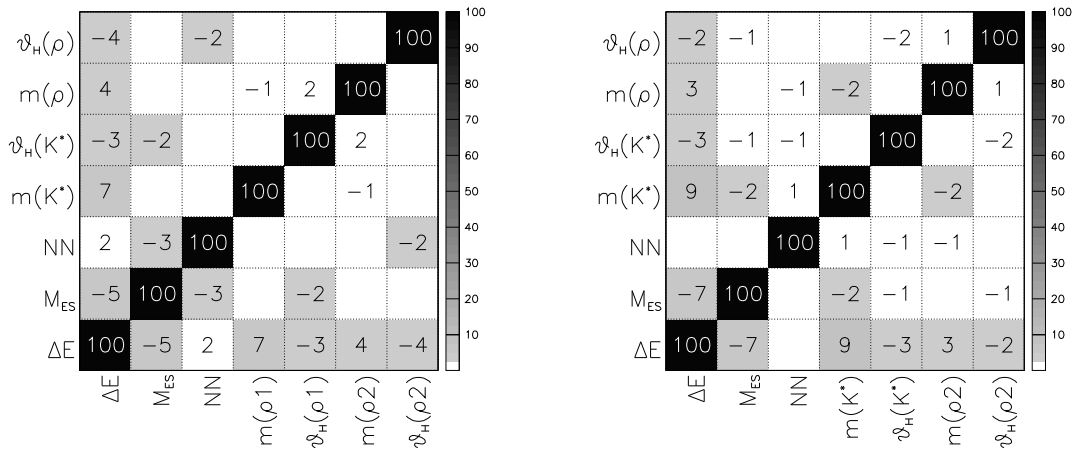


FIG. A.9 – Représentations schématiques des corrélations entre les différentes variables de l'ajustement pour le Monte Carlo signal longitudinal (à gauche) et transverse (à droite). Les chiffres sont donnés en %. Pour les autres types d'événements, seul le signal  $SCF$  présente quelques corrélations non-négligeables.

La fonction de densité de probabilité totale pour le signal  $\mathcal{P}_{Sig}$  est composée de 4 parties : les deux composantes signal  $TM$  longitudinale et transverse, et les deux composantes signal  $SCF$  longitudinale et transverse. Elles sont reliées par l'expression suivante :

$$\mathcal{P}_{Sig} = f_L^{obs} (f_{SCF,L} \mathcal{P}_{SCF,L} + (1 - f_{SCF,L}) \mathcal{P}_{TM,L}) + (1 - f_L^{obs}) (f_{SCF,T} \mathcal{P}_{SCF,T} + (1 - f_{SCF,T}) \mathcal{P}_{TM,T}), \quad (\text{A.4})$$

où  $f_{SCF,i}$  sont les fractions de signal  $SCF$  longitudinale ou transverse et  $f_L^{obs}$  est la fraction d'événements de polarisation longitudinale observée, elle dépend des efficacités de sélection suivant la polarisation. On peut écrire  $f_L^{obs}$  en fonction de la fraction de polarisation longitudinale

---

<sup>1</sup>  $A_{CP}^j = \frac{N_{B^0}^j - N_{\bar{B}^0}^j}{N_{B^0}^j + N_{\bar{B}^0}^j}$ .

réelle comme suit :

$$f_L = \frac{f_L^{obs}}{R + f_L^{obs}(1 - R)}, \quad (\text{A.5})$$

où  $R$  est le rapport de l'efficacité pour les événements de polarisation longitudinale sur celle pour les événements de polarisation transverse.

### A.3.3 Paramétrisation des fonctions de densité de probabilité

Le tableau A.5 résume l'ensemble des fonctions utilisées pour paramétrer les fonctions de densité de probabilité de chaque catégorie d'événements.

Composante	$m_{ES}$	$\Delta E$	$NNO$	$\cos(\theta_{K^*})$	$m_{K^*}$	$\cos(\theta_\rho)$	$m_\rho$
signal $TM$	BFCB	GGG	K	H	BW	H	BW
signal $SCF$	CB + G	P2 + G	K	2D K		2D K	
continuum	A	P2	P3	P4 + E	G + P1	P4 + E	2G + P1
$B\bar{B}$ charmé	A	K	K	2D K		2D K	
$B\bar{B}$ non-charmé	K	K	K	2D K		2D K	

TAB. A.5 – Fonctions choisies pour paramétrer chaque fonction de densité de probabilité qui constitue la fonction de vraisemblance. "G" correspond à une fonction gaussienne, "CB" à une *Cristal Ball* ("BF" indique qu'elle est bifurquée, la largeur à gauche n'est pas la même que la largeur à droite.), "Px" à un polynôme de degré  $x$ , "BW" à une Breit-Wigner et "K" (pour *Key*) à une fonction spécifique de *RooFit* [69] construite directement à partir d'un histogramme de la variable considérée. "H" correspond au produit  $\cos^2(\theta_M) \times P2$  ( $\sin^2(\theta_M) \times P2$ ) pour la composante signal de polarisation longitudinale (transverse respectivement).

Lors de l'ajustement, 17 paramètres sont laissés libres, dont 12 pour la paramétrisation de la fonction de densité de probabilité du bruit de fond de continuum. La paramétrisation des fonctions de densité de probabilité pour le signal et le bruit de fond  $B\bar{B}$  est fixée à celle obtenue grâce au Monte Carlo. Les 5 paramètres restants sont : le nombre d'événements de signal  $N_{Sig}$ , la fraction d'événements de polarisation longitudinale  $f_L$ , l'asymétrie  $CP$  pour le signal  $A_{CP}^{Sig}$ , le nombre d'événements de bruit de fond de continuum  $N_{Cont}$  et l'asymétrie  $CP$  pour le bruit de fond de continuum  $A_{CP}^{Cont}$ .

Le nombre d'événements de bruit de fond  $B\bar{B}$  est fixé à la valeur attendue d'après le Monte Carlo pour la partie charmée, et à la valeur attendue d'après les rapports d'embranchement collectés par le groupe HFAG [22, 23] ou estimés par des arguments théoriques pour la partie non-charmée. Les rapports d'embranchement des modes considérés sont reportés dans les tableaux A.6 et A.7, et sont basés sur les résultats présentés lors des conférences de l'été 2004. Pour chacun de ces modes, une fonction de densité de probabilité spécifique est utilisée lors de l'ajustement.

### A.3.4 Validation de la méthode d'ajustement

Pour s'assurer que la fonction de vraisemblance utilisée n'introduit pas de biais dans la mesure, j'ai réalisé trois tests. Tout d'abord, j'ai construit les distributions des *pulls* des paramètres ajustés, puis j'ai vérifié la qualité des paramétrisations utilisées pour décrire les fonctions de densité de probabilité et enfin j'ai réalisé des ajustements en utilisant un mélange dans les proportions des données, d'événements Monte Carlo signal, générique ou générés avec la fonction de densité de

Mode	$\mathcal{B} (\times 10^{-6})$	Efficacité (%)	Nombre attendu
$B^0 \rightarrow \rho^+ \rho^-$ (long)	$30 \pm 6$	0.16	$11.2 \pm 2.2$
$B^0 \rightarrow a_1^+(\rightarrow \rho^+ \pi^0) \rho^-$ (long)	$20 \pm 20^*$	0.07	$3.2 \pm 3.2$
$B^0 \rightarrow (K^{(*)}\pi)^0$	$41.6 \pm 8.2$	0.14	$13.6 \pm 2.6$
$B^0 \rightarrow (K^{(*)}\rho)^0 \rightarrow (K^+ \pi^- \pi^0 \pi^0)$	$10 \pm 10^*$	0.20	$4.6 \pm 4.6$
$B^0 \rightarrow a_1^-(\rightarrow \rho^- \pi^0) K^{*+}(\rightarrow K^+ \pi^0)$ (long)	$1.4 \pm 1.4^*$	0.65	$2.1 \pm 2.1$
$B^0 \rightarrow \rho^- K^+ \pi^0$	-	-	$39 \pm 39$
$B^0 \rightarrow K^{*0} \pi^0 \pi^0$	$50 \pm 50$	0.047	$3.6 \pm 3.6$
$B^0 \rightarrow charm$	-	-	$476 \pm 95$

TAB. A.6 – Rapports d’embranchement des modes  $B$  neutres dominants pour le bruit de fond  $B\bar{B}$ . Les nombres d’événements attendus sont estimés à partir de ces rapports d’embranchement et de l’efficacité mesurée sur le Monte Carlo. Les valeurs avec un astérisque reposent sur des arguments théoriques. Une erreur systématique de  $\pm 20\%$  est utilisée pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  charmé.

Mode	$\mathcal{B} (\times 10^{-6})$	Efficacité (%)	Nombre attendu
$B^+ \rightarrow K^{*+}(\rightarrow K^+ \pi^0) \pi^0$	$2.3 \pm 0.8$	1.26	$6.7 \pm 2.3$
$B^+ \rightarrow K^{*+}(\rightarrow K^+ \pi^0) K^{*0}(\rightarrow K^+ \pi^-)$ (long)	$4 \pm 4^*$	0.20	$1.9 \pm 1.9$
$B^+ \rightarrow K^{*+}(\rightarrow K^+ \pi^0) K^{*0}(\rightarrow K^+ \pi^-)$ (trans)	$4 \pm 4^*$	0.19	$1.8 \pm 1.8$
$B^+ \rightarrow \omega K^{*+}(\rightarrow K^+ \pi^0)$ (trans)	$1.3 \pm 1.3^*$	0.23	$0.7 \pm 0.7$
$B^+ \rightarrow K^{*0}(\rightarrow K^+ \pi^-) \rho^+$ (long)	$4.5 \pm 1.0$	0.11	$1.2 \pm 0.2$
$B^+ \rightarrow \phi(\rightarrow \pi\pi\pi) K^+$	$1.4 \pm 0.1$	0.36	$1.2 \pm 0.1$
$B^+ \rightarrow K^{*+}(\rightarrow K^+ \pi^0) \rho^0$ (long)	$3.5 \pm 1.2$	0.48	$3.9 \pm 1.3$
$B^+ \rightarrow \eta'(\rightarrow \rho^0 \gamma) K^+$	$23.3 \pm 1.4$	0.09	$4.9 \pm 0.3$
$B^+ \rightarrow (K^{(*)}\pi)^+$	$107.8 \pm 20.1$	0.05	$12.5 \pm 2.3$
$B^+ \rightarrow (K^{(*)}\rho)^+ \rightarrow (K^+ \pi^- \pi^+ \pi^0)$	$25 \pm 25^*$	0.14	$8.1 \pm 8.1$
$B^+ \rightarrow a_1^0(\rightarrow \rho^+ \pi^-) K^{*+}(K^+ \pi^0)$ (long)	$2.6 \pm 2.6^*$	0.43	$2.6 \pm 2.6$
$B^+ \rightarrow charm$	-	-	$1023 \pm 205$

TAB. A.7 – Rapports d’embranchement des modes  $B$  chargés dominants pour le bruit de fond  $B\bar{B}$ . Les nombres d’événements attendus sont estimés à partir de ces rapports d’embranchement et de l’efficacité mesurée sur le Monte Carlo. Les valeurs avec un astérisque reposent sur des arguments théoriques. Une erreur systématique de  $\pm 20\%$  est utilisée pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  charmé.

probabilité appropriée.

#### A.3.4.1 Distributions des *pulls*

Les paramètres associés aux fonctions de densité de probabilité pour le bruit de fond de continuum sont évalués à partir d’un ajustement ”en aveugle” des données. A partir de la fonction de densité de probabilité finale, on génère 500 lots d’événements Monte Carlo pour différentes valeurs de  $f_L$ . Comme  $f_L$  n’est pas connue a priori, on veut tester si l’ajustement se comporte correctement quelle que soit la valeur réelle. Les nombres d’événements générés suivent une distribution de Poisson autour de la valeur attendue en considérant la luminosité des données pour les différents bruits de fond, et en considérant que le rapport d’embranchement du signal  $B^0 \rightarrow K^{*+}\rho^-$  est égal à  $16 \times 10^{-6}$  ce qui correspond à  $N_{Sig} = 100$  événements. Ces lots d’événements sont ensuite ajustés dans les mêmes conditions que pour les données.

La figure A.10 montre les distributions des *pulls* pour 4 des paramètres libres :  $N_{Sig}$ ,  $f_L$ ,  $A_{CP}^{Sig}$  et  $A_{CP}^{Cont}$ . La valeur générée de  $f_L$  est de 0.6. Aucun biais significatif n'est observé comme on peut le voir dans le tableau A.8 qui résume l'ensemble de l'étude des distributions des *pulls*. Bien que les incertitudes soient évaluées correctement (la largeur des distributions est compatible avec 1), on remarque que l'incertitude sur  $f_L$  dépend de la valeur réelle sur ce paramètre, plus le paramètre est proche de 1, plus l'incertitude est petite.

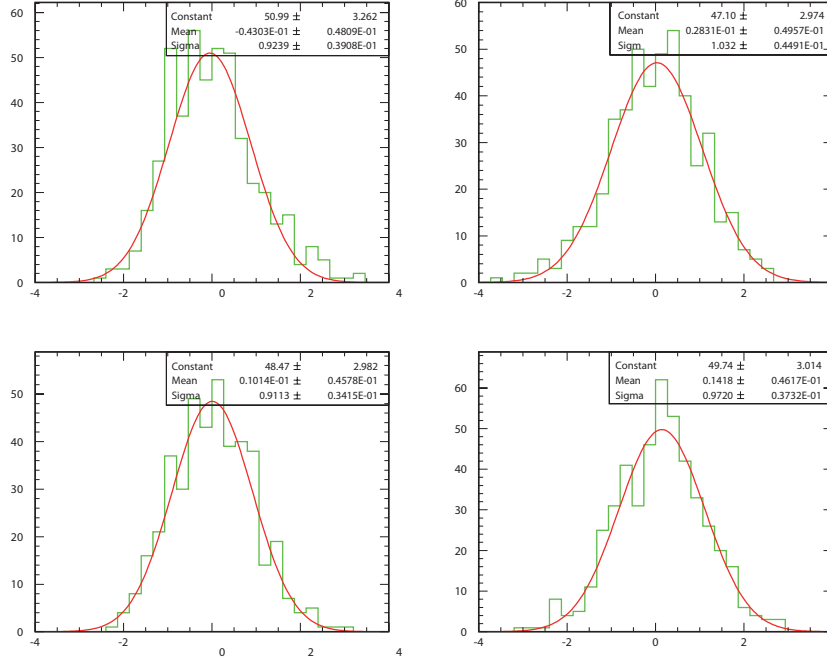


FIG. A.10 – Distributions des *pulls* pour 4 paramètres principaux de l'ajustement :  $f_L$  (en haut à gauche),  $N_{Sig}$  (en haut à droite),  $A_{CP}^{Sig}$  (en bas à gauche) et  $A_{CP}^{Cont}$  (en bas à droite). Les distributions des *pulls* sont obtenues en réalisant l'ajustement sur 500 lots d'événements générés à partir de la fonction de densité de probabilité finale.  $f_L$  est générée égale à 0.6.

#### A.3.4.2 Qualité de la paramétrisation des fonctions de densité de probabilité

La paramétrisation des fonctions de densité de probabilité dépend du Monte Carlo générique, du Monte Carlo signal ou des données *off-peak*. On veut donc s'assurer que la fonction de vraisemblance est en accord avec ces différents lots d'événements. Pour cela, j'ai calculé les "projections" de la fonction de vraisemblance définies comme :

$$p = \frac{\mathcal{P}_{Sig}}{\mathcal{P}_{Sig} + \mathcal{P}_{Cont} + \mathcal{P}_{B^0\bar{B}^0} + \mathcal{P}_{B^+B^-}}, \quad (\text{A.6})$$

où  $\mathcal{P}_i$  est la fonction de densité de probabilité de la composante  $i$ , pour un lot d'événements qui ont permis de paramétrer l'une des fonctions de densité de probabilité et un lot d'événements générés avec cette même fonction. Par construction, la "projection" pique à 1 pour des événements reconnus comme de type signal par la fonction de vraisemblance et à 0 dans le cas contraire. On peut donc également avoir une idée du pouvoir discriminant de la fonction de vraisemblance en étudiant ces "projections".

Les figures A.11, A.12 et A.13 donnent deux exemples des distributions de la "projection" pour le signal *TM*, le signal *SCF* et le bruit de fond de continuum. L'accord entre le lot d'événements

Valeur générée de $f_L$	Paramètre	Moyenne de la distribution des <i>pulls</i>	Largeur de la distribution des <i>pulls</i>	Moyenne de l'incertitude ajustée
$f_L = 0.2$	$N_{sig}$	$-0.03 \pm 0.05$	$1.00 \pm 0.06$	$20.0 \pm 0.1$
	$f_L$	$0.08 \pm 0.06$	$0.93 \pm 0.04$	$0.181 \pm 0.003$
	$A_{CP}^{Sig}$	$0.06 \pm 0.05$	$1.02 \pm 0.04$	$0.18 \pm 0.1$
$f_L = 0.6$	$N_{sig}$	$0.04 \pm 0.04$	$0.97 \pm 0.03$	$21.0 \pm 0.1$
	$f_L$	$0.04 \pm 0.04$	$0.92 \pm 0.03$	$0.122 \pm 0.003$
	$A_{CP}^{Sig}$	$-0.04 \pm 0.03$	$0.96 \pm 0.02$	$0.20 \pm 0.1$
$f_L = 1.0$	$N_{sig}$	$-0.04 \pm 0.04$	$0.96 \pm 0.03$	$21.0 \pm 0.2$
	$f_L$	$-0.01 \pm 0.05$	$1.1 \pm 0.05$	$0.061 \pm 0.002$
	$A_{CP}^{Sig}$	$-0.04 \pm 0.05$	$1.0 \pm 0.04$	$0.20 \pm 0.1$

TAB. A.8 – Résumé de l'étude des distributions des *pulls* pour les paramètres :  $N_{Sig}$ ,  $f_L$  et  $A_{CP}^{Sig}$  réalisée sur 500 lots d'événements Monte Carlo générés à partir de la fonction de densité de probabilité finale. Trois valeurs différentes de  $f_L$  sont testées : 0.2, 0.6 et 1.0. Aucun biais significatif n'est observé et les largeurs des distributions sont toutes en accord avec 1.

qui a permis d'évaluer les paramètres de la fonction de densité de probabilité et cette fonction de densité de probabilité, est bon pour le signal, le bruit de fond de continuum et les bruits de fond  $B\bar{B}$ . Pour les événements signal  $SCF$ , l'accord n'est pas parfait autour de 1. De plus, la distribution de la "projection" pique peu à 1 comme on s'y attend, pour un événement de signal  $SCF$ .

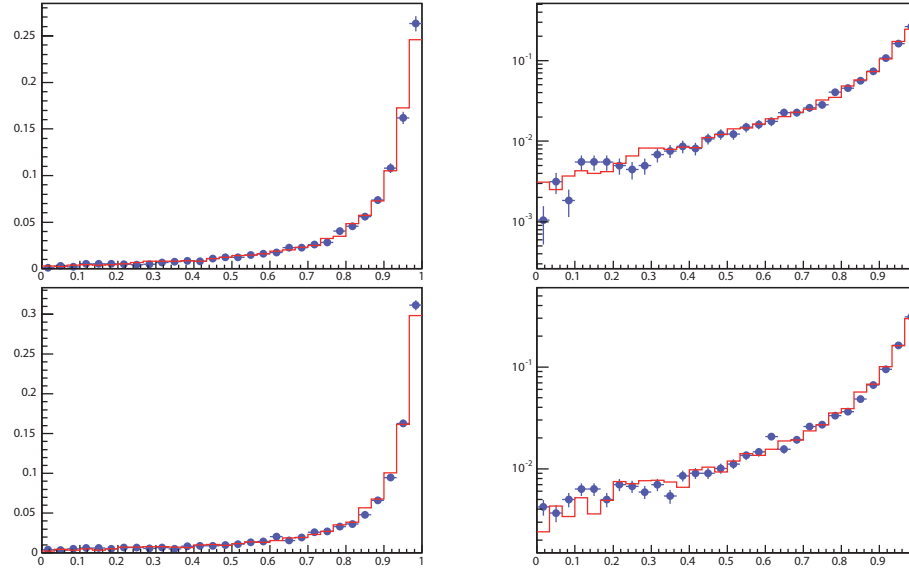


FIG. A.11 – Distributions de la "projection" de la fonction de vraisemblance pour le signal  $TM$  longitudinal (en haut) et transverse (en bas). Les distributions de droite sont exactement équivalentes à celles de gauche mais en choisissant une échelle logarithmique. Les points bleus correspondent aux distributions obtenues à partir des événements Monte Carlo signal  $TM$  et l'histogramme rouge aux distributions obtenues à partir des événements générés grâce à la fonction de densité de probabilité de l'ajustement.

Pour comprendre quelles variables contribuent à ce désaccord, je calcule de nouvelles "projec-

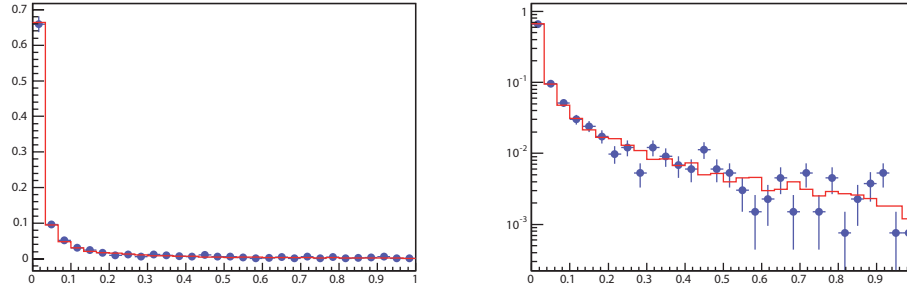


FIG. A.12 – Distribution de la "projection" de la fonction de vraisemblance pour le bruit de fond de continuum. La distribution de droite est exactement équivalente à celle de gauche en choisissant une échelle logarithmique. Les points bleus correspondent à la distribution obtenue à partir des événements Monte Carlo continuum et l'histogramme rouge à la distribution obtenue à partir des événements générés grâce à la fonction de densité de probabilité de l'ajustement.

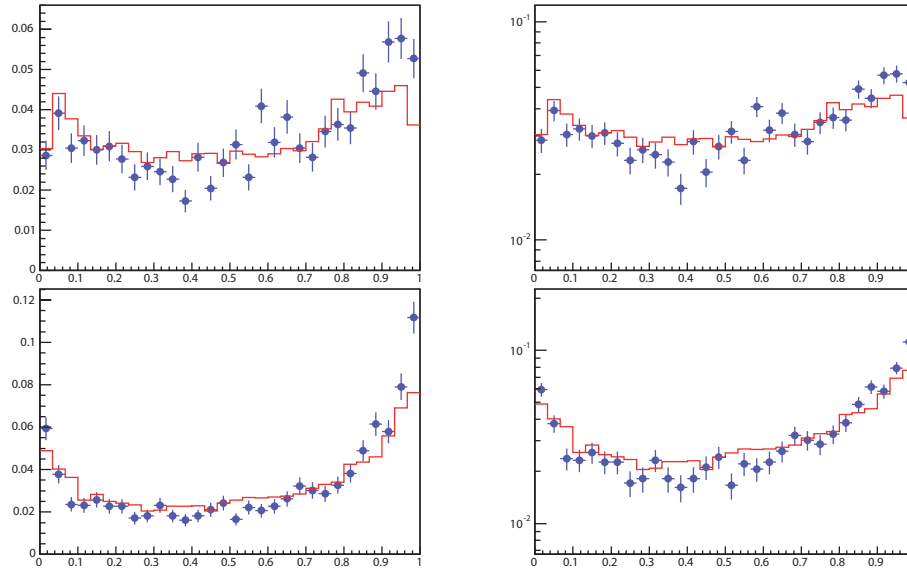


FIG. A.13 – Distributions de la "projection" de la fonction de vraisemblance pour le signal *SCF* longitudinal (en haut) et transverse (en bas). Les distributions de droite sont exactement équivalentes à celles de gauche en choisissant une échelle logarithmique. Les points bleus correspondent aux distributions obtenues à partir des événements Monte Carlo signal *SCF* et l'histogramme rouge aux distributions obtenues à partir des événements générés grâce à la fonction de densité de probabilité de l'ajustement.

tions" de la fonction de vraisemblance en considérant toutes les fonctions de densité de probabilité sauf celle de la variable qui m'intéresse. On peut voir sur la figure A.14 que le désaccord est dû principalement aux variables  $m_{ES}$  et  $NNO$  car c'est en ne considérant pas la fonction de densité de probabilité qui leur est associée, que les distributions ont le meilleur accord. Une erreur systématique est calculée pour tenir compte dans le résultat final du désaccord observé.

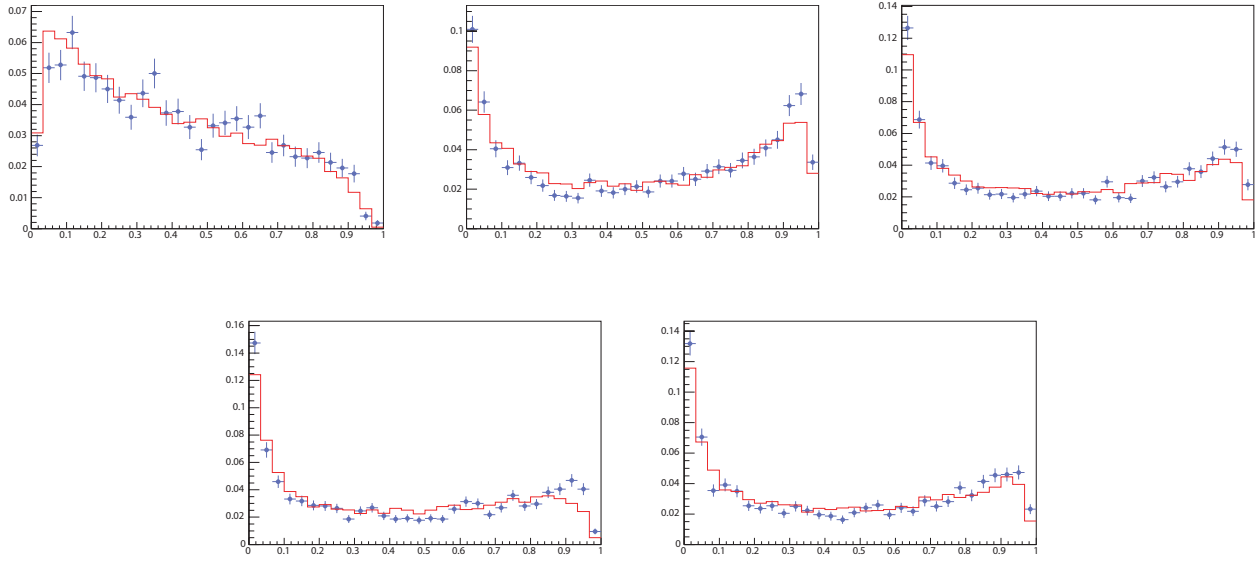


FIG. A.14 – Distributions de la "projection" de la fonction de vraisemblance pour le signal *SCF* longitudinal. Pour chacune des distributions, la fonction de densité de probabilité de la variable étudiée ( $m_{ES}$  en haut à gauche,  $\Delta E$  en haut au centre,  $NNO$  en haut à droite,  $(m_{K^*}, \cos(\theta_{K^*}))$  en bas à gauche et  $(m_\rho, \cos(\theta_\rho))$  en bas à droite), est retirée de la fonction de vraisemblance. Les points bleus correspondent aux distributions obtenues à partir des événements Monte Carlo signal *SCF* et l'histogramme rouge aux distributions obtenues à partir des événements générés grâce à la fonction de densité de probabilité de l'ajustement.

#### A.3.4.3 Ajustements sur des événements Monte Carlo générique ou *off-peak*

Pour compléter l'étude précédente, j'ai vérifié que l'ajustement se comporte correctement en le réalisant sur un mélange d'événements provenant à la fois du Monte Carlo signal, du Monte Carlo générique pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  charmé et de lots d'événements générés directement à partir de la fonction de densité de probabilité de la composante considérée pour le bruit de fond continuum et  $B\bar{B}$  non-charmé.

Le tableau A.9 donne le résultat de ce test pour deux valeurs<sup>1</sup> de  $f_L$  : 0.4 et 0.8, et 100 événements de signal.

Finalement, les résultats présentés dans le tableau A.10 finissent de compléter la validation de la méthode d'ajustement. Les ajustements reportés dans ce tableau sont réalisés sur les différents lots de Monte Carlo disponibles et sur les données *off-peak*. Il n'y a pas de migration d'événements entre le signal et le bruit de fond continuum, ce n'est par contre pas le cas entre les deux types de bruit de fond : continuum et  $B\bar{B}$  charmé. C'est cette migration qui nous a poussé à fixer le nombre d'événements de bruit de fond  $B\bar{B}$  charmé à celui estimé d'après le Monte Carlo dans l'ajustement final des données.

<sup>1</sup>Le lot d'événement pour le signal est constitué à partir d'un mélange d'événements du Monte Carlo signal longitudinal et du Monte Carlo signal transverse, qui reflète la valeur de  $f_L$  désirée.



$f_L$ générée	Mélange Monte Carlo	$N_{Sig}$	$f_L$	$A_{CP}^{Sig}$
$f_L = 0.4$	Signal seul	$109.2 \pm 20.1$	$0.41 \pm 0.08$	$0.03 \pm 0.12$
	Signal + $q\bar{q}$	$104.6 \pm 19.0$	$0.34 \pm 0.18$	$0.04 \pm 0.24$
	Signal + $q\bar{q}$ + $B\bar{B}$ (gen)	$106.0 \pm 19.9$	$0.40 \pm 0.19$	$0.03 \pm 0.27$
	Signal + $q\bar{q}$ + $B\bar{B}$ (MC)	$103.1 \pm 22.5$	$0.38 \pm 0.17$	$-0.03 \pm 0.31$
$f_L = 0.8$	Signal seul	$110.9 \pm 18.5$	$0.80 \pm 0.04$	$0.02 \pm 0.14$
	Signal + $q\bar{q}$	$102.8 \pm 21.3$	$0.77 \pm 0.11$	$0.01 \pm 0.30$
	Signal + $q\bar{q}$ + $B\bar{B}$ (gen)	$104.7 \pm 24.0$	$0.80 \pm 0.12$	$0.01 \pm 0.31$
	Signal + $q\bar{q}$ + $B\bar{B}$ (MC)	$105.5 \pm 21.4$	$0.81 \pm 0.08$	$-0.02 \pm 0.35$

TAB. A.9 – Résultats de l’ajustement sur les lots d’événements Monte Carlo mélangés pour les trois paramètres :  $N_{Sig}$ ,  $f_L$  et  $A_{CP}^{Sig}$ . Deux valeurs différentes de  $f_L$  sont testées : 0.4 et 0.8. Les valeurs reportées sont les moyennes des valeurs ajustées pour 200 lots d’événements avec pour incertitude, la largeur des distributions correspondantes. La composante  $B\bar{B}$  (gen) correspond à des événements générés à partir des fonctions de densité de probabilité pour l’ensemble du bruit de fond  $B\bar{B}$ . La composante  $B\bar{B}$  (MC) correspond à un mélange d’événements Monte Carlo générique pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  charmé et d’événements générés à partir des fonctions de densité de probabilité pour le bruit de fond  $B\bar{B}$  non-charmé.

Lots d’événements	Nombre d’événements	$N_{Sig}$	$N_{Cont}$	$N_{B\bar{B}}$ charmé
Monte Carlo signal (long)	6025	$6025 \pm 77$	$0.0 \pm 0.3$	-
Monte Carlo signal (trans)	9602	$9628 \pm 100$	$-26 \pm 7$	-
Monte Carlo $u\bar{d}s\bar{c}$	21678	$-11 \pm 15$	$21690 \pm 140$	-
Donnée <i>off-peak</i>	1324	$0 \pm 4$	$1324 \pm 37$	-
Monte Carlo $B^+ \rightarrow charm$	1543	$4 \pm 6$	$245 \pm 36$	$1294 \pm 48$
Monte Carlo $B^0 \rightarrow charm$	701	$8 \pm 6$	$124 \pm 26$	$568 \pm 33$

TAB. A.10 – Résultats de l’ajustement des nombres d’événements pour chaque composante sur des lots d’événements Monte Carlo ou *off-peak*. On observe une migration d’événements de la composante  $B\bar{B}$  charmé vers la composante continuum.

## A.4 Evaluation des résultats

L’ajustement final est réalisé sur 17 paramètres comme nous l’avons vu précédemment. Le tableau A.11 donne le résultat pour les 5 paramètres principaux de l’ajustement des données des *Runs* 1 à 4. L’asymétrie  $CP$  pour le continuum est compatible avec 0 comme on s’y attend. La figure A.15 montre les projections des fonctions de densité de probabilité sur les différentes variables de l’ajustement. Pour réduire le bruit de fond sur cette figure, une coupure sur la valeur de la ”projection” de la fonction de vraisemblance pour chaque événement est appliquée.

### A.4.0.4 Erreurs systématiques

Je n’ai pas participé à l’évaluation des erreurs systématiques car j’ai arrêté de travailler sur cette analyse assez vite pour commencer l’analyse  $B^- \rightarrow D^0 K^{*-}$ , je ne vais donc pas les décrire en détail. La systématique principale vient de la paramétrisation des fonctions de densité de probabilité, en particulier pour le réseau de neurone dont les variables d’entrée n’ont pas un accord parfait entre les données et le Monte Carlo. D’autres erreurs systématiques plus faibles sont évaluées pour tenir compte des quelques problèmes que je viens de décrire au niveau de la validation de l’ajustement :

Paramètre	Résultat de l'ajustement
$N_{Sig}$	$86.4 \pm 24.4$
$f_L$	$0.246 \pm 0.249$
$A_{CP}^{Sig}$	$0.079 \pm 0.360$
$N_{Cont}$	$15967 \pm 133$
$A_{CP}^{Cont}$	$0.010 \pm 0.008$

TAB. A.11 – Résultats de l'ajustement des données pour les 5 paramètres principaux de l'analyse. Les 12 autres paramètres sont relatifs à la paramétrisation de la fonction de densité de probabilité du bruit de fond de continuum.

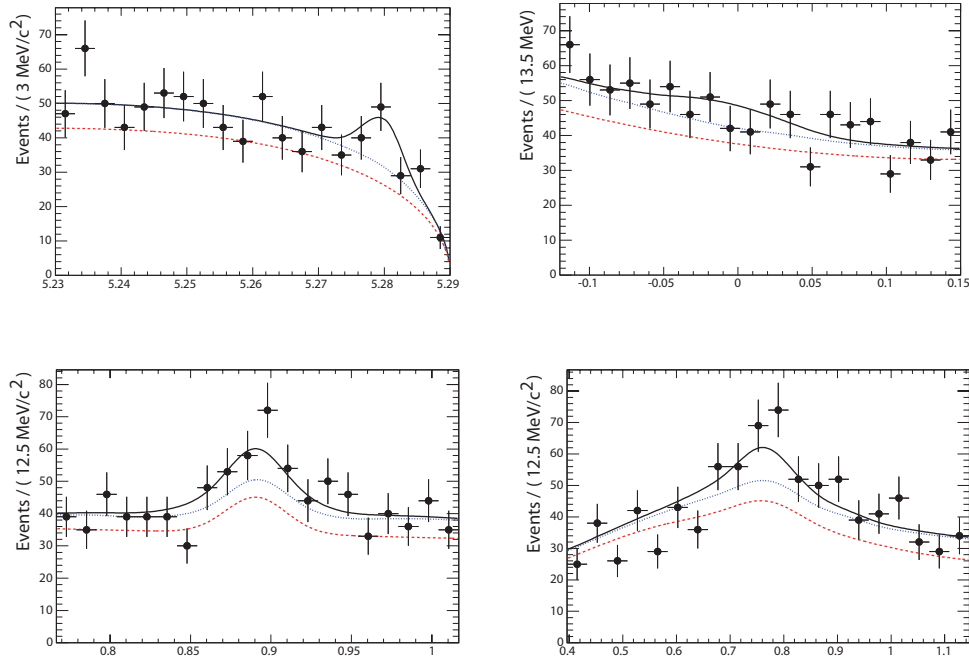


FIG. A.15 – Projection des résultats de l'ajustement sur les variables  $m_{ES}$  (en haut à gauche),  $\Delta E$  (en haut à droite),  $m_{K^*}$  (en bas à gauche) et  $m_\rho$  (en bas à droite). La "projection" de la fonction de vraisemblance est coupée pour réduire le bruit de fond sur ces distributions. La composante continuum est représentée par la courbe tiretée rouge, la composante  $B\bar{B}$  + continuum par la courbe pointillée bleue et la somme de toutes les composantes par la courbe pleine noire.

migration d'événements entre le bruit de fond de continuum et bruit de fond  $B\bar{B}$  charmé, et légers désaccords au niveau des "projections" de la fonction de vraisemblance pour le signal  $SCF$ . Une erreur systématique spécifique est évaluée pour le paramètre  $f_L$  pour tenir compte de l'incertitude sur le rapport  $R$ . De même pour le nombre d'événements de signal, quelques erreurs systématiques sont ajoutées qui tiennent compte des corrections à apporter sur l'efficacité de détection pour les traces reconstruites.

### A.4.0.5 Résultats

Le rapport d'embranchement correspondant au nombre d'événements mesuré pour le signal vaut :

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*+} \rho^-) = [12.4^{+3.6}_{-3.3}(\text{stat})^{+3.0}_{-2.8}(\text{syst})] \times 10^{-6}. \quad (\text{A.7})$$

Cette valeur est en accord avec celle que l'on a utilisée pour évaluer le nombre d'événements attendu lors de la validation de l'ajustement.

La figure A.16 donne les contours des niveaux de confiance de 1 à 5  $\sigma$  dans le plan  $(N_{Sig}, f_L)$ . La valeur mesurée de  $f_L$  qui en résulte est :

$$f_L = 0.25 \pm 0.25(\text{stat}) \pm 0.11(\text{syst}). \quad (\text{A.8})$$

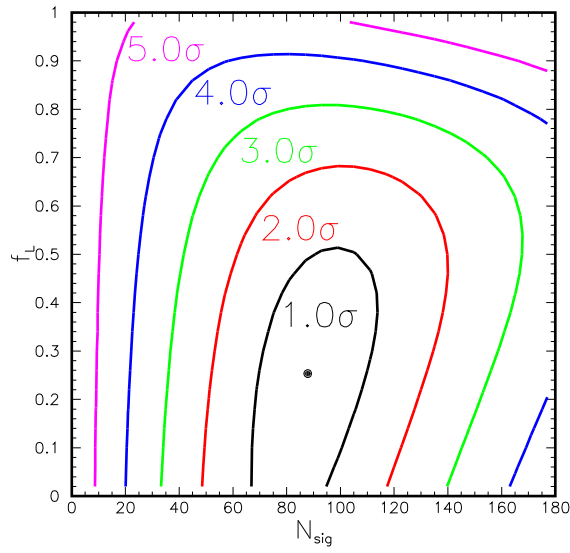


FIG. A.16 – Contours des niveaux de confiance de la mesure de 1 à 5  $\sigma$  dans le plan  $(N_{Sig}, f_L)$ .  $f_L = 1$  est exclu à un peu moins de 5  $\sigma$ .

Pour finir, en tenant compte des erreurs systématiques, on mesure :

$$A_{CP}(K^{*+} \rho^-) = 0.08 \pm 0.36(\text{stat}) \pm 0.06(\text{syst}). \quad (\text{A.9})$$



## Annexe B

# Expression des termes Breit-Wigner de Gounaris-Sakourai

Je détaille dans cette annexe l'expression de la paramétrisation particulière utilisée pour modéliser les résonances vecteurs qui se désintègrent en 2 pions : ondes  $P \pi\pi$ . Dans le modèle du diagramme de Dalitz présenté dans la section 4.2.2, deux résonances utilisent cette paramétrisation de Gounaris-Sakourai [71] : la résonance  $\rho(770)$  et la résonance  $\rho(1450)$ .

L'expression relativiste du propagateur des termes Breit-Wigner est la suivante :

$$F_r(s) = \frac{1}{s - m_r^2 + im_r \Gamma_r(s)}, \quad (\text{B.1})$$

où  $m_r$  est la masse de la résonance  $r$ ,  $s$  est la masse invariante carrée au point considéré du plan de Dalitz et  $\Gamma_r(s)$  est la largeur modifiée de la résonance  $r$  donnée par l'équation 4.8. Pour obtenir la paramétrisation de l'amplitude utilisée pour la majorité des résonances, il suffit de le multiplier par le facteur de forme du  $D^0$ ,  $F_D$ , par le facteur de forme de la résonance,  $F_r$ , et par le facteur de spin comme nous l'avons vu dans la section 4.2.3.

Pour les termes Breit-Wigner de Gounaris-Sakourai, l'expression du propagateur change, on a alors :

$$F_r^{GS}(s) = \frac{1 + d \cdot \Gamma_r/m_r}{s - m_r^2 - f(s) + im_r \Gamma_r(s)}, \quad (\text{B.2})$$

où  $d$  est un paramètre et  $f(s)$  une fonction que j'explicite dans la suite. En reprenant les notations de la section 4.2.3, on a donc pour les deux ondes  $P \pi\pi$  considérées dans le modèle :

$$BW_r^{GS} = F_D F_r \frac{\left( m_{BC}^2 - m_{AC}^2 + \frac{(m_D^2 - m_C^2)(m_A^2 - m_B^2)}{m_r^2} \right) (1 + d \cdot \Gamma_r/m_r)}{m_r^2 + f(m_{AB}^2) - m_{AB}^2 - im_r \Gamma_{AB}}. \quad (\text{B.3})$$

La fonction  $f(s)$  à pour expression :

$$f(s) = \Gamma_r \frac{m_r^2}{p_\pi^3(m_r^2)} \left[ p_\pi^2(s) \left( h(s) - h(m_r^2) \right) + (m_r^2 - s) p_\pi^2(m_r^2) \frac{dh}{ds} \Big|_{s=m_r^2} \right], \quad (\text{B.4})$$

où  $p_\pi(m_r^2)$  est l'impulsion d'un pion dans le référentiel du centre de masse de la résonance  $r$ , et  $p_\pi(s)$  l'impulsion d'un pion dans le référentiel du centre de masse des deux pions. La fonction  $h(s)$  est définie comme :

$$h(s) = \frac{2}{\pi} \frac{p_\pi(s)}{\sqrt{s}} \ln \left( \frac{\sqrt{s} + 2p_\pi(s)}{2m_\pi} \right), \quad (\text{B.5})$$

et sa dérivée pour  $s = m_r^2$  comme :

$$\left. \frac{dh}{ds} \right|_{s=m_r^2} = h(m_r^2) \left( \frac{1}{8p_\pi^2(m_r^2)} - \frac{1}{2m_r^2} \right) + \frac{1}{2\pi m_r^2}. \quad (\text{B.6})$$

Pour finir, le paramètre  $d$  est fixé par la condition de normalisation de  $F_R^{GS}(s)$  à  $s = 0$ ,  $F_R^{GS}(0) = 1$  [71]. On trouve :

$$d = \frac{3}{\pi} \frac{m_\pi^2}{p_\pi^2(m_r^2)} \ln \left( \frac{m_r + 2p_\pi(m_r^2)}{2m_\pi} \right) + \frac{m_r}{2\pi p_\pi(m_r^2)} - \frac{m_\pi^2 m_r}{\pi p_\pi^3(m_r^2)}. \quad (\text{B.7})$$

Pour illustrer la différence entre la paramétrisation "normale" et celle de Gounaris-Sakourai, la figure B.1 montre la projection sur la masse invariante carrée  $m_{\pi\pi}^2$  du carré de l'amplitude  $|\mathcal{A}|^2$  pour le  $\rho(770)$  calculée avec les deux méthodes.

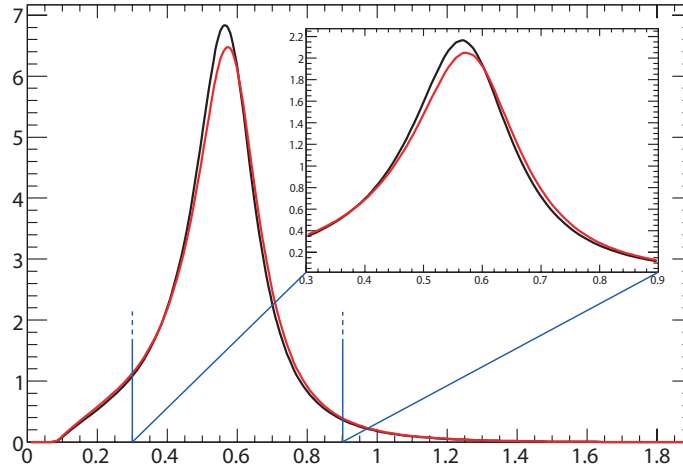


FIG. B.1 – Projections sur la masse carrée  $m_{\pi\pi}^2$  du carré de l'amplitude  $|\mathcal{A}|^2$  pour le  $\rho(770)$  calculée avec la paramétrisation "normale" (en rouge) et avec celle de Gounaris-Sakourai (en noir). Le cadre représente un agrandissement dans la zone  $m_{\pi\pi}^2 \in [0.3, 0.9]$   $\text{GeV}^2/c^4$ , là où les différences sont les plus notables.

## Annexe C

# Paramétrisation des ondes $S \pi\pi$ avec la matrice $K$

La paramétrisation des résonances du diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi\pi$  avec les termes Breit-Wigner  $BW_r$  (Sec. 4.2.3) n'est correcte que pour des résonances étroites et isolées. Pour décrire les ondes  $S \pi\pi$  qui sont des résonances larges se chevauchant beaucoup, nous avons choisi d'utiliser un formalisme plus général utilisant la matrice  $K$  afin d'améliorer le modèle du diagramme de Dalitz. Je décris dans cette annexe ce formalisme et les paramètres que l'on considère pour le mettre en oeuvre dans la modélisation du diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S \pi\pi$ .

L'amplitude totale sur le plan de Dalitz s'écrit un peu différemment en considérant le formalisme de la matrice  $K$ , que celle qui est donnée dans l'équation 4.4. On a :

$$f(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) = F_1(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2) + \sum a_r e^{i\phi_r} BW_r(m_{\pm}^2, m_{\mp}^2), \quad (\text{C.1})$$

où  $F_1$  correspond à la contribution des ondes  $S \pi\pi$  et la somme est réalisée sur l'ensemble des autres résonances. On ne considère plus de terme non-résonant car il est directement inclus dans  $F_1$ .

L'amplitude de transition  $F_1$  est donnée par l'expression suivante :

$$F_l = \sum_j (I - iK\rho)_{lj}^{-1} P_j, \quad (\text{C.2})$$

où  $I$  est la matrice identité,  $K$  la matrice qui décrit les processus de diffusion des ondes  $S$ ,  $\rho$  la matrice d'espace de phase et  $P$  le vecteur de production initiale [96]. L'indice  $l$  correspond à un canal spécifique : 1 pour  $\pi\pi$ , 2 pour  $K\bar{K}$ , 3 pour  $4\pi$ , 4 pour  $\eta\eta$  et 5 pour  $\eta\eta'$ . Dans notre cas, nous ne considérons que le canal  $\pi\pi$ , donc l'indice 1.

Les paramètres utilisés pour la matrice  $K$  proviennent d'un ajustement global de l'ensemble des données accessibles sur la diffusion  $\pi\pi$  du seuil jusqu'à 1900 MeV/ $c^2$  réalisé par Anisovich et Sarantsev [97], ils sont résumés dans le tableau C.1. En fonction de ces paramètres, la matrice  $K$  s'écrit :

$$K_{ij}(s) = \left( \sum_{\alpha} \frac{g_i^{(\alpha)} g_j^{(\alpha)}}{m_{\alpha}^2 - s} + f_{ij}^{scatt} \frac{1 - s_0^{scatt}}{s - s_0^{scatt}} \right) \left( \frac{1 - s_{A0}}{s - s_{A0}} \left( s - \frac{s_A m_{\pi}^2}{2} \right) \right), \quad (\text{C.3})$$

où  $s$  correspond à la masse invariante carrée  $m_{\pi\pi}^2$ ,  $g_j^{\alpha}$  est la constante de couplage du pôle  $m_{\alpha}$  de la matrice  $K$  au canal  $i$ ,  $s_A = 1$  et  $s_{A0} = -0.15$ . La matrice  $K$  est donc, par définition, réelle et symétrique. Les constantes de couplage et les pôles n'ont pas de signification physique, mais on peut relier la matrice  $K$  à une matrice physique  $T$  observable par la relation :

$$T = (I - iK\rho)^{-1} K. \quad (\text{C.4})$$

$m_\alpha$	$g_{\pi\pi}$	$g_{K\bar{K}}$	$g_{4\pi}$	$g_{\eta\eta}$	$g_{\eta\eta'}$
0.651	0.22889	-0.55377	0	-0.39899	-0.34639
1.2036	0.94128	0.55095	0	0.39065	0.31503
1.55817	0.36856	0.23888	0.55639	0.18340	0.18681
1.21	0.33650	0.40907	0.85679	0.19906	-0.00984
1.82206	0.18171	-0.17558	-0.79658	-0.00355	0.22358
$s_0^{scatt}$	$f_{11}^{scatt}$	$f_{12}^{scatt}$	$f_{13}^{scatt}$	$f_{14}^{scatt}$	$f_{15}^{scatt}$
-3.92637	0.23399	0.15044	-0.20545	0.32825	0.35412

TAB. C.1 – Valeurs des paramètres de la matrice  $K$  ajustés par Anisovich et Sarantsev [97]. Les masses des pôles  $m_\alpha$  et les constantes de couplage  $g_i^\alpha$  sont exprimées en  $\text{GeV}/c^2$ .

La matrice d'espace de phase est diagonale :  $\rho_{ab} = \delta_{ab}\rho_a$  avec :

$$\rho_i(s) = \sqrt{1 - \frac{(m_{1i} + m_{2i})^2}{s}}, \quad (\text{C.5})$$

où  $m_{1i}$  et  $m_{2i}$  correspondent aux masses des particules impliquées dans le canal  $i$ . Pour finir, le vecteur de production  $P_j$  à pour expression :

$$P_j(s) = \sum_\alpha \frac{\beta_\alpha g_j^{(\alpha)}}{m_\alpha^2 - s} + f_{1j}^{prod} \frac{1 - s_0^{prod}}{s - s_0^{prod}}. \quad (\text{C.6})$$

$\beta_\alpha$ ,  $f_{1j}^{prod}$  et  $s_0^{prod}$  sont les paramètres libres que l'on ajuste sur le lot d'événements  $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$  (Sec.4.3) pour définir le modèle du diagramme de Dalitz  $D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$ , au même titre que les amplitudes et les phases dans le cas des résonances modélisées par une Breit-Wigner.



# Bibliographie

- [1] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch et R. Turlay, Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).
- [2] A. Sakharov, JETP Lett. **5**, 24-27 (1967).
- [3] M. Kabayashi et T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [4] W.-M. Yao *et al.*, Journal of Physics G **33**, 1 (2006).
- [5] J. Shwinger, Phys. Rev. **82**, 914 (1951).
- [6] W. Pauli, p. 30 dans W. Pauli, ed. "Niels Bohr and the Development of Physics", McGraw-Hill, New York (1955).
- [7] G. Lüders, Ann. Phys. **2**, 1 (1957).
- [8] C.S. Wu *et al.*, Phys. Rev. **105**, 1413 (1957).
- [9] T.D. Lee et C.N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956).
- [10] M. Goldhaber, L. Grodzins et A.W. Sunyar, Phys. Rev. **109**, 1015 (1958).
- [11] A. Angelopoulos *et al.*, Eur. Phys. J. **C** 22, 55 (2001).
- [12] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).
- [13] J.J. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **33**, 1404 (1974).
- [14] J.E. Augustin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **33**, 1406 (1974).
- [15] S.W. Herb *et al.*, Phys. Rev. Lett. **39**, 252 (1977).
- [16] F. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 2626 (1995).
- [17] Z. Maki, M. Nakagawa et S. Sakata, Prog. Theo. Phys. **28**, 870 (1962).
- [18] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51**, 1945 (1983).
- [19] A.J. Buras, M.E. Lautenbacher et G. Ostermaier, Phys. Rev. **D** **50**, 053433 (1994).
- [20] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 131801 (2004).
- [21] Belle Collaboration, Y. Chao *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 191802 (2004).
- [22] Heavy Flavor Averaging Group, E. Barberio *et al.*, arXiv :hep-ex/0603003 (2006).
- [23] Heavy Flavor Averaging Group, [http ://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/](http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/).
- [24] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. **D** **66**, 032003 (2002).
- [25] Belle Collaboration, K. Abe *et al.*, Phys. Rev. **D** **66**, 032007 (2002).
- [26] CKMfitter, J. Charles *et al.*, Eur. Phys. J. **C** 41, 1 (2005).
- [27] CKMfitter, [http ://ckmfitter.in2p3.fr/](http://ckmfitter.in2p3.fr/).
- [28] J.C. Hardy et I.S. Towner, Phys. Rev. Lett. **95**, 092502 (2005).
- [29] G. Savard *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 102501 (2005).
- [30] J.F. Donoghue *et al.*, Phys. Rev. **D** **35**, 934 (1987).

- [31] R. Flores-Mendieta, A. Garcia et G. Sanchez-Colon, Phys. Rev. **D 54**, 6855 (1996).
- [32] CDF Collaboration, <http://www-cdf.fnal.gov/>.
- [33] DØ Collaboration, <http://www-d0.fnal.gov/>.
- [34] A. Abulencia *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 242003 (2006).
- [35] R. Kowalewski et T. Mannel, "Determination of  $V_{cb}$  and  $V_{ub}$ " p.867 de la référence [4].
- [36] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, arXiv :hep-ex/0703021 (2007).
- [37] J.P. Silva et A. Soffer, Phys. Rev. **D 61**, 112001 (2000).
- [38] M. Gronau et D. London, Phys. Lett. B **253**, 483 (1991).
- [39] M. Gronau et D. Wyler, Phys. Lett. B **265**, 172 (1991).
- [40] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, arXiv :hep-ex/0512067 (2006).
- [41] I. Dunietz, Phys. Lett. B **270**, 75 (1991).
- [42] I. Dunietz, Z. Phys. C **56**, 129 (1992).
- [43] D. Atwood, G. Eilam, M. Gronau et A. Soni, Phys. Lett. B **341**, 372 (1995).
- [44] D. Atwood, I. Dunietz et A. Soni, Phys. Rev. Lett. **78**, 3257 (1997).
- [45] CLEO Collaboration, <http://www.lepp.cornell.edu/Research/EPP/CLEO/>.
- [46] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, arXiv :hep-ex/0504047 (2006).
- [47] A. Giri, Y. Grossman, A. Soffer et J. Zupan, Phys. Rev. **D 68**, 054018 (2003).
- [48] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, arXiv :hep-ex/0607104 (2006).
- [49] A. Bondar et A. Poluektov, Eur. Phys. J. **C 47**, 347 (2005).
- [50] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 251801 (2004).
- [51] CLEO Collaboration, S.E. Csorna *et al.*, Phys. Rev. **D 67**, 112002 (2003).
- [52] M. Gronau et J.L. Rosner, arXiv :hep-ph/0307095 (2003).
- [53] M. Gronau, O.F. Hernández, D. London et J.L. Rosner, Phys. Rev. **D 50**, 4529 (1994).
- [54] N.G. Deshpande, N. Sinha et R. Sinha, Phys. Rev. Lett. **90**, 061802 (2003).
- [55] A. Datta et D. London, arXiv :hep-ph/0310252 (2003).
- [56] J. Albert, A. Datta et D. London, arXiv :hep-ph/0410015 (2004).
- [57] M. Gronau et J.L. Rosner, arXiv :0704.0076 [hep-ph] (2007).
- [58] J. Seeman *et al.*, "The PEP-II storage ring", SLAC-PUB-8786 (2001).
- [59] PEP-II, "An assynetric  $B$  factory, Conceptual Design Report", SLAC-R-418, LBL-5379 (1993).
- [60] BABAR Collaboration, B. Aubert *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A (2001).
- [61] B. Gobo, Nucl. Instr. and Meth. A **386**,52 (1997).
- [62] C. Bozzi *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A **453**,78 (2000).
- [63] P.F. Harrison et H.R. Quinn, "The BaBar physics book : Physics at an asymmetric B factory", SLAC-R-0504 (1998).
- [64] P. Billoir, Nucl. Instr. and Meth. A **225** (1984) 225.
- [65] CLEO Collaboration, S. Kopp *et al.*, Phys. Rev. **D 63**, 092001 (2001).
- [66] LASS Collaboration, D. Aston *et al.*, Nucl. Phys. B **296**, 493 (1988).
- [67] LASS Collaboration, D. Aston *et al.*, Nucl. Phys. B **292**, 693 (1987).

- [68] Belle Collaboration, K. Abe *et al.*, arXiv :hep-ph/0308043, contribution au 21<sup>st</sup> *International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies* (LP03), Batavia, Illinois, 11-16 Août 2003.
- [69] RooFit Toolkit, [http ://roofit.sourceforge.net/](http://roofit.sourceforge.net/).
- [70] Root System, [http ://root.cern.ch/](http://root.cern.ch/).
- [71] G.J. Gounaris et J.J. Sakurai, Phys. Rev. Lett. **21**, 244 (1968).
- [72] E687 Collaboration, P.L. Frabetti *et al.*, Phys. Lett. B **331**, 217 (1994).
- [73] R.A. Fisher, "The use of multiple measurements in taxonomie problems", Annals of Eugenics **7**, 179 (1936).
- [74] D. Best, "The Fisher discriminant method", *BABAR* Analysis document #793 (2003).
- [75] ARGUS Collaboration, H. Albrecht *et al.*, Phys. Lett. **B 241**, 278 (1990).
- [76] Belle Collaboration, A. Poluektov *et al.*, Phys. Rev. **D 73**, 112009 (2006).
- [77] T. Allmendinger *et al.*, "Tracking efficiency studies in release 12 and 14", *BABAR* Analysis document #867 (2004).
- [78] *BABAR* Collaboration, B. Aubert *et al.*, arXiv :hep-ex/0507101 (2005).
- [79] *BABAR* Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 121802 (2005).
- [80] G.J. Feldman et R.D. Cousins, Phys. Rev. **D 57**, 3873 (1998).
- [81] *BABAR* Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. **D 74**, 031101 (2006).
- [82] S. Pruvot, M.H. Schune, V. Sordini, A. Stocchi, "Measurement of  $\gamma$  in the  $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 K^{*0}$  decays using a  $D^0$  Dalitz plot analysis technique", *BABAR* Analysis document #1467 (2007).
- [83] F. Polci, M.-H. Schune et A. Stocchi, arXiv :hep-ph/0605129 (2006).
- [84] G. Kramer et W.F. Palmer, Phys. Rev. **D 45**, 193 (1992).
- [85] H.Y. Cheng et K.C. Yang, Phys. Lett. **B 511**, 40 (2001).
- [86] C.H. Chen, Y.Y. Keum et H.-N. Li, Phys. Rev. **D 66**, 054013 (2002).
- [87] C.W. Chiang et L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D 61**, 074031 (2000).
- [88] M. Suzuki, Phys. Rev. **D 66**, 054018 (2002).
- [89] *BABAR* Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 231801 (2004).
- [90] *BABAR* Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 171802 (2003).
- [91] Belle Collaboration, J. Zhang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 221801 (2003).
- [92] *BABAR* Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. D **71**, 031103 (2005).
- [93] *BABAR* Collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 231804 (2004).
- [94] Belle Collaboration, K.-F. Chen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 201801 (2003).
- [95] S. Eidelman *et al.*, (Particle Data Group), Physics Letters **B 592**, 1 (2004).
- [96] I.J.R. Aitchison, Nucl. Phys. A **189**, 417 (1972).
- [97] V.V. Anisavich et A.V. Sarantsev, Eur. Phys. J. **A 16**, 229 (2003).